

文章编号: 0253-2239(2003)11-1287-4

# 光子晶体中缺陷的色散导致的群速度降低<sup>\*</sup>

安丽萍 刘念华

(南昌大学物理学系, 南昌 330047)

**摘要:** 利用传输矩阵方法计算了包含色散媒质缺陷的一维光子晶体的复透射系数, 其中色散媒质用洛伦兹振子模型描述。计算了由复透射系数定义的等效复折射率并由此研究了频谱位于缺陷模频率附近的光脉冲的群速度。结果发现, 由于缺陷模附近的透射谱敏感地依赖于缺陷层的光学厚度, 而缺陷层的色散使缺陷层光学厚度随频率变化而改变, 从而使包含缺陷的光子晶体的等效色散性质明显地依赖于缺陷的色散行为。由于光脉冲是由多种频率成分的单色场迭加构成的, 透射脉冲由各单色场透射后重新迭加构成, 因此波包的传播由介质的等效色散性质决定。与包含无色散缺陷的光子晶体相比, 缺陷的色散可导致极慢的群速度。通过改变振子强度, 群速度可从极慢光速转变为超光速(supraluminal)。

**关键词:** 导波与光纤光学; 光子晶体; 色散; 群速度

中图分类号: O434.14 文献标识码: A

## 1 引言

光子晶体是按照晶体的对称性制备的周期性介电结构<sup>[1,2]</sup>, 其电磁模式像晶体中的电子态一样具有能带结构。当光的频率落入禁带中时, 光的传播被禁止。因此可以利用光子晶体的带隙结构来控制光子的运动。与半导体超晶格及量子阱相似, 如果选择合适的具有不同光子带隙的光子晶体进行排列, 同样可以得到光子晶体量子阱<sup>[3~5]</sup>。这种光子晶体量子阱具有多通道滤波性质<sup>[4~6]</sup>。像晶体中的杂质或缺陷会在禁带中形成杂质能级一样, 如果在光子晶体中引入缺陷, 也会在光子带隙中形成缺陷模<sup>[7~9]</sup>。事实上, 含有缺陷的一维光子晶体构成了光子晶体微腔。而近年来, 光与微腔中的媒质的相互作用问题越来越受到人们的关注<sup>[10~13]</sup>。当腔中含有非线性媒质时, 由于非线性的调制, 光子晶体具有双稳、多稳性质<sup>[10~12]</sup>。当腔中含有色散吸收媒质时, 则会出现光脉冲的超光速传播现象<sup>[13]</sup>。

对于含有缺陷的光子晶体已有很多研究<sup>[3~13]</sup>。但对于腔中含有色散增益媒质的光子晶体的研究还甚少。本文对色散媒质采用洛伦兹振子模型, 利用传输矩阵方法计算了含有色散媒质缺陷的光子晶体

的透射谱, 并计算了其复有效折射率。由于光与色散媒质的相互作用, 与缺陷模频率共振的光得到增益, 其透射率大于 1。在零失谐频率附近很窄的范围内出现斜率极大的正常色散, 与含有无色散媒质缺陷的光子晶体相比, 光群速度大大降低。

## 2 模型和理论计算

考虑一个由 A 和 B 交替堆砌而成的多层体系, 其折射率分别为常量  $n_A$  和  $n_B$ , 实际厚度为  $a$  和  $b$ , 光学厚度均为  $\lambda_0/4$  ( $\lambda_0$  为 1/4 波堆截止带中心频率  $\omega_0$  对应的波长)。将系统中心的 B 层用光学厚度为  $\lambda_0/2$  的色散媒质 D 取代, 则结构变为: ...ABABABADABABABA...。假设 z 轴的方向从左向右, 用  $z_{-1}$  和  $z_{+1}$  标志 D 的起点和终点, 电磁波沿 z 方向进入该系统。

设色散媒质的线性极化率可用洛伦兹振子表示为

$$\chi(\omega) = \frac{\Gamma}{(\omega - \omega_A) + i\gamma}, \quad (1)$$

其中  $\omega$  为光场频率,  $\omega_A$  为振子频率,  $\gamma$  为振子的半峰半宽线宽,  $\Gamma$  为振子强度, 它依赖于跃迁矩阵元及振子的密度, 其介电函数为

$$\epsilon_D(\omega) = \epsilon_D + \chi(\omega), \quad (2)$$

除了振子贡献外还包含非共振的基质贡献  $\epsilon_D = n_D^2$ 。

光波在介质中的传播由麦克斯韦方程组决定。波动方程可表示为

$$\frac{d^2}{dz^2} E(z) + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(z) E(z) = 0, \quad (3)$$

\* 国家自然科学基金(60268001)、江西省自然科学基金(0312004)与 863 计划(ICF 主题)资助课题。

E-mail: anliping4022@163.net

收稿日期: 2002-09-19; 收到修改稿日期: 2002-11-22

光波在介质中传播时的波矢为

$$k^2(z) = (\omega^2/c^2)\epsilon(z) = (\omega^2/c^2)n(z)^2, \quad (4)$$

由传输矩阵的方法<sup>[8]</sup>,在同一层内有

$$\Psi(z + \Delta z) = M_\mu(\Delta z, \omega)\Psi(z), \quad (5)$$

其中

$$M_\mu(\Delta z, \omega) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos\left[\frac{\omega}{c}n_\mu(\omega)\Delta z\right] & -\frac{1}{n_\mu}\sin\left[\frac{\omega}{c}n_\mu(\omega)\Delta z\right] \\ n_\mu\sin\left[\frac{\omega}{c}n_\mu(\omega)\Delta z\right] & \cos\left[\frac{\omega}{c}n_\mu(\omega)\Delta z\right] \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\text{而 } n_\mu(\omega) = \begin{cases} n_A & \mu = A, \\ n_B & \mu = B, \\ \sqrt{n_D^2 + \chi(\omega)} & \mu = D, \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{令 } \Psi(z) = \begin{bmatrix} E(z) \\ iC B(z) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

设缺陷两边的周期数均为  $N$ ,且系统的左界面和右界面分别记为  $z_{-N}, z_{+N}$ ,又因为  $\Psi(z)$  跨过界面时连续,所以入射光与透射光的关系为

$$\Psi(z_N) = [M(B)M(A)]^N \times S(D)[M(A)M(B)]^N \Psi(z_{-N}) = X\Psi(z), \quad (9)$$

因为  $X(\omega)$  已知,所以求得单色场的透射系数为  
 $t(\omega) =$

$$\frac{2}{[x_{11}(\omega) + x_{22}(\omega)] + i[x_{12}(\omega) - x_{21}(\omega)]}, \quad (10)$$

其中  $x_{ij}$  为  $X$  的矩阵元。透射率为  $T = |t(\omega)|^2$ 。

对于上述结构可以引入复有效折射率<sup>[13]</sup>

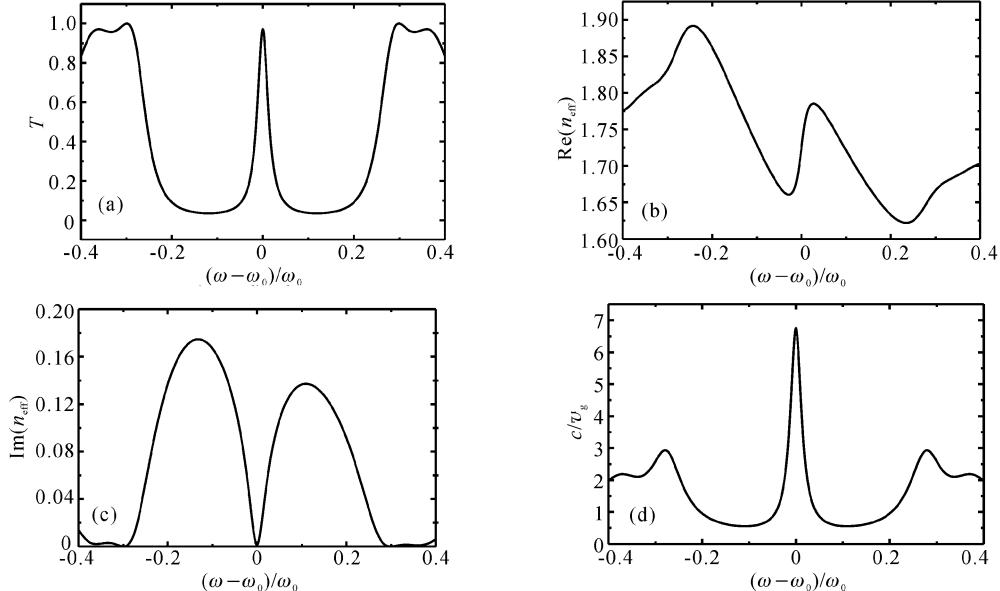


Fig. 1 One-dimensional photonic crystal with a nondispersive defect:  $\Gamma=0$ . (a) Transmission  $T$ ; (b) The real part of complex effective refractive index; (c) The imaginary part of complex effective refractive index; (d) The ratio of light speed to group velocity

$$n_{\text{eff}}(\omega) = n(\omega) + i\kappa(\omega), \quad (11)$$

其中复有效折射率的实部  $n(\omega)$  描述介质的等效色散性质,虚部  $\kappa(\omega)$  表示吸收,它们可由复透射系数  $t(\omega) = \sqrt{T(\omega)}\exp[i\Phi(\omega)]$  计算可得

$$n(\omega) = c\Phi(\omega)/L\omega, \quad (12)$$

$$\kappa(\omega) = -(c/2L\omega)\ln T(\omega), \quad (13)$$

其中  $\Phi(\omega)$  为通过体系的总相位(可由透射系数求得),  $L$  为结构长度,是与频率有关的透射相移。由群速度的定义  $v_g = (dk/d\omega)^{-1}$  可得

$$v_g = \left[ \frac{d(\omega n/c)}{d\omega} \right]^{-1} = c \left/ \left[ n(\omega) + \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega} \right] \right., \quad (14)$$

由此可见,当  $dn/d\omega > 0$  即为正常色散,且在很小频率范围内折射率变化很大时,群速度可大大减小;当  $dn/d\omega < 0$  即为反常色散时,群速度可大于光速  $c$  或变为负的,此为超光速传播。

### 3 数值计算与讨论

下面对结构为 ABABADABABA 的 11 层的一维光子晶体微腔给出数值计算的结果。设  $n_A = 2.22, n_B = 1.41, n_D = n_B$ 。

当腔中不含色散媒质,即  $\Gamma = 0$  时,由于缺陷模频率依赖于缺陷尺寸,当缺陷光学厚度为  $\lambda_0/2$  时,使反射波与行进波发生干涉相长,在截止带中心处出现一共振透射峰,此为在微腔中形成的腔模,其透射率为 1[如图 1(a)所示]。

由有效折射率的计算表明,在一维光子晶体禁带中的共振透射峰能产生斜率为正的正常色散[如图1(b)所示],在缺陷模频率处,群速度为正且很小[如图1(d)所示];同时由共振透射得复有效折射率的虚部为零[如图1(c)所示],介质吸收为零。

若缺陷中含有色散媒质(如掺有二能级原子)时,禁带中共振透射的行为将发生变化。取 $\Gamma=0.01\omega_0$ ,选择 $\Gamma=0.001\omega_0$ ,并使振子频率与带中心频率相等。当光通过该系统时,由于光与色散媒质的相互作用,使与腔模频率共振的光得到增益,其透射率大于1。这是因为,色散缺陷是具有增益的,当光通过时必定从抽运源中吸收能量,光不但不被吸收反而得到放大、增益,因此在禁带中心有一个透射率大于1的极窄的透射峰[如图2(a)所示]。在零失谐频率附近很窄的范围内,有效折射率的实部

$n(\omega)$ 的曲线有一个正的非常陡的斜率,即 $dn/d\omega$ 很大,根据(14)式,群速度 $v_g$ 随着 $dn/d\omega$ 的增大而减小,因此在缺陷模频率处群速度大大降低[如图2(b)、图2(d)所示],其类似于电磁感应透明气体的完全吸收的背景中有一很窄的透射峰,导致一个正斜率很陡的色散曲线而产生的极慢群速度<sup>[12]</sup>。与含有无色散媒质缺陷的光子晶体相比,群速度慢了一个量级。这时可得该结构的虚部 $\kappa<0$ [如图2(c)所示],介质吸收为负的,色散介质表现为增益。事实上,在有限周期性层状结构中,光子晶体中的传播电磁波的群速度 $v_g=[\nabla_\omega k(\omega)]^{-1}$ 正比于态密度的倒数,在缺陷频率处,由于缺陷和色散介质的增益,光被高度局域,此处的态密度将很大,因此其群速度会很低,这一特性也可用于光学延迟线的设计<sup>[13,14]</sup>。

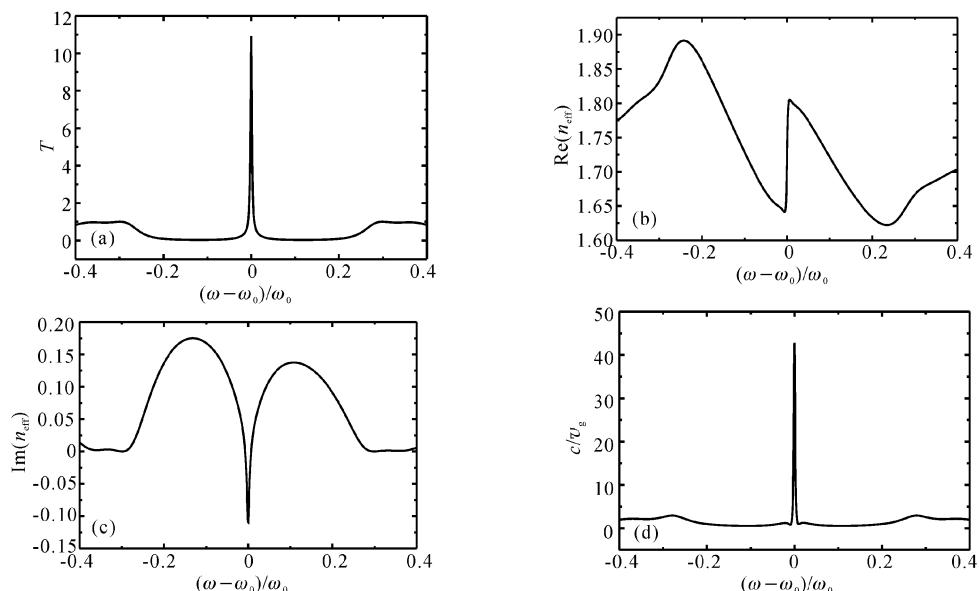


Fig. 2 One-dimensional photonic crystal with a dispersive defect: The oscillator strength is taken as  $\Gamma=0.001\omega_0$ .

(a) Transmission  $T$ ; (b) The real part of complex effective refractive index; (c) The imaginary part of complex effective refractive index; (d) The ratio of light speed to group velocity

当其它参量不变,而振子强度逐渐增大时,禁带中的透射谱随之发生变化。图3中我们取 $\Gamma=$

$0.005\omega_0$ ,其透射谱如图3(a)所示,因为 $\Gamma$ 变化显著地改变了介质的折射率,从而改变了缺陷层的光学

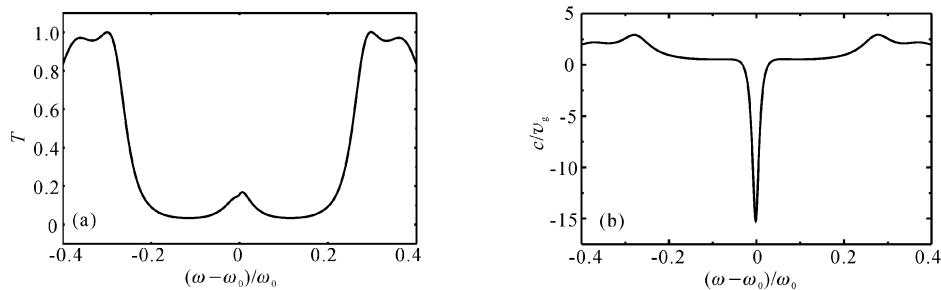


Fig. 3 The oscillator strength is taken as  $\Gamma=0.005\omega_0$ . (a) Transmission  $T$ ; (b) The ratio of light speed to group velocity

厚度,因而改变了入射波与反射波之间的相位差,破坏了共振透射的相位条件,使透射率小于1。相应地,在缺陷模频率处,群速度由极慢光速变为超光速,甚至变为负的,类似于文献[13]的讨论。

**结论** 利用传输矩阵方法及对色散媒质采用洛伦兹振子模型,计算了包含色散媒质缺陷的光子晶体的透射谱和复有效折射率;当光通过含有色散增益媒质的光子晶体微腔时,在零失谐频率附近很窄的范围内出现斜率极大的正常色散,与含无色散媒质缺陷的光子晶体相比,其群速度大大降低。通过改变振子强度,可实现群速度由极慢到超光速的转变。

### 参 考 文 献

- 1 Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(20):2059~2062
- 2 John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(23):2486~2489
- 3 Jiang Y, Niu C, Lin D L. Resonance tunneling through photonic quantum well. *Phys. Rev. (B)*, 1999, **59**(15):9981~9986
- 4 Qiao Feng, Zhang Chun, Wang Jun *et al.*. Photonic quantum-well structures: multiple channeled filtering phenomena. *Appl. Phys. Lett.*, 2000, **77**(23):3698~3700
- 5 Yano S, Segawa Y, Bae K *et al.*. Quantized state in a single quantum well structure of photonic crystals. *Phys. Rev. (B)*, 2001, **63**(15):153316-1~4
- 6 Ou Y Z B, Li J Z, Zhang D Z. Investigation on multi-layer photonic-crystal optical-filters. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(1):79~84 (in Chinese)
- 7 Yablonovitch E, Gmitter T G. Donor and acceptor modes in photonic band structure. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, **67**(24):3380~3383
- 8 Liu N H. Defect modes of stratified media. *Phys. Rev. (B)*, 1997, **55**(7):4097~4100
- 9 Gu G C, Chen H, Wu X *et al.*. Properties of light propagation in 1-D periodic dielectric structure. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2000, **20**(6):728~834 (in Chinese)
- 10 Liu N H, Zhu S Y, Chen H. Localized electromagnetic modes of one-dimensional modulated nonlinear photonic band-gap structures. *Phys. Rev. (B)*, 2001, **64**(15):165105-1~10
- 11 Jiang H T, Liu N H. Localized mode of photonic crystal with a nonlinear media. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(6):385~388 (in Chinese)
- 12 Jiang H T, Liu N H. Normal coupled modes of photonic crystal with dispersive and nonlinear media. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(11):1400~1403 (in Chinese)
- 13 Liu N H, Zhu S Y, Chen H *et al.*. Superluminal pulse propagation through one-dimensional photonic crystals with a dispersive defect. *Phys. Rev. (E)*, 2002, **65**(4):046607-1~8
- 14 Khitrova G, Gibbs H M, Jahnke F *et al.*. Nonlinear optics of normal-mode-coupling semiconductor microcavities. *Rev. Mod. Phys.*, 1999, **71**(5):1591~1639

## Ultraslow Group Velocity in Photonic Crystal with a Dispersive Defect

An Liping Liu Nianhua

(Department Of Physics, Nanchang University, Nanchang 330047)

(Received 19 September 2002; revised 22 November 2002)

**Abstract:** By means of transfer matrix method, The complex transmission coefficient through one-dimensional photonic crystal with a dispersive defect which is described by the Lorentz oscillator model is calculated. The equivalent index of refraction defined through the complex transmission coefficient is calculated and the group velocity of an optical pulse with frequency spectrum around the defect mode frequency is investigated. It is found that the equivalent dispersion of the photonic crystals relies strongly on the dispersion of the defect because the transmission spectrum depends sensitively on the optical thickness of the defect which varies with frequency. Since the pulse is composed of a variety of monochromatic field and the transmitted pulse is a re-superposition of all transmitted monochromatic components, the behavior of the pulse propagation is determined by the equivalent dispersion of the medium. Compared with the case that the defect is non-dispersive, the dispersion of the defect layer leads to an ultraslow group velocity. By changing the strength of the oscillator, the group velocity can be changed from subluminal (slower than the vacuum light speed) to superluminal (faster than the vacuum light speed).

**Key words:** guided wave and fiber optics; photonic crystal; dispersion; group velocity