

文章编号: 0253-2239(2003)12-1460-4

# 同轴双无衍射光的理论与实验\*

赵 斌

(华中科技大学机械科学与工程学院仪器系, 武汉 430074)

**摘要:** 提出同轴双无衍射光的概念。如果两束汇聚角略有不同的同轴无衍射光同时存在, 则它们相互之间叠加干涉后产生一种纵向呈周期变化的光场结构, 这是一种新的光束空间分布, 这种光束在横向仍是一种同心环光斑, 可用于精密对准。而在不同纵向位置, 这些同心环的强度分布是不同的, 且是周期性变化的。同轴双无衍射光的轴向周期性可用于沿光束传播方向的定位。文中提出了双环缝法、分段圆锥透镜法、正弦相位环光栅法等实现同轴双无衍射光的理论与实验方法, 分析了同轴双无衍射光的横向与纵向传播的衍射光斑特性, 理论计算与实验测量的结果基本相符合。

**关键词:** 物理光学; 衍射; 无衍射光; 同轴双无衍射光; 轴向定位; 激光测量  
中图分类号: O436.1 文献标识码: A

## 1 引 言

无衍射光<sup>[1]</sup>是一种光斑图案不随传播距离的变化而变化的特殊光束, 它有特殊的衍射传播特性<sup>[2,3]</sup>, 它在精密直线度测量和激光三角测量中有很好的应用前景<sup>[4,5]</sup>, 但是, 无衍射光的纵向不变性使得在横向能精确定位的同时, 纵向却无法定位, 因为纵向各位置处的光斑图案都是相同的, 没有变化也就无法测量。为此, 本文提出一种同轴双无衍射光概念, 即让两束汇聚角略有不同的无衍射光同时存在, 则它们相互之间叠加干涉后产生一种纵向呈周期变化的光场结构, 从而形成一种新的光束空间分布。一方面, 这种光束在横向仍是一种同心环光斑, 仍可用于精密对准, 而在不同纵向位置, 这些同心环的分布是不同的, 且是周期性变化的, 分析、计算这些光环结构参量, 将有可能测量光束所在的纵向位置, 从而提供一种三维空间位置对准的方法。

## 2 同轴双无衍射光的产生方法

目前无衍射光的主要产生方法有, 环缝法<sup>[1]</sup>、全息法<sup>[6]</sup>、二元光学法<sup>[7]</sup>、圆锥透镜法<sup>[8]</sup>, 参照已有的这些方法, 提出以下几种产生同轴双无衍射光的方法:

### 2.1 双环缝法(图 1)

环缝法是与无衍射光的数学定义直接对应的方

法, 环缝在透镜前焦面上, 环上每一点都将产生对应的平面波谱, 内外两个环  $R_1$  和  $R_2$  将分别产生一束无衍射光, 它们在透镜的像方空间叠加后形成同轴无衍射光。显然, 这种方法理论上是可行的, 但与普通环缝法一样, 能量利用率是低的。

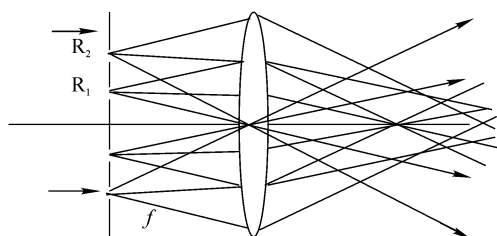


Fig. 1 Annular di-slit method

### 2.2 分段圆锥透镜法(图 2)

将原本用于产生单无衍射光的圆透镜的锥面分成  $ab$  和  $bc$  两段, 并使其锥角略有不同, 两段所产生的锥面波, 在其上、下对称波面的重叠区, 将产生各自的环状近似无衍射光, 且分别位于  $ag$  和  $eh$  段, 而  $eg$  是两束无衍射光的重叠段, 将出现特殊的干涉条纹(具体见下节介绍)。这种方法在实验上已证明是

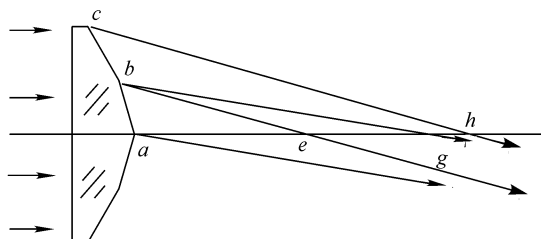


Fig. 2 Segment axicon method

\* 国家自然科学基金(59805006)资助课题。

E-mail: zbin@wuhan.cngb.com

收稿日期: 2002-10-24

可行的,但由于两锥角差别不大,所以,  $eg \ll ag$ , 即可用的重叠范围不大。

### 2.3 正弦相位环光栅法(图 3)

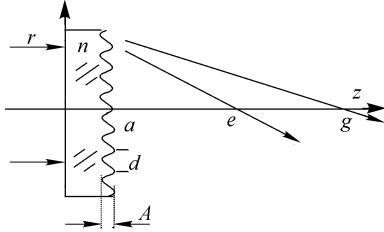


Fig. 3 Sine phase ring grating

光栅表面形状方程为

$$z = A \cos(2\pi r/d), \quad (1)$$

$d$  为光栅周期。平面波通过这样的相位光栅后,波面振幅分布为

$$E = E_0 \exp[-ik \cdot A(n-1) \cos(2\pi r/d)], \quad (2)$$

其中  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $n$  是透镜折射率。将(2)式用贝塞耳函数展开得

$$E = E_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m[kA(n-1)] \times i^m \cdot \exp(-im2\pi r/d), \quad (3)$$

(3) 式中不同  $m$  正好对应不同锥角的锥面波,  $m$  的正负表示对应光波成份的汇聚或发散。

当选择相位光栅的振幅  $A$ , 使得

$$J_0[kA(n-1)] = 0, \quad (4)$$

$E$  中的主要成分就剩下

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 J_1[kA(n-1)] \cdot i \cdot \exp(-i2\pi r/d) + E_0 J_{-1}[kA(n-1)] \cdot i^{-1} \cdot \exp(i2\pi r/d) = \\ &= E_0 J_1[kA(n-1)] \cdot i \cdot \exp(-i2\pi r/d) + E_0 J_1[kA(n-1)] \cdot i \cdot \exp(i2\pi r/d) = \\ &= E_0 J_1[kA(n-1)] \cdot i \cdot [2\cos(2\pi r/d)], \end{aligned} \quad (5)$$

和

$$\begin{aligned} E_2 &= E_0 J_2[kA(n-1)] \cdot i^2 \cdot \exp(-i4\pi r/d) + E_0 J_{-2}[kA(n-1)] \cdot i^{-2} \cdot \exp(i4\pi r/d) = \\ &= -E_0 J_2[kA(n-1)] \cdot [2\cos(4\pi r/d)]. \end{aligned} \quad (6)$$

3 次以上谐波在理论上也存在,但相对幅度很小,故可略去。由(5)式、(6)式可见,  $E_1$  和  $E_2$  分别对应两束锥面波,而锥面波传播后将产生各自的无衍射光,它们相叠的范围为  $ae$ , 由于  $ae \gg eg$ , 所以有用的重叠范围远大于分段锥透镜法,是更实用的产生同轴双无衍射光的方法。

## 3 同轴双无衍射光的光学特性

理想无衍射光的表达式<sup>[1]</sup> 为

$$E = \exp[i(k_z z - \omega t)] \cdot J_0(k_{\perp} r), \quad (7)$$

其中

$$k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta,$$

$$k_{\perp} = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta,$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$\theta$  对应锥面波的锥角。若两个锥角为  $\theta_1$  和  $\theta_2$  的无衍射光沿光轴相叠,则总光强  $E$  为

$$\begin{aligned} E &= E_0 \exp[i(kz \cos \theta_1 - \omega t)] \cdot J_0(kr \sin \theta_1) + \\ &= E_0 \exp[i(kz \cos \theta_2 - \omega t)] \cdot J_0(kr \sin \theta_2), \end{aligned} \quad (8)$$

其轴上点  $r = 0$  的  $I \sim z$  变化规律为

$$\begin{aligned} I(z)_{r=0} &= E \cdot E^* = \\ &= 2\{\cos[kz(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)] + 1\} E_0^2, \end{aligned} \quad (9)$$

对于正弦相位环光栅,由式(5)和(6)可得关系,另一方面,要产生环间隔较宽的环栅光斑,锥面波的锥角必须很小,即  $\theta_2 = 2\theta_1 \rightarrow 0$ , 则可化简(9)式得

$$\begin{aligned} I(z)_{r=0} &= 4\cos^2[kz(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)/2] \cdot E_0^2 \approx \\ &= 4\cos^2(3kz\theta_1^2/4) \cdot E_0^2, \end{aligned} \quad (10)$$

可见,两个无衍射光叠加后,轴上点光强沿光轴  $z$  呈正弦曲线变化规律。不过,由于轴上点光强受整个光学系统各元件的像差的影响最大,故实验上很难观察到这一规律。

再来分析轴外图案的  $I \sim r$  变化规律。

根据贝塞尔函数的特点<sup>[9]</sup>, 当  $r$  较大时, (8) 式中两项的零点分别为

$$kr \sin \theta_1 = (m_1 - 1/4)\pi, \quad (11)$$

和

$$kr \sin \theta_2 = (m_2 - 1/4)\pi, \quad (12)$$

其中  $m_1$  和  $m_2$  为整数。由此可见,它们是周期分别为  $\lambda/2\sin \theta_1$  和  $\lambda/2\sin \theta_2$  的两组圆环。由于两个叠加的条纹还带有一个相位系数,实际上是复数相加,故最终环上强度的最大值、最小值是多少还取决于光斑沿光轴的位置。下面讨论若干特殊位置处的光斑图案。

当  $kz(\cos \theta_1 - \cos \theta_2) = 2m\pi$  时,

$$E = J_0(kr \sin \theta_1) + J_0(kr \sin \theta_2). \quad (13)$$

当  $kz(\cos \theta_1 - \cos \theta_2) = (2m+1)\pi$  时,

$$E = J_0(kr \sin \theta_1) - J_0(kr \sin \theta_2), \quad (14)$$

在这两种情况下,由于贝塞尔函数的正负震荡性,总是存在一些位置  $r$ ,使得  $E$  中的第一项与第二项相消,最小光强达到“0”,且其附近存在较宽的暗条纹,从而形成明暗对比强烈的条纹,因此整个光斑环图案的对比度最高,图 4(a)是按(14)式计算的条纹图,图 5(a)是实验照片,它是沿光轴得到的条纹对比度最好的照片,可以看到其上暗条纹的宽度较大,整体感觉条纹对比度好,当然,图上也存在某些局部的暗条纹并不宽,这种不均匀性是由于透镜波差不均匀引起的,但整体上这一位置的光斑条纹对

比度最大。

当  $kz(\cos \theta_1 - \cos \theta_2) = (2m \pm 1/2)\pi$  时,

$$E = J_0(kr \sin \theta_1) \pm i \cdot J_0(kr \sin \theta_2), \quad (15)$$

$$I = J_0^2(kr \sin \theta_1) + J_0^2(kr \sin \theta_2). \quad (16)$$

由于  $E$  中的两项相差  $90^\circ$  相位,复数相加后,相对于(13)、(14)式,条纹光强的最大值减小,暗条纹区光强普遍增大,条纹密度也增加一倍,其计算图象见图 4(b),可见原来宽的暗条纹消失了,而新的暗条纹非常窄,条纹明暗反差小,在实验中甚至人眼感觉不到条纹的存在,光强为连续的一片[见实验照片图 5(b)]。

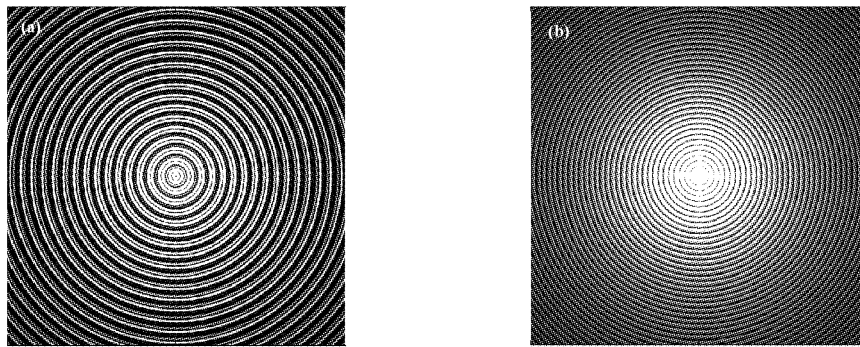


Fig. 4 Computed graph of coaxial di-nondiffracting beam. (a) Computed graph with high contrast; (b) Computed graph with low contrast

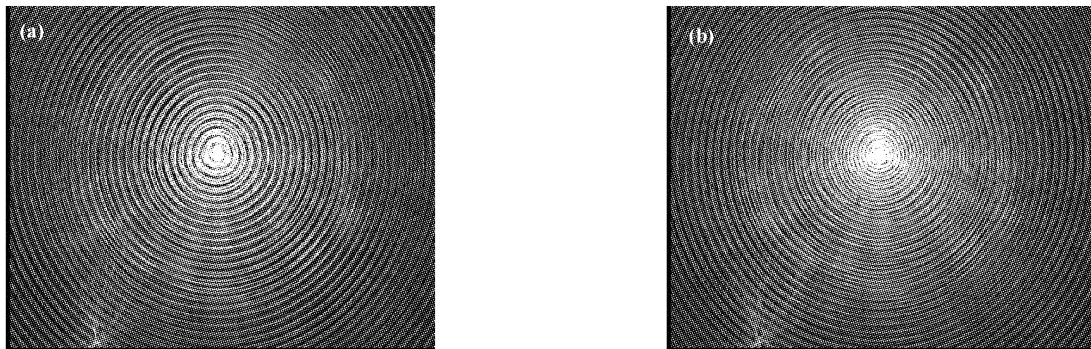


Fig. 5 Experimental graph of coaxial di-nondiffracting beam. (a) Experimental graph with high contrast; (b) Experimental graph with low contrast

而在其它非特殊位置:

$$I = J_0^2(kr \sin \theta_1) + J_0^2(kr \sin \theta_2) + 2\cos[kz(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)] \cdot J_0(kr \sin \theta_1) \cdot J_0(kr \sin \theta_2). \quad (17)$$

其对比度介于前两者之间。从实验结果来看,双无衍射光场的光斑图案确实存在沿光轴的周期性变化,在人眼看来,变化过程中光环条纹由明显对比清晰到模糊一片,再逐渐变清楚,说明理论分析、模拟计算与实验结果是一致的。

作者认为,从同轴双无衍射光的条纹强度分布中,经合适的数学处理,将可能以一定的精度得到关于沿

光轴位置  $z$  的信息,例如,可以根据条纹密度的空间频率谱分布来判断是否处于前述的几个特殊位置。

**结论** 同轴双无衍射光可以用普通无衍射光元件变化后生成,也可以用正弦相位环光栅生成;理论分析与实验表明,同轴双无衍射光存在着沿光轴方向分布的周期性结构,在某些位置光环明暗对比好,而某

些位置变成模糊一片,同轴双无衍射光的这些特性有可能用来同时实现轴向定位和横向定位。

### 参 考 文 献

- 1 Durnin J. Exact solution for nondiffracting beams. I: The scalar theory. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1987, **4**(4):651~654
- 2 Zhao Bin, Li Zhu. The focus diffraction property of axicon illuminated by inclined plane wave. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(3):299~305 (in Chinese)
- 3 Zhao Bin, Li Zhu, Huang Dexiu. Transformation of non-diffracting beams by a telescope system. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1998, **18**(6):707~711 (in Chinese)
- 4 Zhao Bin. Principle and experimental research on spatial straightness measurement by means of non-diffracting beam and moire fringe. *Acta Metrologica Sinica* (计量学报), 2002, **23**(2):81~86 (in Chinese)
- 5 Zhou Liping, Zhao bin, Li Zhu. Research on laser triangulation measurement system with non-diffraction beam. *Laser Technology* (激光技术), 1998, **22**(1):22~25 (in Chinese)
- 6 Antti Vasara. Realization of general nondiffracting beams with computer generated holograms. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1989, **6**(11):1748~1754
- 7 Zhou Jing, Shi Wenmin, Xu Daxiong *et al.*. Diffraction-free beams and the design of a binary axicon. *Chin. J. Lasers* (中国激光), 1994, **21**(9):745~749 (in Chinese)
- 8 Herman R M. Production and uses of diffractionless beams. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1991, **8**(6):932~942
- 9 Wang Huzhen. *Handbook of Modern Mathematics in Science and Engineering* (现代工程数学手册). Vol. 1. Wuhan: Huazhong Polytechnic College Press, 1985, first edition: 850

## Theory and Experiments of Coaxial Di-Nondiffracting Beam

Zhao Bin

(Department of Instrumentation School of Mechanical Science and Engineering,  
Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(Received 24 October 2002)

**Abstract:** The concept of coaxial di-nondiffracting beam is proposed. If two nondiffracting beams with small difference of convergence angle and common axis exist at same time, they will interference with each other to form a light field structure that varies periodically along the propagation direction. It is a new kind of space distribution of light beam. The cross-section of this beam is still rings fringe pattern with common center that can be used for precision alignment. However in different longitudinal position, the intensity distribution of these rings is different and varies periodically. The periodicity of the coaxial di-nondiffracting beam can be used for the positioning along the propagation direction. It is shown that the annular di-slit, axicon consisting of two conic surface and sine phase ring grating are capable of generating coaxial di-nondiffracting beam in theory and experiments. The diffraction pattern characteristics of coaxial di-nondiffracting beam along both transverse direction and longitudinal direction are analyzed. The experimental result fits to theoretical prediction basically.

**Key words:** physical optics; diffraction; non-diffracting beam; coaxial di-nondiffracting beam; axial positioning; laser measurement