

交会测量中具有自适应权因子的最优无偏方法

郜广军 李 林 黄一帆 张 颖 安连生

(北京理工大学信息科学技术学院, 北京 100081)

摘要: 在利用多台测量站对空中运动物体进行交会测量过程中,测量站两两交会得到的测量结果并不会完全一致,有时甚至会有很大差别。讨论了具有自适应权的最优无偏方法:首先利用最小二乘法的原理,推导出了最小二乘解的表达式。在求解最优无偏解的过程中,通过求条件极值的方法导出了最优无偏解的权因子。由于权因子中的某些因素与目标像在 CCD 像面上的位置有关,提出了“自适应权”的思想,即权因子随目标像点位置的不同而自动调整。与传统的方法相比,具有自适应权的最优无偏方法,在一定程度上更充分地利用了不同情况下来自不同测量站的测量信息,从而提高了测量精度。经实际计算表明,在低空目标定位时,具有自适应权的最优无偏方法的平均偏差为传统方法平均偏差的 40% 左右。

关键词: 精密工程测量; 交会测量; 最小二乘方法; 最优无偏解; 自适应权因子

中图分类号: TB96; TP391 文献标识码: A

1 引 言

在工程试验中,经常需要对空中运动物体的位置进行精密测量。近年来,国内外在这一方面进行了一些研究与探索^[1~4]。其中,基于 CCD 的电视经纬仪技术就是近年来迅速发展起来的一种非接触测量技术。根据交会测量理论,利用两台 CCD 就可以完成对目标的交会测量。但是,当测试环境比较复杂,尤其是对多目标测量时,为提高目标捕获率,一般采用多台(3 台或 4 台)CCD 电视经纬仪进行交会^[1]。

电视经纬仪测量系统(Video theodolite system)一般由固体 CCD 摄像系统和数字式电子经纬仪组成。测量过程中,电子经纬仪提供 CCD 摄像机视轴指向的方位角和高低角,CCD 摄像系统摄取空间目标的图像,将光信号转换成视频信号,经模/数转换和视频图像处理,计算出目标的空间角度值。然后,测量

站之间进行交会计算即可求得目标的空间坐标。

对于多测量站数据处理,文献[5]中给出了多台电子经纬仪对空中单目标跟踪测量交会处理的最小二乘方法,但没有给出最优无偏解,会影响测量的精度。本文针对这一问题,提出了一种基于最小二乘法且具有自适应权的确定测量结果最优无偏解的方法。

2 交会测量原理

2.1 角度测量

角度测量是指电视经纬仪通过目标在 CCD 像面上的坐标值 (x'_i, y'_i) , 结合电子经纬仪提供的 CCD 电视经纬仪视轴的方位角和高低角坐标 (A_{i0}, E_{i0}) , 求出目标的方位角和高低角坐标 (A_i, E_i) 。与角度测量有关的公式为^[6]

$$\tan(A_i - A_{i0}) = \frac{x'_i}{f' \cos E_{i0} - y'_i \sin E_{i0}}, \quad \tan E_i = \frac{f' \sin E_{i0} + y'_i \cos E_{i0}}{f' \cos E_{i0} - y'_i \sin E_{i0}} \cos(A_i - A_{i0}),$$

即:

$$\begin{cases} A_i = A_{i0} + \arctan\left(\frac{x'_i}{f' \cos E_{i0} - y'_i \sin E_{i0}}\right), \\ E_i = \arctan\left[\frac{f' \sin E_{i0} + y'_i \cos E_{i0}}{f' \cos E_{i0} - y'_i \sin E_{i0}} \cos(A_i - A_{i0})\right], \end{cases} \quad (1)$$

其中 A_i, E_i 分别为目标在测量坐标系中的方位角和高低角, A_{i0}, E_{i0} 分别为测量站光轴在测量坐标系中的方位角和高低角, f' 为光学系统焦距, (x'_i, y'_i) 为目标像在 CCD 像面上的坐标。

2.2 交会计算

根据第 i 号站和第 j 号站测得的目标方向信息

(A_i, E_i) 及 (A_j, E_j) 进行交会计算, 即可得出交会点的空间坐标:

$$\begin{cases} x = \frac{\text{Stan } A_j}{\tan A_i + \tan A_j}, \\ y = \frac{\text{Stan } A_i \tan A_j}{\tan A_i + \tan A_j}, \\ z = \frac{1}{2} \left[\frac{\text{Stan } A_j}{\tan A_i + \tan A_j} (1 + \tan^2 A_i)^{1/2} \cdot \tan E_i + \frac{\text{Stan } A_i}{\tan A_i + \tan A_j} (1 + \tan^2 A_j)^{1/2} \tan E_j \right] + \Delta H, \end{cases} \quad (2)$$

式中 (x, y, z) 为第 i 号测量站和第 j 号测量站交会得到的坐标值, S 为第 i 号站和第 j 号站之间的基线长度, (A_i, E_i) 、 (A_j, E_j) 分别为第 i 号和第 j 号站测得的目标角度信息, ΔH 为两站之间的高度差。如图 1 所示。

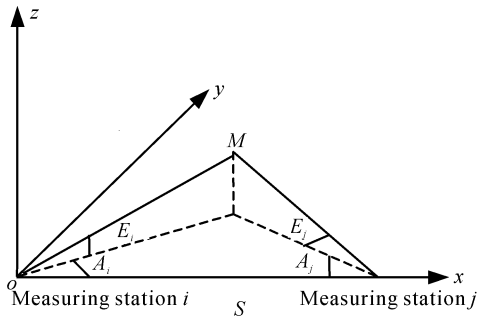


Fig. 1 Diagram of crossing measurement

3 交会结果的最小二乘处理

3.1 最小二乘方法

m 个测量站对同一目标进行测量, 然后两两交会计算可得到 $n = m(m-1)/2$ 组结果, 则残余误差为

$$\begin{cases} V_{1i} = \hat{x} - x_i, \text{ weight } p_{1i} \\ V_{2i} = \hat{y} - y_i, \text{ weight } p_{2i} \\ V_{3i} = \hat{z} - z_i, \text{ weight } p_{3i} \\ i = 1, 2, \dots, m(m-1)/2 \end{cases} \quad (3)$$

下面以 x 坐标为例进行推导, 按最小二乘原理, 残余误差平方和最小, 即

$$\min[p_{1i} V_{1i} V_{1i}] = \min\left(\sum_{i=1}^n p_{1i} V_{1i}^2\right), \quad (4)$$

其中“ $[\]$ ”为高斯求和符号, 令

$$d[p_{1i} V_{1i} V_{1i}]/d\hat{x} = 0,$$

有

$$\hat{x} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{1i} x_i}{\sum_{i=1}^n p_{1i}}, \quad (5)$$

同理, 对于 y 坐标和 z 坐标有

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \frac{\sum_{i=1}^n p_{2i} y_i}{\sum_{i=1}^n p_{2i}}, \\ \hat{z} &= \frac{\sum_{i=1}^n p_{3i} z_i}{\sum_{i=1}^n p_{3i}}, \end{aligned}$$

3.2 权因子的确定——满足最优无偏要求的自适应权因子

为使 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ 成为 x, y, z 的最优无偏估计, 应合理选取权 p_{1i}, p_{2i}, p_{3i} [$i = 1, 2, \dots, m(m-1)/2$]. 在下面的分析中可以看出, 权因子与目标像在 CCD 像面上的位置有关。所以当目标位置改变时, 该目标在各测量站所对应的权因子也应当随之改变, 这就是“自适应权因子”的基本思想。以下以 x 坐标为例, 进行推导。对于 x 坐标, 为使 \hat{x} 成为最优无偏估计, 需要估计量的数学期望等于待测量的数学期望, 估计量的方差达到最小, 即

$$\begin{cases} E(\hat{x}) = E(x), \\ \min D(\hat{x}). \end{cases} \quad (6)$$

以(6)式为准则求 \hat{x} , 设

$$x = \sum_{i=1}^n a_i x_i, \quad n = m(m-1)/2, \quad (7)$$

式中 a_i 为待定系数, 将(7)式代入(6)式, 可得

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n a_i = 1, \\ \min D(\hat{x}) = \min\left[\sum_{i=1}^n a_i^2 D(x_i)\right]. \end{cases} \quad (8)$$

利用条件极值的求解方法, 可得

$$a_i = \frac{1}{\sigma_{xi}^2} \bigg/ \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sigma_{xk}^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m(m-1)/2$$

即

$$\hat{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_{xi}^2} x_i}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sigma_{xk}^2}}, \quad (9)$$

其中 σ_{xi}^2 是第 i 组交会测量中对目标 x 坐标测量时的方差, 比较(5)式和(9)式, 可得权为

$$p_{1i} = \frac{1}{\sigma_{xi}^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m(m-1)/2 \quad (10)$$

对于 σ_{xi}^2 , 由(1)式、(2)式可知

$$\sigma_{xi}^2 = \left(\frac{\partial x_i}{\partial A_1}\right)^2 \sigma_{A_1}^2 + \left(\frac{\partial x_i}{\partial A_2}\right)^2 \sigma_{A_2}^2 + \left(\frac{\partial x_i}{\partial S}\right)^2 \sigma_S^2, \quad (11)$$

而

$$\sigma_{A_1}^2 = \left(\frac{\partial A_1}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial A_1}{\partial y_1}\right)^2 \sigma_{y_1}^2 + \sigma_{A_{10}}^2, \quad (12)$$

$$\sigma_{A_2}^2 = \left(\frac{\partial A_2}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \left(\frac{\partial A_2}{\partial y_2}\right)^2 \sigma_{y_2}^2 + \sigma_{A_{20}}^2, \quad (13)$$

式中 σ_S^2 为基线测量误差, 可以由测距机精度给出 (实验中 $\sigma_S = 0.1 \text{ m}$); $\sigma_{A_{10}}^2$ 、 $\sigma_{A_{20}}^2$ 为参与交会的两站视轴方位角方差, 可以由经纬仪的精度给出 (实验中 $\sigma_{A_{10}}$ 、 $\sigma_{A_{20}}$ 等于 $4''$)。 $\sigma_{x_1}^2$ 、 $\sigma_{x_2}^2$ 、 $\sigma_{y_1}^2$ 、 $\sigma_{y_2}^2$ 为目标像在参与交会的两测量站的 CCD 像面上坐标的方差, 在消除了系统误差之后, 目标像点的坐标方差主要与以下因素有关: 像元尺寸误差、 CCD 光轴与经纬仪视轴不平行度误差、 CCD 光敏面倾斜误差、 CCD 光敏面的初始扭转引起的测量误差、光学系统畸变引起的误差、 CCD 相机转轴晃动误差^[7]和大气抖动误差, 其中 CCD 光敏面倾斜误差、 CCD 光敏面的初始扭转引起的测量误差、光学系统畸变引起的误差

与目标像在 CCD 像面上的位置有关。并且, 由(1)式可知, (12)式、(13)式中的误差传递系数也与目标像点在 CCD 像面上的位置 (x', y') 有关。所以, 同一测量站对于不同的目标应当有不同的权; 同一目标对于不同的测量站也应当具有不同的权。自适应权因子方法就是基于这一思想而提出的, 它根据目标像在 CCD 像面上的位置来计算其相应的权。

同样, 依据上面的思想, 可以确定出 \hat{Y} 、 \hat{Z} 对应的权因子:

$$p_{2i} = 1/\sigma_{y_i}^2, \quad p_{3i} = 1/\sigma_{z_i}^2.$$

4 实验结果

根据交会测量原理和最小二乘方法的思想, 编制了处理软件。对由 4 台测量站组成的测量系统测得的 5 个标定点数据进行处理 (其中 4 台测量站以 45° 间隔分布在半径为 2000 m 的圆周上, 坐标原点位于圆心, 如图 2 所示), 结果如表 1 所示。

Table 1 The results of data reduction

(a) The first measured point

Coordination /m	(0,0,0)	Error $(\delta x^2 + \delta y^2 + \delta z^2)^{1/2}$ /m
Measurement results	(-0.418, -2.639, -0.274)	2.686
	(-0.419, 0.790, 1.011)	1.349
	(-0.418, -0.903, 0.667)	1.198
	(-3.778, 0.758, -0.001)	3.853
	(-1.266, -1.749, -0.424)	2.200
	(1.316, 0.787, 0.659)	1.669
Method 1	(-0.611, -0.648, 0.260)	0.927
Method 2	(-0.830, -0.493, 0.273)	1.003
Optimal value	(-0.410, 0.388, -0.001)	0.564

(b) The second measured point

Coordination /m	(100,000, -70,000, 10,000)	Error $(\delta x^2 + \delta y^2 + \delta z^2)^{1/2}$ /m
Measurement results	(99.767, -68.078, 10.219)	1.949
	(99.701, -69.352, 9.851)	0.729
	(99.648, -70.378, 12.036)	2.100
	(101.040, -69.336, 7.664)	2.642
	(100.793, -69.084, 9.866)	1.219
	(100.626, -69.321, 9.535)	1.035
Method 1	(100.284, -69.318, 9.864)	0.752
Method 2	(100.263, -69.258, 9.862)	0.799
Optimal value	(99.825, -69.812, 9.906)	0.274

(c) The third measured point

Coordination /m	(-395.000,60.000,20.000)	Error $(\delta x^2 + \delta y^2 + \delta z^2)^{1/2} /m$
Measurement results	(-393.962,58.815,17.316)	3.112
	(-394.615,62.228,18.345)	2.802
	(-394.282,60.486,16.185)	3.913
	(-398.176,62.287,23.882)	5.512
	(-395.160,59.830,21.649)	1.665
	(-391.993,62.158,22.499)	4.466
Method 1	(-394.611,60.822,19.980)	0.912
Method 2	(-394.698,60.967,19.979)	1.014
Optimal value	(-395.061,59.890,20.027)	0.129

(d) The fourth measured point

Coordination /m	(170.000,130.000,15.000)	Error $(\delta x^2 + \delta y^2 + \delta z^2)^{1/2} /m$
Measurement results	(169.964,128.357,20.903)	6.128
	(170.133,130.467,17.849)	2.890
	(170.085,129.874,16.362)	1.370
	(168.221,130.569,15.030)	1.868
	(169.373,129.141,13.508)	1.832
	(170.665,130.427,10.365)	4.702
Method 1	(169.914,129.881,15.646)	0.662
Method 2	(169.740,129.806,15.670)	0.744
Optimal value	(169.980,129.919,15.030)	0.089

(e) The fifth measured point

Coordination /m	(-200.000,200.000,12.000)	Error $(\delta x^2 + \delta y^2 + \delta z^2)^{1/2} /m$
Measurement results	(-198.430,196.942,14.577)	4.296
	(-198.635,199.205,12.756)	1.752
	(-198.923,202.399,9.359)	3.727
	(-200.814,199.368,14.594)	2.791
	(-201.735,200.288,11.187)	1.938
	(-202.638,199.566,9.334)	3.776
Method 1	(-200.346,199.554,11.965)	0.566
Method 2	(-200.196,199.628,11.968)	0.422
Optimal value	(-200.074,200.065,12.063)	0.117

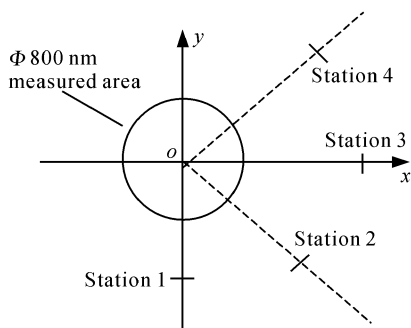


Fig.2 The distribution of measuring stations. The distance from every station to the center of the circle is 2000 m, and the angle between every two close stations is 45°

表 1 中,方法 1 是以第 i 组交会测量值与所有交会测量结果的平均值的差的平方的倒数作为权因

子的,即

$$p_{1i} = 1/(x_i - \bar{x})^2,$$

$$p_{2i} = 1/(y_i - \bar{y})^2,$$

$$p_{3i} = 1/(z_i - \bar{z})^2,$$

其中 $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 是六组交会测量结果的平均值,方

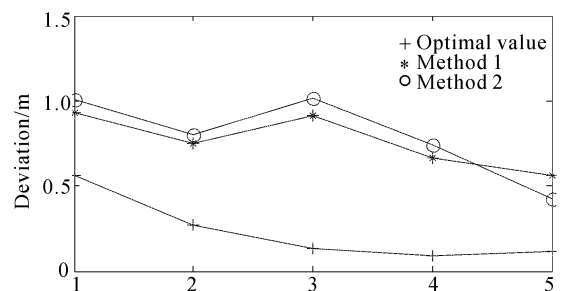


Fig.3 The comparison of the deviation of three methods

法 2 是把各测量站的权都设为 1 时的处理结果。三种处理方法的偏差大小如图 3 所示。

由图 3 可以看出:方法 1 与方法 2 的偏差相差不大,而具有自适应权因子的最优无偏方法则可以把偏差平均减小为方法 1 和方法 2 偏差的 40% 左右,从而进一步提高了测量精度。

结论 基于最小二乘方法,本文给出了电视经纬仪测量结果的最优无偏解的确定方法——具有自适应权的最优无偏方法,实际计算结果表明:对于多台电视经纬仪交会时运用具有自适应权的最优无偏解可以有效地减小测量误差,提高精度。但是,必须指出,由于权因子对测量结果的精度影响较大,所以在应用时必须对影响测量结果的误差因素作细致的分析。此外,系统误差对测量结果有较大影响,在测量时,必须首先消除系统误差。

参 考 文 献

1 He Zhaocai, Hu Baoan. *Optical Measurement System* (光学测量系统). Beijing: National Defense Industrial Press,

2000. 21~23 (in Chinese)

2 Zhang Yun. The research of high accurate CCD video theodolite system for measuring coordination. *J. Optoelectronics Laser* (光电子激光), 1999, **10**(3):245~247 (in Chinese)

3 Song Wanzhong, Su xianyu, Cao Yiping *et al.*. A new method of three-dimensional coordinates calibration in phase measuring profilometry. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2003, **23**(3):272~277 (in Chinese)

4 Liu Yongbing, Zhang Guoxiong, Li Zhen *et al.*. Optional arrangement of four-beam laser tracking system for 3D coordinate measurement. *Chin. J. Lasers* (中国激光), 2002, **A29**(11):1000~1005 (in Chinese)

5 Liu Lisheng. *Post-Flight Data Processing of Trajectory Measurement* (外测数据事后处理). Beijing: National Defense Industrial Publishing House, 2000. Chapter seven, 258~260 (in Chinese)

6 Li Yingcai, Xu Jun, Tian Shaowen. The real time error correction of CCD angle-measuring system with wide field. *Acta Photonica Sinica* (光子学报), 1993, **22**(Z1):121~126 (in Chinese)

7 Du Junfen, Li Zhengzhou. Analysis of the axial accuracy of the GD-220 photoelectric theodolite. *Optics and Precision Engineering* (光学精密工程), 2002, **10**(4):416~419 (in Chinese)

Optimal Unbiased Method with Adaptive Weights in Crossing Measurement

Gao Guangjun Li Lin Huang Yifan Zhang Ying An Liansheng

(College of Information Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

(Received 23 september 2002; revised 5 December 2002)

Abstract: In the process of measuring the aerial object with measuring stations, the crossing measurement results of every two stations are not absolutely consistent. And sometimes there may exist distinct differences. An optimal unbiased method with adaptive weights is proposed. Based on the least square principle, the expression of the least square result is deduced. The optimal weights are given with the constrained optimization method. Considering that the weights are related to the position of the target image on the CCD plane, the idea of adaptive weights is introduced, i. e. the weights can be adjusted as the position of the target image changes. Compared with the traditional methods, this method utilizes the measurement information from different stations sufficiently, and improves the accuracy evidently. The test results show that the optimal method with adaptive weights can decrease the average error to 40% compared with the traditional methods.

Key words: precise engineering measurement; crossing measurement; least squares method; optimal unbiased method; adaptive weight