

文章编号: 0253-2239(2003)12-1470-5

# 角锥棱镜的远场衍射特性

聂 辉 翁兴涛 李 松

(武汉大学电子信息学院, 武汉 430079)

刘基余

(武汉大学测绘科学与技术学院, 武汉 430079)

**摘要:** 角锥棱镜具有空间反射特性, 广泛用作激光测距的合作目标, 不同的使用情况有不同的精度要求, 对于远距离测距的角锥棱镜其远场衍射特性将直接影响测距效果。通过对角锥棱镜角度误差和面形误差的分析, 建立了具有角度误差和面形误差的角锥棱镜的出射波面的波差分布, 并按照光波的衍射原理计算具有误差的角锥棱镜的远场衍射图。通过衍射图可以看出出射光束的发散程度随着角度误差的增加而增加, 直至完全分离成六束光束。同时, 面形误差的增加将导致衍射图的急剧恶化, 使出射光束的质量明显降低。角锥棱镜的衍射特性对角锥棱镜的设计和评价具有指导意义。

**关键词:** 物理光学; 角锥棱镜; 角度误差; 面形误差; 波差

中图分类号: O436 文献标识码: A

## 1 引 言

角锥棱镜是一种特殊的逆向反射器, 具有空间定向反射特性。在理想情况下, 即如果不考虑角锥棱镜两面直角的角度误差, 反射面面形误差及通光口径的衍射效应等因素, 入射光束经相互垂直的三个反射面相继反射后, 出射光束将以与入射光束平行的方向反向射出角锥棱镜。当棱镜绕通过其顶点的折射面法线转动时, 不会引起出射光线方向的变化, 而且光线在棱镜内的光程是一个常量。

角锥棱镜广泛应用于激光测距中作为合作目标, 可显著增加作用距离和提高测距精度, 并广泛用于导弹、人造卫星和月球等的激光测距中, 成为这些应用得以实现的关键部件之一。同时, 角锥棱镜阵列也在公路交通、激光测距、光学器件等领域具有广泛的应用<sup>[1]</sup>。

处于地球空间轨道的角锥棱镜的返回光束必然受到光波衍射效应的影响。同时, 角锥棱镜不可避免地存在各种制造误差, 而这些误差必然会影响到返回光束。对于角锥棱镜的角度误差的讨论目前已经较为深入, 对面形误差讨论的很少, 同时这些误差对空间轨道上的角锥棱镜的影响目前还没有讨论。本

文的目的是建立具有误差的角锥棱镜的出射光波波差模型, 并研究面形误差和角度误差对角锥棱镜的远场衍射的影响。本工作对于速差补偿的角锥棱镜的设计和误差容限的选取具有现实指导意义。

## 2 角度误差和面形误差引起的出射光波波差描述

从棱镜底面看, 可以看到三条棱线及其像将底面分割成六个区域<sup>[2]</sup>(图 1)。

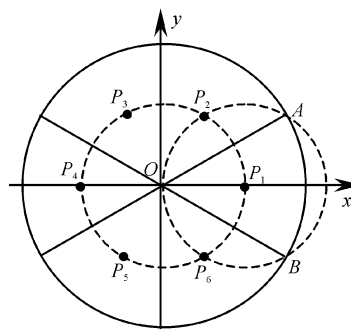


Fig. 1 Schematic of the front face partition

按照入射光线所处区域的不同, 可以有六种不同的反射顺序。图 1 中显示这六个区域, 并表示出这六个区域各自的中心。图 1 中  $OA=R$  为底面切割圆的半径,  $P_i (i=1, 2, 3, \dots, 6)$  分别为六个扇形的中心,  $OP_i = r = \frac{\sqrt{3}}{3}R$ 。因此各个中心点的坐标分别

E-mail: niehui@163.net

收稿日期: 2002-10-03; 收到修改稿日期: 2002-11-28

为： $P_1(r, 0)$ ,  $P_2\left(\frac{1}{2}r, \frac{\sqrt{3}}{2}r\right)$ ,  $P_3\left(-\frac{1}{2}r, \frac{\sqrt{3}}{2}r\right)$ ,  $P_4(-r, 0)$ ,  $P_5\left(-\frac{r}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}r\right)$ ,  $P_6\left(\frac{1}{2}r, -\frac{\sqrt{3}}{2}r\right)$ 。平行入射到底面的平行光由于角度误差和面形误差，出射时将不是平行光，而是具有波差的分布在六个扇面的六束光。

1) 具有两面角误差时波差的描述

角锥棱镜具有角度误差时出射方向相对于入射方向会有一定角度的偏离。假设某个扇面上的出射光束方向相对于入射光束方向的偏离角是  $\theta$ 。图 2 中,  $xy$  面为棱镜底面,  $x'y'$  面为出射波面, 其夹角就是偏离角  $\theta$ 。 $n$  和  $n_0$  分别是底面和出射波面的法线, 其夹角也是  $\theta$ 。因此, 为了得到具有角度误差时波差的分布, 有必要知道出射波面的法线矢量<sup>[2]</sup>。

假设入射光的矢量为

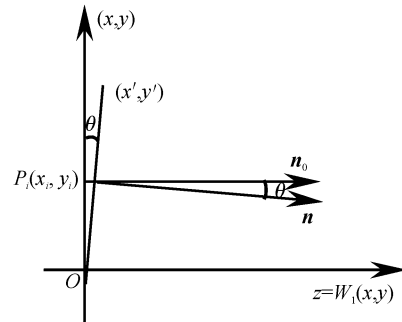


Fig. 2 Wave aberration because of dihedral angle offset

$$\mathbf{A} = \frac{-1}{|A|}(A_1\mathbf{i} + A_2\mathbf{j} + A_3\mathbf{k}),$$

其中三个单位矢量  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  分别起自角锥棱镜的顶点, 沿着角锥棱镜的三条直角棱边的方向。根据角锥棱镜的几何特性, 可以计算出如下所示的角锥棱镜的各个出射面的法线矢量:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{123} &= \frac{1}{|A|}[(2A_2\delta_{12} + 2A_3\delta_{13} + A_1)\mathbf{i} + (-2A_1\delta_{12} + 2A_3\delta_{23} + A_2)\mathbf{j} + (-2A_2\delta_{23} - 2A_1\delta_{13} + A_3)\mathbf{k}], \\ \mathbf{A}_{231} &= \frac{1}{|A|}[(-2A_3\delta_{13} - 2A_2\delta_{12} + A_1)\mathbf{i} + (2A_3\delta_{23} + 2A_1\delta_{12} + A_2)\mathbf{j} + (-2A_2\delta_{23} + 2A_1\delta_{13} + A_3)\mathbf{k}], \\ \mathbf{A}_{312} &= \frac{1}{|A|}[(-2A_3\delta_{13} + 2A_2\delta_{12} + A_1)\mathbf{i} + (-2A_3\delta_{23} - 2A_1\delta_{12} + A_2)\mathbf{j} + (2A_2\delta_{23} + 2A_1\delta_{13} + A_3)\mathbf{k}], \\ \mathbf{A}_{321} &= -\mathbf{A}_{123} + 2\mathbf{A}, \quad \mathbf{A}_{132} = -\mathbf{A}_{231} + 2\mathbf{A}, \quad \mathbf{A}_{213} = -\mathbf{A}_{312} + 2\mathbf{A}, \end{aligned}$$

式中,  $\delta_{12}, \delta_{23}, \delta_{13}$  分别是三个两面角误差。

上述的各个出射面的法线矢量是在角锥棱镜所在的坐标系中建立的, 那么为了转换到图 2 所示的坐标系中必须进行坐标变换。当光线对称入射时, 这种坐标变换可以通过一个变换矩阵进行, 这个变换矩阵为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & 0 & -\sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{6}/6 & \sqrt{6}/3 & -\sqrt{6}/6 \\ \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix},$$

那么在图 2 所示的坐标系中的向量可以这么确定:

$$\mathbf{A}' = \mathbf{M}\mathbf{A},$$

式中  $\mathbf{A}'$  表示图 2 所示坐标系中的出射波面的法向量,  $\mathbf{A}$  表示原来坐标系中的向量。

设定出射波面的相位在原点处为零, 这样就可以确定出射波面的平面方程:

$$Ax + By + Cz = 0,$$

$$\text{则 } z = W_1(x, y) = -(Ax + By)/C,$$

式中  $A, B, C$  分别是图 2 所示的坐标系中的出射波面法向的  $\mathbf{A}'$  三个方向的分量。图 3 是正入射时的出射波面

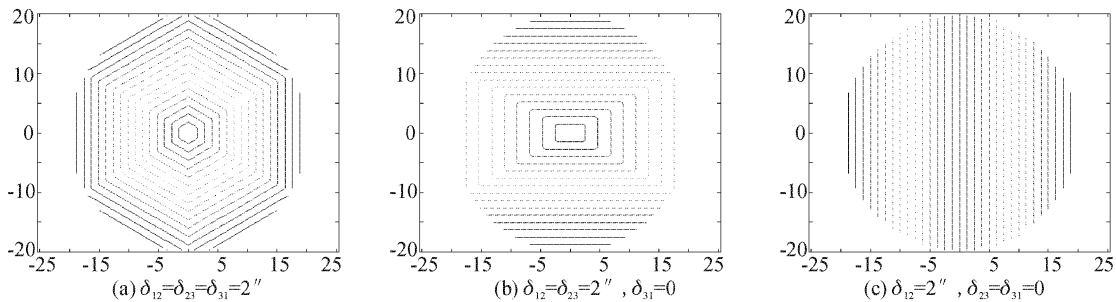


Fig. 3 Several kinds of wave front with dihedral angle offset. (a)  $\delta_{12} = \delta_{23} = \delta_{31} = 21^\circ$ ; (b)  $\delta_{12} = \delta_{23} = 21^\circ, \delta_{31} = 0$ ; (c)  $\delta_{12} = 21^\circ, \delta_{23} = \delta_{31} = 0$

分布(此处列出几个具有角度误差的出射波面等高线图,角锥棱镜口径为 40 mm,两个坐标分别为  $x, y$ )。

2) 具有面形误差时波差的描述

由于面形误差的存在,因此,除了角度误差引起出射面的波差外,面形误差也会引起波差。为了问题的简化,只考虑三个反射面具有相同的光圈数(牛顿环数),而且只考虑低光圈的情况,因为在实际加工的过程中一般都加工成低光圈。根据在参考文献[3]中的论述,对于具有面形误差的角锥棱镜的出射波差,可以认为其引起的波差是一个球被扇形区域切割后的一部分,扇形的三个顶点分别位于切割圆的三个对称的位置,如图 1 所示。设在扇形的三个顶点处的相位为零,各个扇形中心坐标  $P_i(x_i, y_i)$  将是出射波面的顶点所在的位置。这样可以建立具有面形误差的出射波差的数学描述(图 4):

$$W_2(x, y) = \left[ 1 - \frac{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}{r^2} \right] W = \left[ 1 - 3 \frac{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}{R^2} \right] W,$$

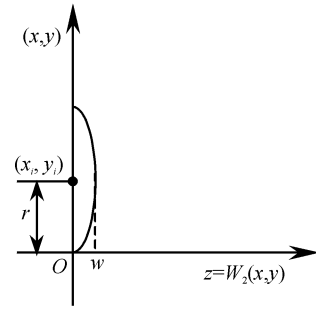


Fig. 4 Wave aberration because of planeness error 式中  $W$  是出射波面的波差最大值<sup>[3]</sup>,  $W = \frac{8\sqrt{3}}{3}n\lambda_1 N$ ,  $N$  是三个直角面的对应于检验光圈时所用波长  $\lambda_1$  (如 He-Ne 激光的 633 nm) 的光圈数,  $n$  是使用场合波长为  $\lambda$  (如 YAG 激光器输出的 1.06  $\mu\text{m}$ , 或其二次谐波的 532 nm) 时的折射率。

图 5 中列出具有面形误差的出射波面的等高线图(角锥棱镜的口径为 40 mm,两个坐标分别为  $x, y$ )。

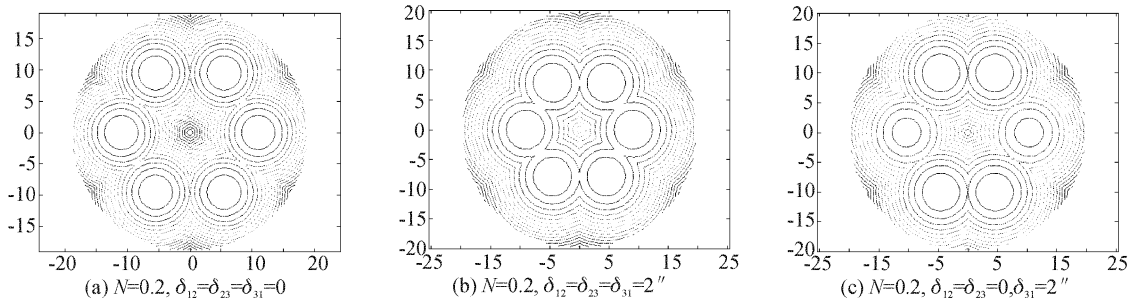


Fig. 5 Several kinds of wave front with dihedral angle offset and flatness error. (a)  $N=0.2, \delta_{12}=\delta_{23}=\delta_{31}=0$ ; (b)  $N=0.2, \delta_{12}=\delta_{23}=\delta_{31}=2''$ ; (c)  $N=0.2, \delta_{12}=\delta_{23}=0, \delta_{31}=2''$

3 具有波差时的衍射效果

通过上述叙述可以建立正入射时的波差分布,即可以分别得到具有角度误差和面形误差引起的出射波差的分布,也可以得到同时具有角度误差和面形误差的出射波差的分布  $W(x, y)$ , 则有

$$W(x, y) = W_1(x, y) + W_2(x, y),$$

有了波差分布就可以得到衍射结果。

衍射可以通过基尔霍夫衍射公式计算<sup>[4,5]</sup>:

$$\tilde{E}(P) = \frac{1}{i\lambda z_1} \times \iint_{\Sigma} E(x, y) \exp[ikW(x, y)] \exp(ikr) d\sigma,$$

式中  $E(x, y) \exp[ikW(x, y)]$  为孔径内各点的复振幅

分布,设其振幅分布  $E(x, y) = 1$ ,  $\lambda$  为入射光波的波长,  $z_1$  是接收面到角锥棱镜的距离,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $r$  为孔径  $\Sigma$  内某点到考察点的距离,  $\sigma$  为积分元。图 6 中列出了几种情况的远场衍射图样(所有光强分布都以理想圆孔衍射中心极大值为 1 进行归一化处理,角度单位为秒)。

由图 6 可以看出,当角锥棱镜具有两面角误差,衍射图将有一定程度的分散,但角度误差较小时与几何光学预言的六束出射光相差甚远。随着角度误差的增加,发散程度将增加,才明显地分成六个光束。而且,由于发散程度的增加,能量分布也将分散在较大的区域,其能量的最大值也显著降低。

当具有面形误差时也会引起衍射光束的分散,能量也会显著降低。通过计算可以看出,面形误差将导致衍射效果的急剧变化,使衍射光束的质量明

显降低。其影响与角度误差相比有过之而无不及。

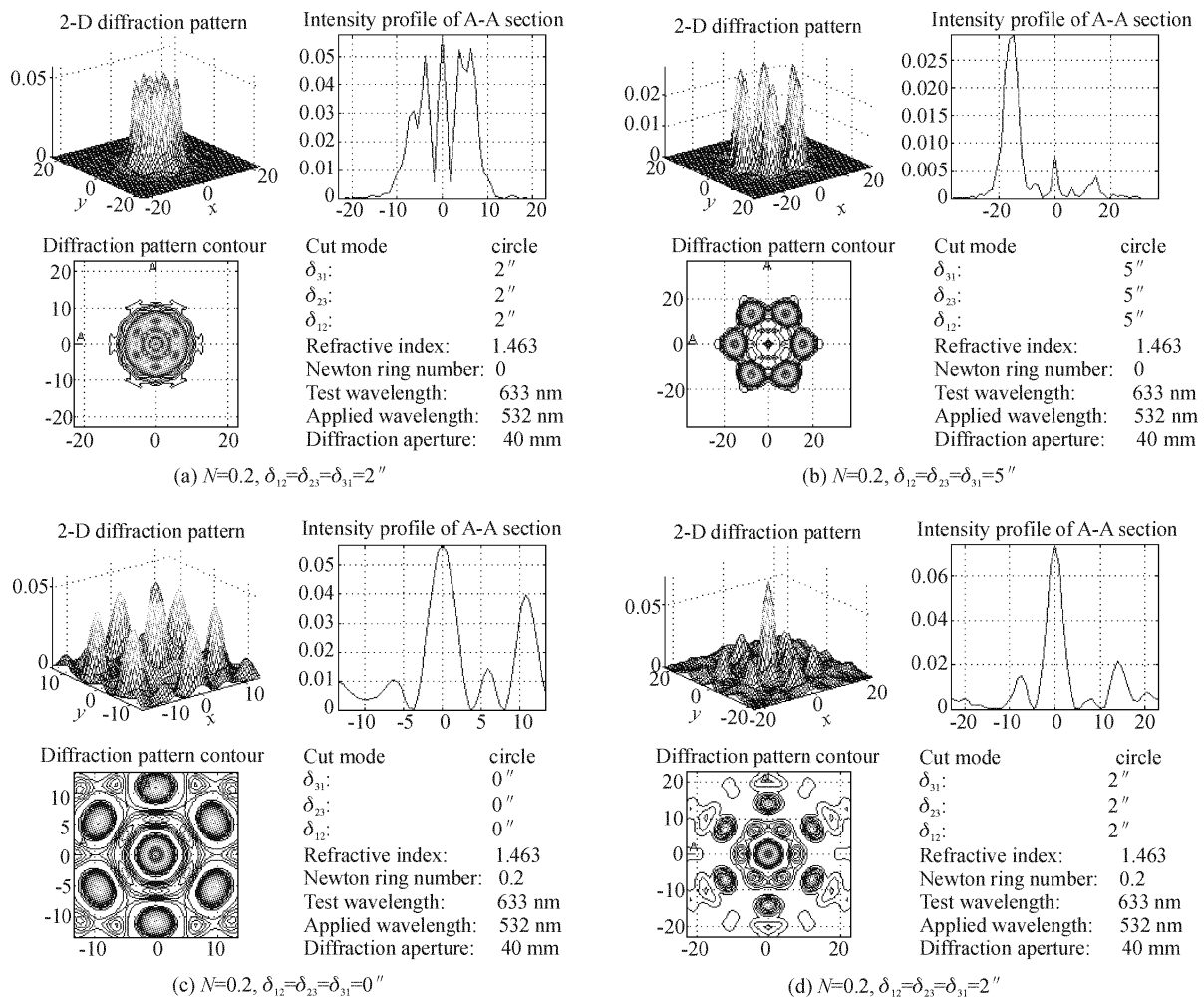


Fig. 6 Far field diffraction patterns of four cube-corner prisms. (a)  $N=0, \delta_{12}=\delta_{23}=\delta_{31}=2''$ ; (b)  $N=0, \delta_{12}=\delta_{23}=\delta_{31}=5''$ ; (c)  $N=0.2, \delta_{12}=\delta_{23}=\delta_{31}=0''$ ; (d)  $N=0.2, \delta_{12}=\delta_{23}=\delta_{31}=2''$ ;

**结束语** 通过上述分析可以看出,对于精度要求较高的角锥棱镜,如用于激光卫星测距中的合作目标,其角度误差和面形误差的要求也将是非常高的。在参考文献[3]中关于面形误差的要求也是有根据的<sup>[6]</sup>。对于要求波差小于  $\lambda/4$  的角锥棱镜,其对于面形误差的要求将小于 0.05 个光圈。对于角度误差而言,有不同的使用要求将有不同的精度要求,例如,用于补偿速差效应的角锥棱镜必须保持一定的角度误差。特别值得一提的是速差补偿角的确定若以几何光学作简单计算,将带来较大的误差,因此,必须以物理光学的方法进行精心考虑。

#### 参 考 文 献

1 Yuan Jinghe, Chen Bo, Zeng Hongjun *et al.*. Retro-reflective properties of a micro-square-prism. *Acta Optica*

- Sinica* (光学学报), 2000, **20**(7):973~978 (in Chinese)
- 2 Yang Chenghua, Mei Suisheng, Lin Junting *et al.*. *Handbook of Laser and Infrared Technology* (激光与红外技术手册). Beijing: National Defence Industry Press, 1990. 226~228 (in Chinese)
- 3 Weng Xingtao, Nie Hui, Li Song *et al.*. Planeness issues of reflecting surfaces on a cube corner retroreflector. *Optical Technique* (光学技术), 2002, **28**(1):71~73 (in Chinese)
- 4 Liang Quanting, *Physical Optics* (物理光学), (revised ed.). Beijing: Machine Industry Press, 1986. 166 (in Chinese)
- 5 Jiang Jinbo, Cheng Zhaogu, Li Xianqin *et al.*. Far field characteristics of some laser beam modes and the influence of spatial partially coherence. *Chin. J. Lasers* (中国激光), 2001, **28**(3): 220~224 (in Chinese)
- 6 Wan Min, Su Yi, Zhang Wei *et al.*. Influence of the surface error of optical elements on beam quality. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(4):495~500 (in Chinese)

## The Far-Field Diffractive Characteristics of Cube-Corner Prism

Nie Hui Weng Xingtao Li Song

(School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan 430079)

Liu Jiyu

(School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079)

(Received 3 October 2002; revised 28 November 2002)

**Abstract:** Cube-corner prism is widely applied in laser ranging because of its retro-reflective property. The requirements of its precision are different according to applied cases. The far-field diffractive characteristics of cube-corner prism will directly affect long-distance laser ranging. By the analysis of dihedral angle offset and flatness error of cube-corner, the reflective beam wave aberration distribution of cube-corner is presented and the far-field diffractive patterns are computed. The patterns show that divergence of the emerging beam increases with the dihedral angle offset up to completely separate to six beams; the flatness error will result in deterioration of the patterns and debase the quality of the emerging beam. The diffractive characteristics of cube-corner prism provides an evaluation method and approach to design this kind of prism.

**Key words:** physical optics; cube-corner prism; dihedral angle offset; flatness error; wave aberration

\*\*\*\*\*

### 《光学学报》三级学科名称

本刊要求所写的 4~6 个关键词中,头一个为该文的三级学科名称。现在本刊推荐使用下列三级学科名称。由于有些课题可能可以归入这个或那个学科,故选用时请注意着重文章的内容,使之课题与三级学科尽量切合。

Applied Optics	应用光学
Applied Optoelectronics	应用光电子学
Atmosphere Optics	大气光学
Biological Optics	生物光学
Film Optics	薄膜光学
Geometrical Optics (Imaging Optics)	几何光学(成像光学)
Guided Wave Optics (Fiber and Integrated Optics)	导波光学(光纤,集成光学)
Information Optics	信息光学
Laser Physics	激光物理
Laser Techniques	激光技术
Lasers	激光器
Luminescence	发光学
Nonlinear Optics	非线性光学
Ocean Optics	海洋光学
Optical Fiber Communication Technology	光纤通信技术
Optical Materials	光学材料
Optical Measurement	光学测量
Photochemistry	光化学
Physical Optics	物理光学
Plasma Physics	等离子体物理学
Quantum Optics	量子光学
Spectroscopy	光谱学
X-Ray Optics	X 射线光学