

文章编号: 0253-2239(2003)02-0142-08

耦合三能级原子与光场相互作用中系统的动力学行为

董传华

(上海大学物理系, 上海 200436)

摘要: 讨论了包含两个全同的三能级原子之间偶极矩相互作用的 Jaynes-Cummings 模型, 并就 Λ , Ξ 和 V 三种能级构型建立了系统的动力学方程。特别在能级简并情况下讨论了具有 Λ 型能级的两个原子之间偶极矩相互作用及原子的初态和系统的失谐量对光场的统计性质和原子行为的影响。

关键词: 量子光学; Jaynes-Cummings 模型; 压缩; 耦合原子; 集合偶极矩

中图分类号: O431 文献标识码: A

1 引言

Jaynes-Cummings(J-C)模型是量子光学中的基本模型之一,它成功地处理了单个二能级原子与单模辐射场的相互作用,得到了解析结果^[1]。经推广后也用于处理光场和多原子的相互作用,即所谓的 Tavis-Cummings(T-C)模型^[2,3]。这些模型中都假定了多个原子之间是相互独立的,不考虑它们之间的相互作用。如果在一个微腔中,原子之间相距很近,原子之间可以通过偶极矩发生相互作用,这种相互作用不仅对原子系统的性质产生影响,也将对整个原子-光场系统的动力学行为产生影响。在两个二能级原子与光场相互作用中,原子间通过偶极矩而产生的耦合效应对原子和光场行为的影响已有了研究^[4~6]。另一方面,一个三能级原子与光场的相互作用也已有了研究^[7,8]。最近,Skorniy^[9]研究了具有偶极矩相互作用的两个三能级原子的荧光发射特性,指出两个三能级原子能交替发出荧光,这种交替受偶极矩相互作用的控制,因此,这种荧光可用于探测三能级原子间的偶极矩相互作用。

我们在这里要讨论的是两个相距较近的三能级原子与光场的集合作用,因此应该考虑这两个三能级原子间偶极矩相互作用产生的影响,特别是对三能级原子的集合偶极矩的涨落及其压缩的影响。由于偶极矩压缩与光场压缩有一定的关联^[10],一定条件下偶极矩压缩能降低辐射光场的涨落,因此,偶极矩涨落的压缩能产生压缩光。研究包括偶极矩相互

作用的多个三能级原子与光场的相互作用对研究三能级原子的集合辐射是有意义的,特别是原子密集系统。

本文先对 Λ , Ξ 和 V 三种能级构型建立两个耦合三能级原子与单模光场相互作用的哈密顿量及有关运动方程,然后讨论 Λ 型三能级原子与单模真空光场的相互作用。研究两个三能级原子间的耦合对光场的量子统计性质、压缩、集合偶极矩压缩和原子粒子数反转的影响。

2 包括偶极矩相互作用的三能级原子的 J-C 模型

在包括偶极矩相互作用的 A, B 两个二能级原子的 J-C 模型中,哈密顿量为

$$H = \omega a^\dagger a + \sum_{j=A}^B \omega_0 S_z^{(j)} + \sum_{j=A}^B g [a^\dagger S_-^{(j)} + a S_+^{(j)}] + V, \quad (1)$$

其中 ω_0 为二能级原子的能级跃迁频率, ω 为单模光场频率, g 为原子和光场的耦合系数, V 是两个二能级原子之间的偶极矩相互作用能, 为 $\Omega [S_+^{(A)} + S_-^{(A)}][S_+^{(B)} + S_-^{(B)}]$, Ω 为两个原子间通过偶极矩相互作用发生耦合的耦合强度, 略去能量不守恒项, V 可写成

$$V = \Omega [S_+^{(A)} S_-^{(B)} + S_-^{(A)} S_+^{(B)}]. \quad (2)$$

现在考虑两个全同的三能级原子,其能级构型为 Λ , Ξ 或 V (如图 1)。能级 $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ 和 $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ 的跃迁是允许的, $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ 跃迁是禁戒的。两

个原子的偶极矩分别用原子算符写成^[8]

$$D^{(A)} = S_{21}^{(A)} + S_{23}^{(A)}, \quad D^{(B)} = S_{21}^{(B)} + S_{23}^{(B)}, \quad (3)$$

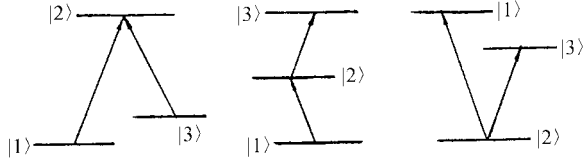


Fig. 1 Three kinds of level configurations for three-level atom: Λ , Ξ and V

其中 $S_{ij} = |i\rangle\langle j| = b_i^+ b_j$ 表示 $|j\rangle \rightarrow |i\rangle$ 的跃迁, A

和 B 两个原子之间的偶极矩相互作用能可以写成

$$V = \Omega[D^{(A)} + D^{+(A)}][D^{(B)} + D^{+(B)}],$$

略去能量不守恒项, 可以写成

$$V = \Omega[S_{21}^{(A)} S_{21}^{+(B)} + S_{23}^{(A)} S_{23}^{+(B)} + S_{21}^{(A)} S_{23}^{+(B)} + S_{23}^{(A)} S_{21}^{+(B)} + \text{H. C.}], \quad (4)$$

“H. C.” 为共轭项。(4) 式中第一项和第二项是 A, B 两原子在相同的能级间跃迁对偶极矩相互作用的贡献, 第三项和第四项是 A, B 两原子分别在不同的能级间跃迁对偶极矩相互作用的贡献。

在相互作用绘景中, S_{ij} 变换为 $S_{ij} \exp(i\omega_{ij}t)$, $\omega_{ij} = \omega_i - \omega_j$, ω_i 和 ω_j 分别是能级 $|i\rangle$ 和 $|j\rangle$ 的能量 (取 $\hbar = 1$)。对三种能级构型, 哈密顿量为

Λ 型

$$H = a[g_1(S_{21}^{(A)} + S_{21}^{(B)})\exp(-i\Delta_1 t) + g_3(S_{23}^{(A)} + S_{23}^{(B)})\exp(-i\Delta_3 t)] + \text{H. C.} + \Omega[S_{21}^{(A)} S_{21}^{+(B)} + S_{23}^{(A)} S_{23}^{+(B)} + S_{21}^{(A)} S_{23}^{+(B)} \exp(i\Delta_{31} t) + S_{23}^{(A)} S_{21}^{+(B)} \exp(-i\Delta_{31} t)] + \text{H. C.} \quad (5a)$$

其中

$$\Delta_1 = \omega - (\omega_2 - \omega_1), \quad \Delta_3 = \omega - (\omega_2 - \omega_3), \quad \Delta_{31} = \omega_3 - \omega_1 = \Delta_3 - \Delta_1.$$

Ξ 型

$$H = a[g_1(S_{21}^{(A)} + S_{21}^{(B)})\exp(-i\Delta_1 t) + g_3(S_{32}^{(A)} + S_{32}^{(B)})\exp(-i\Delta_3 t)] + \text{H. C.} + \Omega[S_{21}^{(A)} S_{21}^{+(B)} + S_{32}^{(A)} S_{32}^{+(B)} + S_{21}^{(A)} S_{32}^{+(B)} \exp(i\Delta_{31} t) + S_{32}^{(A)} S_{21}^{+(B)} \exp(-i\Delta_{31} t)] + \text{H. C.} \quad (5b)$$

其中

$$\Delta_1 = \omega - (\omega_2 - \omega_1), \quad \Delta_3 = \omega - (\omega_3 - \omega_2), \quad \Delta_{31} = 2\omega_2 - (\omega_3 + \omega_1) = \Delta_3 - \Delta_1.$$

V 型

$$H = a[g_1(S_{12}^{(A)} + S_{12}^{(B)})\exp(-i\Delta_1 t) + g_3(S_{32}^{(A)} + S_{32}^{(B)})\exp(-i\Delta_3 t)] + \text{H. C.} + \Omega[S_{12}^{(A)} S_{12}^{+(B)} + S_{32}^{(A)} S_{32}^{+(B)} + S_{12}^{(A)} S_{32}^{+(B)} \exp(i\Delta_{31} t) + S_{32}^{(A)} S_{12}^{+(B)} \exp(-i\Delta_{31} t)] + \text{H. C.} \quad (5c)$$

其中

$$\Delta_1 = \omega - (\omega_1 - \omega_2), \quad \Delta_3 = \omega - (\omega_3 - \omega_2), \quad \Delta_{31} = \omega_1 - \omega_3 = \Delta_3 - \Delta_1.$$

这里 Δ_1 和 Δ_3 分别是 $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ 和 $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ 跃迁的失谐量, g_1 与 g_3 分别是光场和 $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$, $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ 跃迁的耦合系数。下面将以 Λ 型为例讨论, 其它能级构型的讨论可以类似地展开。

3 Λ 型原子间的偶极相互作用对系统波函数的影响

对于两个全同的 Λ 型原子, 设初始时原子处于基态 $|1\rangle$ 和激发态 $|2\rangle$ 的相干叠加, 光场处于单模真空态, 因此, 系统初始处于

$$|\Psi(0)\rangle = \cos\theta|0, 1, 1\rangle + \sin\theta \exp(i\varphi)|0, 2, 2\rangle, \quad (6)$$

其中 φ 为叠加相位, $\cos\theta$ 和 $\sin\theta$ 是系统处于

$|0, 1, 1\rangle$ 和 $|0, 2, 2\rangle$ 的概率幅。在 t 时刻, 波函数演化为

$$|\Psi(t)\rangle = \cos\theta|0, 1, 1\rangle + \sin\theta \exp(i\varphi) \times \{C_1|0, 2, 2\rangle + C_2|2, 1, 1\rangle + C_3|2, 3, 3\rangle + A_1|1, 1, 2\rangle + A_2|1, 3, 2\rangle + A_3|2, 1, 3\rangle + B_1|1, 2, 1\rangle + B_2|1, 2, 3\rangle + B_3|2, 3, 1\rangle\}, \quad (7)$$

其中“ $| \rangle$ ”内第一个数字为光子数, 第二个数代表 A 原子的能级, 第三个数代表 B 原子的能级, 系数 C_j , A_j 和 B_j ($j = 1, 2, 3$) 都是时间的函数。可以证明, 由于两个原子是全同的, 因此有 $A_j = B_j$ ($j = 1, 2, 3$), 又设 $g_1 = g_3 \equiv g$ 。由 (5a) 式的哈密顿量和薛定谔方程可以得到下列微分方程组

$$\left. \begin{aligned}
 i\dot{C}_1(t) &= 2g\exp(-i\Delta_1 t)A_1(t) + 2g\exp(-i\Delta_3 t)A_2(t), \\
 i\dot{C}_2(t) &= 2\sqrt{2}g\exp(i\Delta_1 t)A_1(t), \\
 i\dot{C}_3(t) &= 2\sqrt{2}g\exp(i\Delta_3 t)A_2(t), \\
 i\dot{A}_1(t) &= g\exp(i\Delta_1 t)C_1(t) + \sqrt{2}g\exp(-i\Delta_1 t)C_2(t) + \\
 &\quad \sqrt{2}g\exp(-i\Delta_3 t)A_3(t) + \Omega A_1(t) + \Omega\exp(-i\Delta_{31} t)A_2(t), \\
 i\dot{A}_2(t) &= g\exp(i\Delta_3 t)C_1(t) + \sqrt{2}g\exp(i\Delta_3 t)C_3(t) + \\
 &\quad \sqrt{2}g\exp(-i\Delta_1 t)A_3(t) + \Omega A_2(t) + \Omega\exp(i\Delta_{31} t)A_1(t), \\
 i\dot{A}_3(t) &= \sqrt{2}g\exp(i\Delta_3 t)A_1(t) + \sqrt{2}g\exp(i\Delta_1 t)A_2(t)
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

考虑一个比较简单的情况,即 $\Delta_1 = \Delta_3 = \Delta$, ($|1\rangle, |3\rangle$ 能级简并), $\Delta_{31} = 0$ 。在这种情况下,(8)式可以解出

$$\left. \begin{aligned}
 A_1(t) &= A_2(t) = 0.5[m_1\exp(i\gamma_1 t) + m_2\exp(i\gamma_2 t) + m_3\exp(i\gamma_3 t)], \\
 C_1(t) &= 1 - 2g\left\{ \frac{m_1}{\gamma_1 - \Delta}[\exp(i(\gamma_1 - \Delta)t) - 1] + \frac{m_2}{\gamma_2 - \Delta}[\exp(i(\gamma_2 - \Delta)t) - 1] + \frac{m_3}{\gamma_3 - \Delta}[\exp(i(\gamma_3 - \Delta)t) - 1] \right\}, \\
 C_2(t) &= C_3(t) = A_3(t) = \\
 &\quad -\sqrt{2}g\left\{ \frac{m_1}{\gamma_1 + \Delta}[\exp(i(\gamma_1 + \Delta)t) - 1] + \frac{m_2}{\gamma_2 + \Delta}[\exp(i(\gamma_2 + \Delta)t) - 1] + \frac{m_3}{\gamma_3 + \Delta}[\exp(i(\gamma_3 + \Delta)t) - 1] \right\},
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中

$$\left. \begin{aligned}
 m_1 &= 2g[(\gamma_2 + \gamma_3) + (2\Omega - \Delta)]/[(\gamma_2 - \gamma_1)(\gamma_3 - \gamma_1)], \\
 m_2 &= 2g[(\gamma_1 + \gamma_3) + (2\Omega - \Delta)]/[(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_3 - \gamma_2)], \\
 m_3 &= 2g[(\gamma_1 + \gamma_2) + (2\Omega - \Delta)]/[(\gamma_1 - \gamma_3)(\gamma_2 - \gamma_3)],
 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

γ_1, γ_2 和 γ_3 是下列三次方程的三个根

$$\gamma^3 + 2\Omega\gamma^2 - (\Delta^2 + 12g^2)\gamma - 2\Delta(\Delta\Omega - 2g^2) = 0, \quad (11)$$

如果初始时两原子处于能级 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 的叠加,那么,只要将(6)式及(7)式中 $\cos\theta|0,1,1\rangle$ 的改为 $\cos\theta|0,3,3\rangle$ 。

4 光场性质的时间演化

单模真空光场与处于基态和激发态的叠加态中双原子作用,产生的光场中光子数的平均值为

$$\langle N \rangle = 4\sin^2\theta(|A_1|^2 + 2|A_3|^2), \quad (12)$$

光子数的涨落为

$$\begin{aligned}
 \langle (\Delta N)^2 \rangle &= 4\sin^2\theta(|A_1|^2 + 4|A_3|^2) - \\
 &\quad 16\sin^4\theta(|A_1|^2 + 2|A_3|^2)^2, \quad (13)
 \end{aligned}$$

光场的二阶相关函数为

$$g^{(2)}(0) = \frac{|A_3|^2}{2\sin^2\theta(|A_1|^2 + 2|A_3|^2)^2}, \quad (14)$$

定义光场振幅的两个正交分量:

$$\left. \begin{aligned}
 a_1 &= (a + a^+)/2, \\
 a_2 &= (a - a^+)/2i,
 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

可以证明在 $|\Psi(t)\rangle$ 态中, a_1, a_2 的平均值为零,因此其涨落为

$$\langle (\Delta a_1)^2 \rangle = 1/4 + 2\sin^2\theta(|A_1|^2 + 2|A_3|^2) +$$

$$\sqrt{2}/4\sin(2\theta)\text{Re}(C_2 e^{i\varphi}), \quad (16a)$$

$$\langle (\Delta a_2)^2 \rangle = 1/4 + 2\sin^2\theta(|A_1|^2 + 2|A_3|^2) -$$

$$\sqrt{2}/4\sin(2\theta)\text{Re}(C_2 e^{i\varphi}). \quad (16b)$$

按惯例,定义场振幅正交分量 a_j 的压缩参量 $S_j = \langle (\Delta a_j)^2 \rangle - 1/4$, ($j = 1, 2, \dots$)。若 $s_j < 0$, 则表明 a_j 的涨落被压缩。由(16)式可知, $\theta = \pi/2$ 时, $S_1 = S_2 > 0$, 这说明原子初始状态中是否含有基态对光场的压缩有关键作用,这一点十分类似于光场的光子数叠加态中是否有真空态参与叠加对光场的压缩有关键作用^[11]。如果初始时原子只处于激发态,那么光场在任何时候都不可能被压缩。

5 集合偶极矩的压缩和原子分布的时间演化

对于两个全同的 Λ 型三能级原子,定义下列三个集合原子算符:

$$\left. \begin{aligned}
 S_{21} &= [S_{21}^{(A)} + S_{21}^{(B)}]\exp(-i\omega_{21}t), \\
 S_{23} &= [S_{23}^{(A)} + S_{23}^{(B)}]\exp(-i\omega_{23}t), \\
 S_{13} &= [S_{13}^{(A)} + S_{13}^{(B)}]\exp(-i\omega_{13}t),
 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

它们是单个三能级原子的相应原子算符之和。由此得到在相互作用绘景中集合偶极矩的色散分量 $d_{21}^{(1)}, d_{23}^{(1)}$ 和吸收分量 $d_{21}^{(2)}, d_{23}^{(2)}$ 分别为

$$\left. \begin{aligned} d_{21}^{(1)} &= \frac{1}{2} [S_{21}^{(A)} + S_{21}^{(B)} + S_{21}^{+(A)} + S_{21}^{+(B)}], \\ d_{23}^{(1)} &= \frac{1}{2} [S_{23}^{(A)} + S_{23}^{(B)} + S_{23}^{+(A)} + S_{23}^{+(B)}], \end{aligned} \right\} \quad (18a)$$

$$\left. \begin{aligned} d_{21}^{(2)} &= \frac{1}{2i} [S_{21}^{(A)} + S_{21}^{(B)} - S_{21}^{+(A)} - S_{21}^{+(B)}], \\ d_{23}^{(2)} &= \frac{1}{2i} [S_{23}^{(A)} + S_{23}^{(B)} - S_{23}^{+(A)} - S_{23}^{+(B)}], \end{aligned} \right\} \quad (18b)$$

由(7)式, (9)式~(11)式可知, 在 $|\Psi(t)\rangle$ 态中 $d_{21}^{(1)}, d_{21}^{(2)}, d_{23}^{(1)}$ 和 $d_{23}^{(2)}$ 的平均值都为零, 因此它们的涨落为

$$\left. \begin{aligned} \langle (\Delta d_{21}^{(1)})^2 \rangle &= 0.5 [\cos^2 \theta + \sin^2 \theta (|C_1|^2 + 5|A_1|^2 + 2|C_2|^2) + \sin 2\theta \operatorname{Re}(C_1 e^{i\varphi})], \\ \langle (\Delta d_{21}^{(2)})^2 \rangle &= 0.5 [\cos^2 \theta + \sin^2 \theta (|C_1|^2 + 5|A_1|^2 + 2|C_2|^2) - \sin 2\theta \operatorname{Re}(C_1 e^{i\varphi})], \\ \langle (\Delta d_{23}^{(1)})^2 \rangle &= \langle (\Delta d_{23}^{(2)})^2 \rangle = 0.5 \sin^2 \theta (|C_1|^2 + 5|A_1|^2 + 2|C_2|^2), \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

d_{21} 的两个分量的涨落不等, 而 d_{23} 的两个分量的涨落相等, 这是因为初始时原子处于 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 的叠加, 如果初始时原子处于 $|3\rangle$ 和 $|2\rangle$ 的叠加, 则 d_{21} 的两个分量的涨落将相等, 而 d_{23} 的两个分量的涨落不等, 如果初始时原子处于激发态 $|2\rangle$, 则 d_{21}, d_{23} 的两个正交分量的涨落都相等。

由于 $d_{21}^{(1)}$ 和 $d_{23}^{(1)}$ 及 $d_{21}^{(2)}$ 和 $d_{23}^{(2)}$ 的对易关系为

$$[d_{21}^{(1)}, d_{21}^{(2)}] = i/2 [(S_{22}^{(A)} + S_{22}^{(B)}) - (S_{11}^{(A)} + S_{11}^{(B)})], \quad (20a)$$

$$[d_{23}^{(1)}, d_{23}^{(2)}] = i/2 [(S_{22}^{(A)} + S_{22}^{(B)}) - (S_{33}^{(A)} + S_{33}^{(B)})], \quad (20b)$$

因此有

$$Q_{21}^{(1)} = 1/2 [\cos^2 \theta + \sin^2 \theta (|C_1|^2 + 5|A_1|^2 + 2|C_2|^2) + \sin 2\theta \operatorname{Re}(C_1 e^{i\varphi})] - 1/2 |\sin^2 \theta (|C_1|^2 + |A_1|^2 - 2|C_2|^2) - \cos^2 \theta|, \quad (23a)$$

$$Q_{21}^{(2)} = 1/2 [\cos^2 \theta + \sin^2 \theta (|C_1|^2 + 5|A_1|^2 + 2|C_2|^2) - \sin 2\theta \operatorname{Re}(C_1 e^{i\varphi})] - 1/2 |\sin^2 \theta (|C_1|^2 + |A_1|^2 - 2|C_2|^2) - \cos^2 \theta|, \quad (23b)$$

$$Q_{23}^{(1)} = Q_{23}^{(2)} = 1/2 \sin^2 \theta (5|A_1|^2 + 2|C_2|^2 + |C_1|^2 - ||C_1|^2 + |A_1|^2 - 2|C_2|^2|) > 0, \quad (23c)$$

由此可见, d_{23} 的两个分量不可能被压缩, 这也可以从这两个分量的涨落相等看出, 究其原因是由于两个原子的初始态是 $|2\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的叠加, 而不包括 $|3\rangle$ 。如果原子初始只处于激发态 $|2\rangle$, 那么, d_{21} 和 d_{23} 的两个分量都不会被压缩。因此原子的初始状态对原子偶极矩的压缩有很重要的作用。

对于具有简并下能级的两个三能级原子, 定义上、下能级的粒子数分布的差 P 为两原子都处于上能级 $|2\rangle$ 的概率与两原子都处于下能级 $|1\rangle$ 和 $|3\rangle$ 的概率的差, 即

$$P = \sin^2 \theta (|C_1|^2 - |C_2|^2 - |C_3|^2) - \cos^2 \theta, \quad (24)$$

$P > 0$ 意味着出现粒子数反转。

$$\langle [d_{21}^{(1)}, d_{21}^{(2)}] \rangle = i [\sin^2 \theta (|C_1|^2 + |A_1|^2 - 2|C_2|^2) - \cos^2 \theta], \quad (21a)$$

$$\langle [d_{23}^{(1)}, d_{23}^{(2)}] \rangle = i \sin^2 \theta (|C_1|^2 + |A_1|^2 - 2|C_2|^2), \quad (21b)$$

定义集合偶极矩的压缩参量为

$$Q_{21}^{(1)} = \langle (\Delta d_{21}^{(1)})^2 \rangle - 1/2 |\langle [d_{21}^{(1)}, d_{21}^{(2)}] \rangle|, \quad (22a)$$

$$Q_{21}^{(2)} = \langle (\Delta d_{21}^{(2)})^2 \rangle - 1/2 |\langle [d_{21}^{(1)}, d_{21}^{(2)}] \rangle|, \quad (22b)$$

由(19)和(20)式, 可以得到

6 数值计算和讨论

原子和光场的性质及其演化与两个原子之间的耦合强度 Ω 有关, 也与失谐量 Δ 及原子初始态中基态的概率幅 $\cos \theta$ (即 θ 参量) 有关。讨论初始时光场处于单模真空态, 原子处于基态 $|1\rangle$ 与激发态 $|2\rangle$ 的相干叠加, 能级 3 和 1 简并的情况。为方便, 在数值计算时令 $\varphi = 0$ 。

光场的二阶相关函数及其演化与各个参量的关系如图 2~图 4。 $g^{(2)}(0) < 1$ 时光场表现出反聚束的非经典特性。这里, $\theta \neq 0$ 。因为 $\theta = 0$ 表明原子初始只处于基态, 那么, 在光场为真空态的情况下, 不可能产生实光子。 θ 较小时, 例如 $\theta = \pi/6$ 时光场的

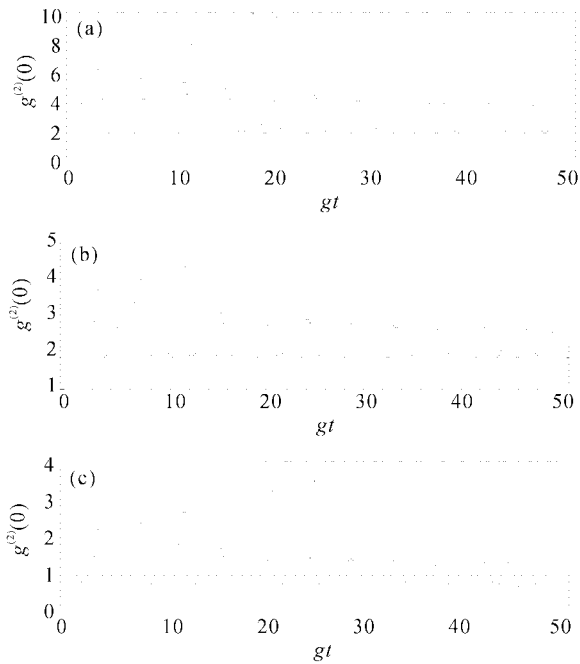


Fig. 2 The time evolutions of second-order correlation functions of light field with $\Omega=0.5g, \Delta=0.5g$, and (a) $\theta=\pi/6$; (b) $\theta=\pi/4$; (c) $\theta=\pi/3$

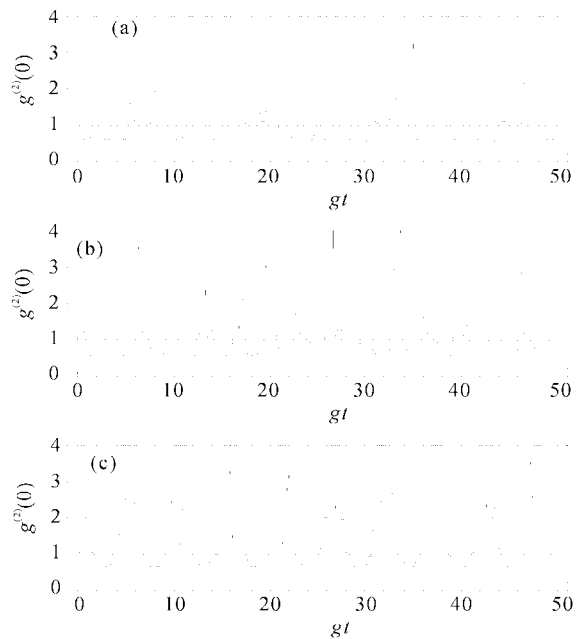


Fig. 3 The time evolutions of second-order correlation functions of light field with $\Delta=0.5g, \theta=4\pi/9$ and (a) $\Omega=0$; (b) $\Omega=2g$; (c) $\Omega=5g$

二阶相关函数大于 1, 光场超泊松分布和聚束效应见图 2(a)。 $\theta = \pi/4$ 时二阶相关函数振荡的最小值为 1, 光场处于经典临界状态。 $\theta = \pi/3$ 时二阶相关函数将小于 1, 光场表现出亚泊松分布和反聚束效应的非经典特性 [见图 2(b)]。 随着 θ 的增加, $g^{(2)}(0)$ 进一步减小。 因此, 原子初态中基态概率幅的减小

将促使光的二阶相关函数向非经典转化, 并且 θ 越大, 偏离经典越远。 两原子耦合的强度 Ω 的增加使二阶相关函数的时间演化表现出更明显的周期性调制, 这是由于耦合强的原子产生的光场之间有较强的关联。 失谐量的增加使二阶相关函数的时间演化中的噪声增大。 这是由于增大失谐量使两个原子跃迁在时间上的关联减弱, 增大了两个原子跃迁在时间上随机性。

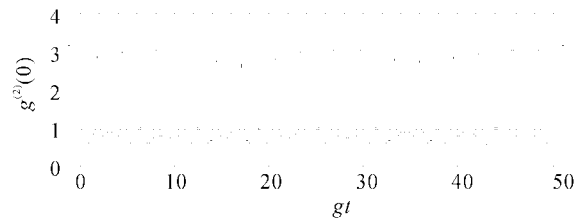


Fig. 4 The time evolutions of second-order correlation functions of light field with $\Delta=0, \Omega=0.5g$ and $\theta=4\pi/9$

场振幅正交分量 a_2 的压缩参量 S_2 的时间演化见图 5 ~ 图 7。 $S_2 < 0$ 表明 a_2 被压缩。 θ 较小时, a_2 在时间演化中压缩与非压缩将交替出现 [图 5(a)]。 随着 θ 的增加, 在其时间演化过程中压缩所占的时间减少而不压缩所占的时间增加 [图 5(b)]。 因此, 原子初态中基态概率幅的减小对光场振幅出现压缩是不利的。 这一点与二阶相关函数相反, 这也又一次说明反聚束与振幅压缩是互相独立的非经典效应。 原子耦合强度 Ω 的增加对光场振幅压缩的影响主要表现在压缩参量随时间演化中振荡的“噪声”减少 [见图 6(a) ~ 图 6(c)], 而对振荡幅度影响不大。 失谐量的增加会破坏振幅压缩参变振荡的周期性, 并能产生压缩 [图 7(a)、图 7(b)]。

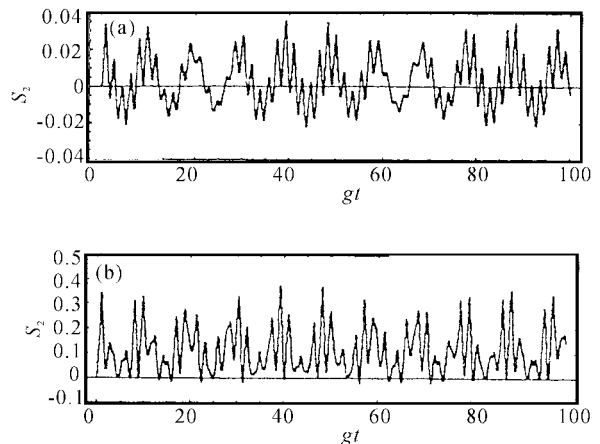


Fig. 5 The time evolutions of squeezing parameters S_2 for the quadrature component a_2 of the field with $\Omega=0.5g, \Delta=0.5g$, and (a) $\theta=\pi/36$; (b) $\theta=\pi/6$

双原子集合偶极矩吸收分量 $d_{21}^{(2)}$ 的压缩参量

$Q_{21}^{(2)}$ 的时间演化见图 8~图 10。 $Q_{21}^{(2)}$ 的时间演化对 θ 很敏感。 θ 较小时, $d_{21}^{(2)}$ 在时间演化中周期性地出现压缩与不压缩, 并且随 θ 的增加, 压缩的时间越来越短[图 8(a)~图 8(c)], 在 $\theta = 85\pi/180$ 时几乎不压缩。 $\theta = \pi/2$ 时, $Q_{21}^{(2)} > 0$ 。所以, 若原子初态中

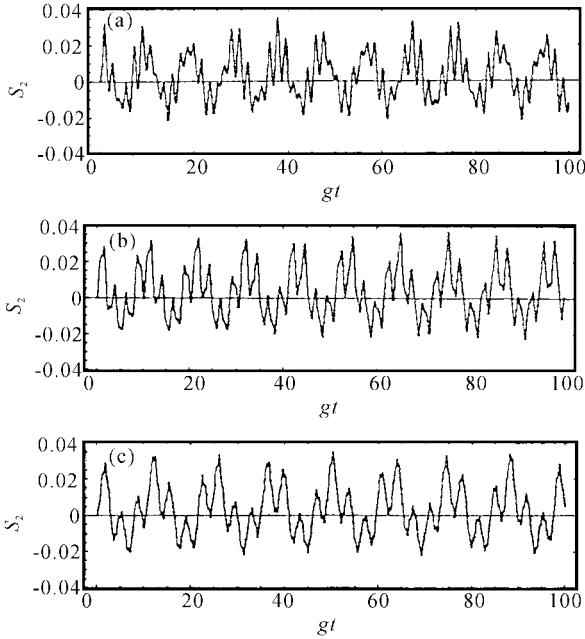


Fig. 6 The time evolutions of squeezing parameters S_2 for the quadrature component a_2 of the field with $\Delta = 0.5g, \theta = \pi/36$, and (a) $\Omega = 0$; (b) $\Omega = 2g$; (c) $\Omega = 4g$

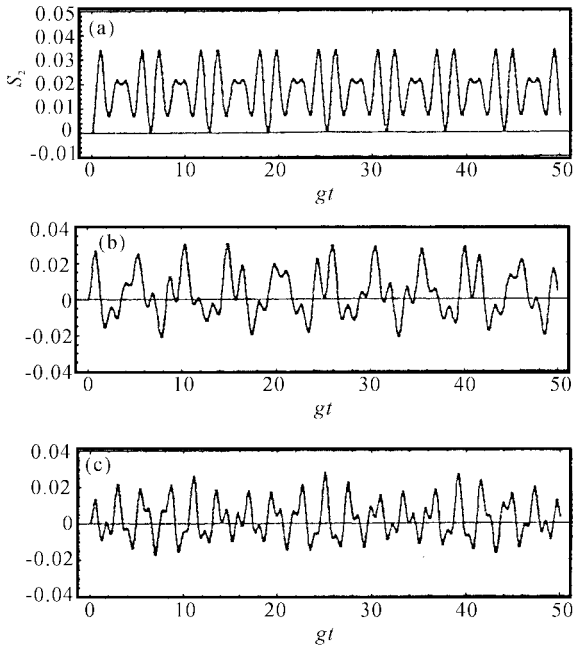


Fig. 7 The time evolutions of squeezing parameters S_2 for the quadrature component a_2 of the field with $\Omega = 0.5g, \theta = \pi/36$ and (a) $\Delta = 0$; (b) $\Delta = g$; (c) $\Delta = 2g$

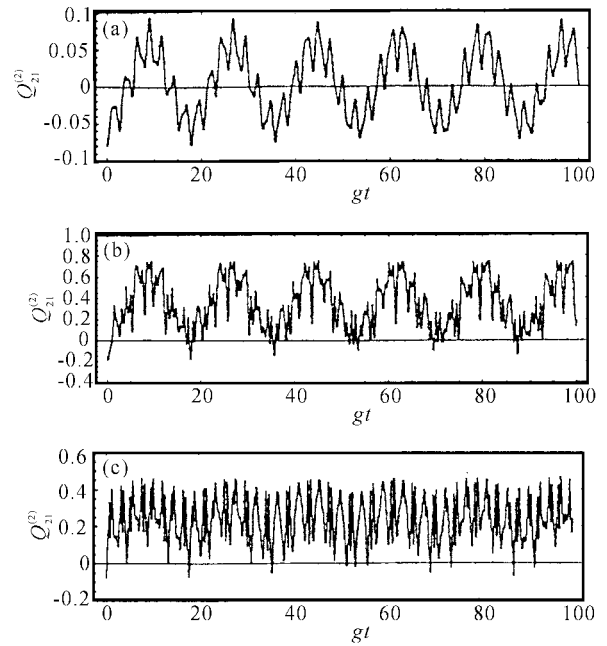


Fig. 8 The time evolutions of squeezing parameters $Q_{21}^{(2)}$ for the quadrature component $d_{21}^{(2)}$ of collective atomic dipole moment with $\Omega = 0.5g, \Delta = 0.5g$ and (a) $\theta = \pi/36$; (b) $\theta = \pi/3$; (c) $\theta = 85\pi/180$

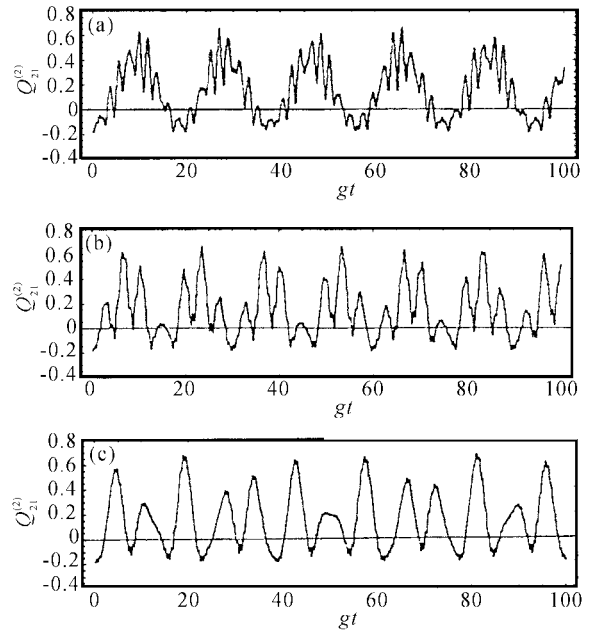


Fig. 9 The time evolutions of squeezing parameters $Q_{21}^{(2)}$ for the quadrature component $d_{21}^{(2)}$ of collective atomic dipole moment with $\Delta = 0.5g, \theta = \pi/6$ and (a) $\Omega = 0$; (b) $\Omega = 2g$; (c) $\Omega = 4g$

基态的概率幅为 0, 则 $d_{21}^{(2)}$ 不可能被压缩。可见基态分量的存在对原子偶极矩的压缩是很重要的。比较图 5 与图 8 可知, θ 对原子偶极矩压缩的影响和对光场振幅压缩的影响几乎是同步发生的。这也表明原子偶极矩压缩和光场振幅压缩有联系。耦合的强

度 Ω 的增大也使 $Q_{21}^{(2)}$ 演化中的噪声降低[见图 9(a)~图 9(c)]。失谐量的增加将破坏 $d_{21}^{(2)}$ 的压缩[图 10(a), 图 10(b)]。

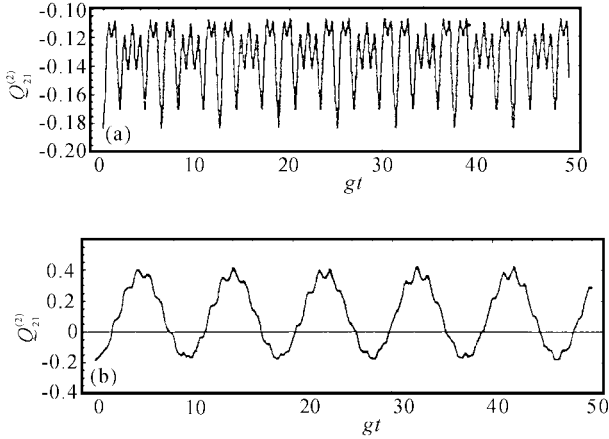


Fig. 10 The time evolutions of squeezing parameters $Q_{21}^{(2)}$ for the quadrature component $d_{21}^{(2)}$ of collective atomic dipole moment with $\Omega=0, 5g, \theta=\pi/6$ and (a) $\Delta=0$; (b) $\Delta=5g$

图 11~图 13 中表示了 θ, Ω 和 Δ 对粒子数反转 P 的演化的影响。 θ 的增加不改变 P 在时间演化中“振荡”的形状, 只使整个“振荡”向正值方向平移[图 11(a)~图 11(c)], 使在 θ 较小时的负值向 θ 较大时的正负交替转变, 原子初态中激发态概率幅的增加有利于粒子数的反转。 $\Omega=0$ 时 P 的演化有明显的

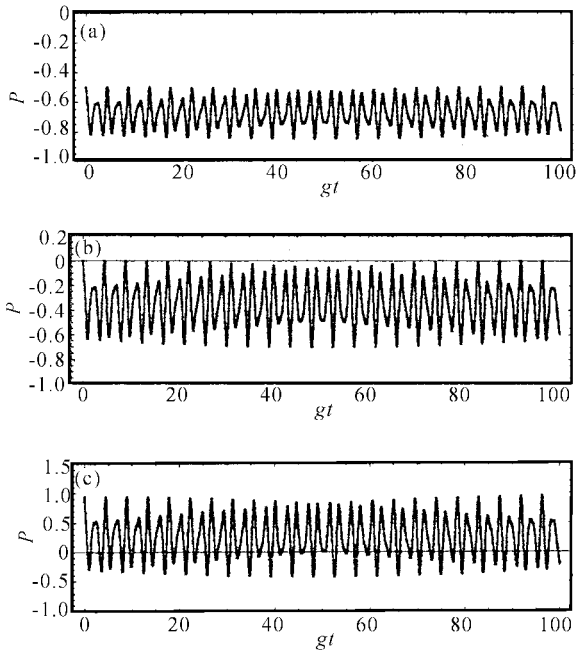


Fig. 11 The time evolutions of population inversion for coupling Λ type three-level atoms with degenerate lower levels in the case of $\Omega=0, 5g, \Delta=0.5g$ and (a) $\theta=\pi/6$; (b) $\theta=\pi/4$; (d) $\theta=4\pi/9$

周期性调制[图 12(a)], Ω 的增加使这种调制消失并使其“振荡”的周期增长[图 12(b)和图 12(c)]。图 13 表示了不同失谐量下的演化。

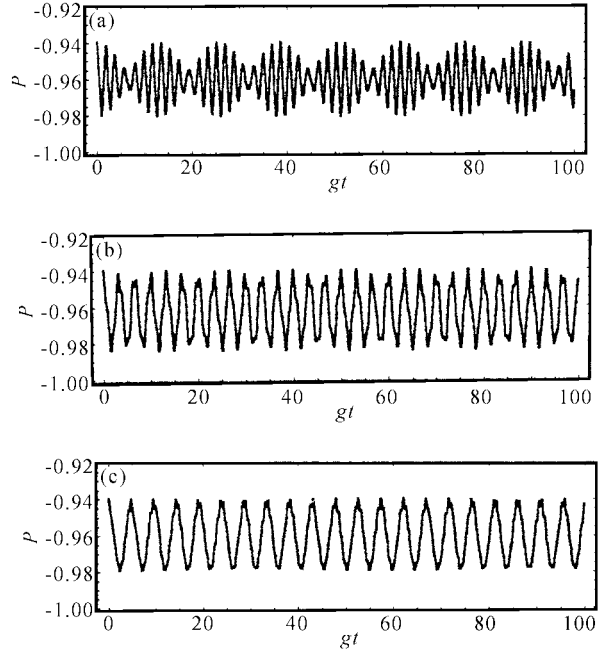


Fig. 12 The time evolutions of population inversion for coupling Λ type three-level atoms with degenerate lower levels in the case of $\Delta=0, 5g, \theta=\pi/18$ and (a) $\Omega=0$; (b) $\Omega=2g$; (c) $\Omega=4g$

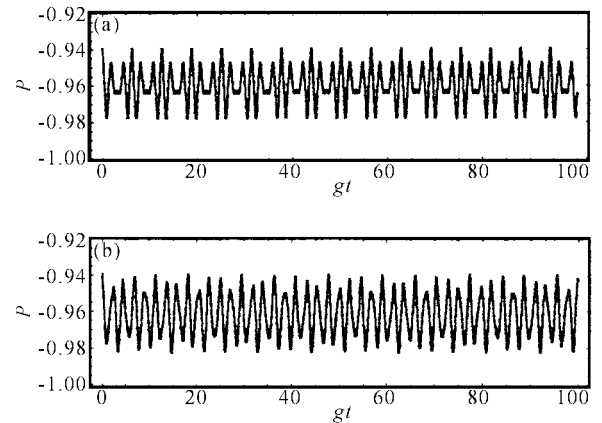


Fig. 13 The time evolutions of population inversion for coupling Λ type three-level atoms with degenerate lower levels in the case of $\Omega=0, 5g, \theta=\pi/18$ and (a) $\Delta=0$; (b) $\Delta=g$

结论 当两个三能级原子相距较近时, 它们通过偶极矩的相互作用而发生耦合, 这种耦合影响到光场和原子的动力学行为, 主要影响表现在对光场和原子性质的时间演化上。原子初始状态和系统的失谐量对光场和原子的性质及其时间演化也有影响。

原子初始状态中基态概率幅的减少能促使光场

的二阶相关函数由经典向非经典转化,使光场统计性质的非经典性增强,但却使光场振幅和原子偶极矩的压缩参量向正值方向转化。反之,基态概率幅的增加使光场振幅和原子偶极矩几乎同步地由非压缩转变到压缩。这又一次说明光场的反聚束特性和压缩特性是互相独立的非经典性质,而光场振幅的压缩特性与原子偶极矩的压缩特性之间有关系。

耦合强度的增加对光场是否表现出反聚束效应和振幅是否被压缩影响不大,但却使二阶相关函数的演化表现出更明显的周期性调制,也使场振幅的压缩参量在演化时表现的振荡中的“噪声”成分减少。耦合强度的增加对原子偶极矩压缩参量及粒子数布居反转的时间演化中表现的振荡的幅度影响不大,但也使振荡的“噪声”成分减少,并使振荡出现明显的周期性调制,调制周期增长。这是由于两个原子通过偶极矩耦合而产生的合作效应,使两个原子的动力学行为相互牵制。

失谐量对光场振幅和原子偶极矩压缩有不同的影响,对粒子数布居反转的影响不大,只改变粒子数布居的振荡形状。

参 考 文 献

- 1 Shore B W, Knight P L. The Jaynes-Cummings model. *J. Mod. Opt.*, 1993, **40**(7):1195~1238
- 2 Knight P L, Quang T. Sub-poissonian statistics and squeezing in fluorescence from N atoms in a cavity. *Phys. Rev. (A)*, 1990, **40**(11):6255~6260
- 3 Hassan S S, Abdalla M S, Obada A S F *et al.*. Periodic squeezing in the Tavis-Cummings model. *J. Mod. Opt.*, 1993, **40**(7):1351~1367
- 4 Seminara F, Leonardi C. Dipole-dipole interaction and spontaneous decay of two atoms in an overdamped cavity. *Phys. Rev. (A)*, 1990, **42**(9):5695~5702
- 5 Joshi A, Puri R R, Lawande S V. Effect of dipole interaction and phase-interrupting collisions on the collapse-and revival phenomenon in the Tavis-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1991, **44**(3):2135~2140
- 6 Huang Chunjia, Zhou Ming, Li Jiangfan *et al.*. Quantum properties of light in the system of two-mode squeezing vacuum field interacting with two coupling-atoms *Acta Physica Sinica* (物理学报), 2000, **49**(11):2159~2164 (in Chinese)
- 7 Li Xiaoshen, Lin D L, George T F. Nonresonant interaction of a three-level atom with cavity fields I: General formalism and level occupation probabilities. *Phys. Rev. (A)*, 1987, **36**(11):5209~5219
- 8 Li Xiaoshen, Lin D L, George T F *et al.*. Nonresonant interaction of a three-level atom with cavity fields IV. Atomic dipole moment and squeezing effects. *Phys. Rev. (A)*, 1989, **40**(1):228~236
- 9 Skornia C, von Zanthier J, Agarwal G S *et al.*. Monitoring the dipole-dipole interaction via quantum jumps of individual atoms. *Phys. Rev. (A)*, 2001, **64**(5):053803-1~053803-4
- 10 Xu Dahai, Peng Jinsheng, Tian Yonghong *et al.*. Relations between atomic dipole squeezing and field squeezing in the coupling system of three-level atom. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(12):1592~1598 (in Chinese)
- 11 Dong Chuanhua. Higher order squeezing of mixed superposition states. *Acta Physica Sinica* (物理学报), 1992, **41**(3):428~436 (in Chinese)

Dynamic Behaviors of a System of Coupling Three-Level Atoms Interaction with Light Field

Dong Chuanhua

(Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 200436)

(Received 26 November 2001; revised 5 April 2002)

Abstract: The interaction of coupling three-level atoms with cavity field is studied. The differential equations describing the dynamic behaviors of the system for three kinds of atom level configuration called Λ , Ξ and V are derived. The case of Λ type with degenerate lower levels is discussed in detail. The effects of the coupling strength between the atoms, the initial states and detuning on the time evolutions of the system are analyzed.

Key words: quantum optics; Jaynes-Cummings model; squeezing; coupling atom; collective dipole moment