

文章编号: 0253-2239(2003)10-1172-4

对数型非线性电介质中的一维空间亮孤子*

卫 青 王 奇

(上海大学物理系, 上海 200436)

摘要: 研究了对数型非线性电介质中空间亮孤子, 认为对数型电介质中可支持亮空间孤子, 并对其束宽变化作了分析, 指出其束宽变化与光源峰值功率成反比: 当功率较低时, 束宽随功率的增大而急剧减小, 表现出良好的非线性效应; 当功率不断增大时, 束宽的减小趋势逐渐放慢直至停止, 对数型材料呈现饱和特性。

关键词: 非线性光学; 一维亮孤子; 稳态分析法; 对数型非线性电介质

中图分类号: O431.2 文献标识码: A

1 引 言

所谓亮空间孤子指的是光束的线性衍射效应和非线性自聚焦效应达到平衡时的光束的波形保持不变。人们对于空间亮孤子的研究可以追溯到上个世纪六十年代。1964 年, 由 Chiao 等^[1]首次对自聚焦现象进行了研究, 但直到 1972 年基于非线性薛定谔方程的逆散射理论提出之后^[2], 人们才开始认识到自聚焦效应是属于空间亮孤子的范畴。1985 年, Barthelemy 等^[3]首次在克尔介质中观察到了亮空间孤子的存在。接着, 1988 年 Maneuf 等^[4]又在磷酸二氢钾(KDP)晶体中观察到了一阶、两阶和三阶空间亮孤子。同年, Duree^[5]的研究小组在偏置的光折变晶体中观测到稳定传输的空间亮光孤子, 由于其形成只需毫瓦级功率, 故引发了人们的研究热情。目前国内相关研究小组的工作主要集中在光折变空间孤子上。因本文论及的是亮空间孤子, 故给出与此相关的研究成果: 在有外加电场的光伏光折变晶体中存在稳态亮空间孤子^[6]; 指出受扩散作用影响, 亮屏蔽-光伏孤子呈现出自偏转特性^[7]; 在小振幅情况下, 可以得到屏蔽-光伏孤子半峰全宽宽度和自弯曲程度的显式^[8]。

但针对对数型非线性电介质中空间孤子的研究论文尚不多见^[9, 10]。迄今为止, 虽有少量文献^[11]论及对数型非线性电介质支持空间亮孤子的存在, 但是缺乏严格的理论论证。本文尝试在现有的理论基

础上, 就对数型非线性电介质中空间亮孤子的存在问题作理论上的严格论证。首先由亥姆霍兹方程出发, 导出在对数型介质中, 光束所满足的动态演化方程, 然后利用文献[12]的方法, 将满足一般空间亮孤子态条件的数学表述形式强加在波动方程(7)所设的试探解上, 得到了在对数型非线性电介质中存在空间亮孤子态的必要条件。最后得出结论: 对数型非线性电介质支持空间亮孤子态。并对其相关特性作了分析, 指出其束宽变化与光源的峰值功率成反比: 当峰值功率较低时, 束宽随功率的增大而急剧减小, 这时对数型非线性材料的性质等同于克尔型的非线性材料, 表现出良好的非线性效应; 当峰值功率不断增大时, 束宽的减小趋势逐渐放慢直至停止, 对数型材料逐渐呈现出饱和的特性。

2 基本方程

设一束准单色光波在介质中传播, 其电场分量满足亥姆霍兹方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} + (k_0 n)^2 \mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

式中 $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, λ_0 为自由空间中的光波长, $n^2 = n_0^2 + \delta n(I)$, n_0 为材料固有的折射率, $\delta n(I)$ 为光束在传播中引起的折射率的变化, 其变化是光强的对数型函数

$$\delta n(I) = n_2 \ln \left[1 + \frac{I}{I_1} \right], \quad (2)$$

其中 I_1 为阈值光强, n_2 为与光强有关的折射率变化系数。我们约定光波在 x 方向发生偏振和衍射, 沿 z 方向传播, 这样光束的电场分量可表述成

$$\mathbf{E} = \mathbf{x} \phi(x, z) \exp(ikz), \quad (3)$$

* 国家自然科学基金(60177020)和上海市教育委员会第四期重点学科资助课题。

E-mail: wqwqwqwq@citiz.net

收稿日期: 2002-08-12; 收到修改稿日期: 2002-10-09

式中 $k = k_0 n_0$, \mathbf{x} 为沿 x 方向的单位矢量。将(3)式代入(1)式, 考虑光束的慢变化包络近似, 得到 ϕ 所满足的衍射傍轴方程:

$$i \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial k \partial x^2} + \frac{k_0 n_2}{2 n_0} \ln \left[1 + \frac{I}{I_t} \right] \phi = 0. \quad (4)$$

根据坡印廷定律光束的光强可表示为

$$I = \frac{n_0 |\phi|^2}{2 \eta_0}, \quad (5)$$

其中 η_0 为真空中的波阻抗。于是(4)式写成

$$i \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{2 k \partial x^2} + \frac{k_0 n_2}{2 n_0} \ln \left[1 + \frac{n_0 |\phi|^2}{2 \eta_0 I_t} \right] \phi = 0. \quad (6)$$

引入无量纲的变量 $\zeta = z/kx_0^2$, $s = x/x_0$, $u = \phi(n_0/2\eta_0 I_t)^{1/2}$, 将其代入(6)式, 得到光束的包络 u 所满足的归一化动态演化方程:

$$i \frac{\partial u}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 u}{2 \partial s^2} + \beta \ln(1 + |u|^2) u = 0, \quad (7)$$

其中 $\beta = (k_0 x_0)^2 n_2/2$, x_0 为光束的初始空间宽度。

3 亮孤子解

首先我们给出通常意义上的空间亮孤子的特征形式:

1) 其光束波形具有近似于双曲正割的对称分布;

2) 其相位在整个光束范围内保持恒定, 在光束的中心轴线上, 光强具有最大值;

3) 因受衍射影响, 传播(此处指方向)至无穷远时, 其光束强度峰值趋于零。

于是, 给出试探解^[12]

$$u = r^{1/2} y(s) \exp(i\nu \zeta), \quad (8)$$

其中参量 ν 为传播常量的非线性空间频移, $y(s)$ 为归一化实振幅函数, r 为空间亮孤子的最大光强^[9]。将(8)式代入波动方程(7)中, 得到

$$\frac{d^2 y}{ds^2} - 2\nu y + 2\beta \ln(1 + ry^2) y = 0. \quad (9)$$

从空间亮孤子的一般表述形式 1) 2) 和 3) 得归一化振幅函数 $y(s)$ 所满足的边界条件:

- 1) $y(s)$ 是偶函数;
- 2) $y(s=0) = 1$, $y'(s=0) = 0$;
- 3) $y(s \rightarrow \pm \infty) = 0$, $y'(s \rightarrow \pm \infty) = 0$;
- 4) $0 \leq y(s) \leq 1$ 。

其中 y' 表示函数 $y(s)$ 关于 s 的一阶导数。将方程(9)两边同时积分, 且利用边界条件 2), 得到

$$\left[\frac{dy}{ds} \right]^2 = 2\nu(y^2 - 1) - \frac{2\beta}{r} [(1 + ry^2) \ln(1 + ry^2) - (1 + r) \ln(1 + r) - r(y^2 - 1)]. \quad (10)$$

重复上面的计算, 并利用边界条件(3), 得到

$$\left[\frac{dy}{ds} \right]^2 = 2\nu y^2 - \frac{2\beta}{r} [(1 + ry^2) \ln(1 + ry^2) - ry^2]. \quad (11)$$

比较(10)式和(11)式, 可得空间亮孤子的非线性空间频移 ν 的表述形式:

$$\nu = -\beta + \frac{\beta}{r} (1 + r) \ln(1 + r). \quad (12)$$

因此方程(10)或方程(11)可化简为

$$\left[\frac{dy}{ds} \right]^2 = \frac{2\beta}{r} [y^2(1 + r) \ln(1 + r) - (1 + ry^2) \ln(1 + ry^2)]. \quad (13)$$

(13)式告诉我们, 在实数范围内等式左边必大于等于0, 所以等式右边取非负。一般在 $n_2 > 0$ 的自聚焦对数型介质中可以支持空间亮孤子态, 所以 $\beta > 0$, 在加上 $r > 0$, 则可以得到在对数型非线性电介质中存在空间亮孤子态的必要条件:

$$y^2(1 + r) \ln(1 + r) - (1 + ry^2) \ln(1 + ry^2) > 0. \quad (14)$$

将(13)式右边中括号内的部分记为函数 $f(y^2)$ 。将其关于参量 y^2 求一阶导数, 得到一极值点为

$$y_0^2 = \left[(1 + r) \exp \left[\frac{\ln(1 + r) - r}{r} \right] - 1 \right] / r, \quad (15)$$

且该极值点的取值范围必在0到1之间。另外容易验证函数 $f(y^2)$ 的二阶导数满足 $f''(y^2 = y_0^2) < 0$, 由此得到其在参量 y^2 的区间0到1上必存在一最大值 $y_0^2(y_0^2)$ 的具体数学表述形式由(15)式给出, 且 $f(y^2 = 0) = 0$, 故 $f(y^2)$ 的取值必为正, 这恰好与不等式(14)相吻合, 于是得到结论, 在对数型非线性电介质中必支持空间亮孤子解。

4 相关特性分析

从(12)式可知, 若参量 β 给定时, 空间亮孤子的非线性频移 ν 只与 r 有关。对于一自聚焦对数型非线性电介质, 比如掺杂铌酸锶钡(SBN)晶体, 有 $n_2 = 10^{-4}$, 入射光束波长 $\lambda_0 = 0.5 \mu\text{m}$, 初始宽度 $x_0 = 18 \mu\text{m}$, 则 $\beta = 2.558$ 。将(13)式两边施以积分, 得到

$$(2\beta)^{-1/2}s = \pm \int_y^1 \frac{r^{1/2}d\zeta}{[\zeta^2(1+r)\ln(1+r) - (1+r\zeta^2)\ln(1+\zeta^2)]^{1/2}}, \quad (16)$$

图 1 给出了当 $\beta = 2.558$, r 分别等于 0.1、0.3 和 0.5 时, 空间亮孤子的归一化光强随 s 的变化规律。

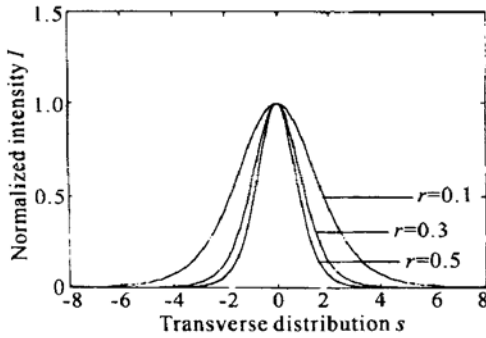


Fig.1 Normalized intensity profile of the bright spatial solitons at $\beta = 2.558$

由图 1 中曲线 1 所描述的光束波形具有一般空间亮孤子的特性。再分析图 1 中的一簇曲线。我们发现, 光束的空间宽度随着 r 的减小而增加。其中 r 是一与光束功率相关的参量, 于是可知: 光束功率的变化与其空间宽度的变化成反比。另外, r 从 0.3 变化到 0.1 时, 光束宽度的相对增加程度要比其从 0.5 取到 0.3 是要大得多, 这和前面提到的空间暗孤子的情况相仿。产生这一现象的主要原因是: 当 r 从 0.3 到 0.1 变化的过程中, 光束的衍射作用要强于非线性自聚焦作用, 导致光束宽度增宽加剧; 反之, 当 r 从 0.5 到 0.3 变化的过程中, 非线性自聚焦效应逐渐平衡或者超越了光束衍射的影响, 使光束宽度的变化趋于平坦。

在(16)式中令 $y^2(s) = 1/2$, 可以得到光束的半峰全宽宽度随 r 的变化曲线, 如图 2。

图 2 中反映出, 当 r 取较低功率时, 宽度随 r 的增大急剧减小, 随后其减小趋势逐渐放慢直至停止, 在一相当大的 r 的变化范围内宽度变化缓慢。可从对数型非线性自聚焦电介质总折射率变化的表达式 $n^2(I) = n_0^2 + n_2 \ln(1 + I/I_1)$ 中(其中各参量的含义和前面一致)来分析上述现象的物理起源。首先, 当 r 取较小值时(即 $I \ll I_1$), 上述折射率变化的表达式近似等于 $n^2(I) = n_0^2 + n_2(I/I_1)$, 此时对数型非线性材料的 $n(I)$ 表式等同于克尔型的非线性材料, 表现出良好的非线性效应。这一结论和实际是吻合的。在 $I \gg I_1$ 的情况下(即 r 的取值无限大), 对数型材料总的折射率变化趋向一恒定值, 逐渐呈现出

饱和的特性, 所以在图(2)中表现为束宽的变化愈发缓慢。

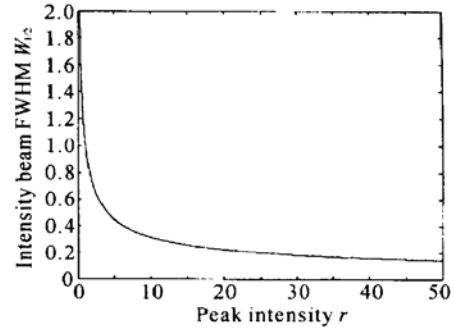


Fig.2 FWHM width of the bright spatial solitons as function of r at $n_2 = 10^{-4}$ and $\lambda_0 = 0.5 \mu\text{m}$

波动方程(7)在小振幅的情况下 ($r \ll 1$ 或 $|u|^2 \ll 1$) 可简化为标准的非线性薛定谔方程的形式:

$$i \frac{\partial u}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 u}{2\partial s^2} + \beta |u|^2 u = 0. \quad (17)$$

于是可以得到

$$u = r^{1/2} \text{sech}[(\beta r)^{1/2} s] \exp\left[i \frac{r\beta}{2} \zeta\right]. \quad (18)$$

由此可求出当 r 取较小值时光束半峰全宽宽度的近似表达式:

$$w_{1/2} = 1.76 \left[\frac{2}{k_0^2 n_2 x_0^2 r} \right]^{1/2}. \quad (19)$$

这与图 2 中当 r 取较低功率的情况相符。

结论 本文对对数型非线性电介质中空间亮孤子进行了研究。我们在适当选择空间亮孤子试探解的基础上, 得到了对数型非线性电介质中存在空间亮孤子的必要条件, 由此揭示了对数型非线性电介质中可支持空间亮孤子态, 丰富了现有的理论结果。并对空间亮孤子态的特性作了分析, 指出其各自的束宽变化与光源的峰值功率成反比: 当峰值功率较低时, 束宽随功率的增大而急剧减小, 这时对数型非线性材料的折射率表式等同于克尔型的非线性材料, 表现出良好的非线性效应; 当峰值功率不断增大时, 束宽的减小趋势逐渐放慢直至停止, 对数型材料呈现出饱和特性。

- 1 Chiao R Y, Garmire E, Townes C H. Self-trapping of optical beams. *Phys. Rev. Lett.*, 1964, **13**(15): 479~ 482
- 2 Maneuf S, Reynaud F. Quasi-steady state self-trapping of first, second and third order subnanosecond beams. *Opt. Commun.*, 1998, **66**(5, 6): 325~ 328
- 3 Barthelemy A, Maneuf S, Frochly C. Propagation soliton et auto-confinement de faisceaux laser par non linearite optique de kerr. *Opt. Commun.*, 1985, **55**(3): 201~ 206
- 4 Maneuf S, Desailly R, Frochly C. Stable self-trapping of laser beams: Observation in a nonlinear planar waveguide. *Opt. Commun.*, 1988, **65**(3): 193~ 198
- 5 Duree G C, Shultz J L, Sharp G J *et al.*. Observation of self-trapping of an optical beam due to the photorefractive effect. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **71**(4): 533~ 536
- 6 She W L, Lee K K, Lee W K. Observation of two-dimensional bright photovoltaic spatial solitons. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **83**(16): 3182~ 3185
- 7 Liu J S, Lu K Q. Screening-photovoltaic spatial solitons in biased photovoltaic photorefractive crystals and their self-deflection. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1999, **16**(4): 550~ 555
- 8 Hou C F, Li Y, Yuan B H. Low-amplitude screening-photovoltaic spatial solitons in biased photovoltaic photorefractive crystals. *Chin. J. Laser (B)*, 2000, **9**(6): 551~ 557
- 9 Christodoulides D N, Coskun T H. Incoherent spatial solitons in saturable nonlinear media. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(14): 1080~ 1082
- 10 Krolikowski W, Edmundson D, Bang O. Unified model for partially coherent solitons in logarithmically nonlinear media. *Phys. Rev. (E)*, 2000, **61**(3): 3122~ 3126
- 11 Snyder A W, Mitchell J D. Mighty morphing spatial solitons and bullets. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(1): 16~ 18
- 12 Christodoulides D N, Carvalho M I. Bright, dark, and gray spatial soliton states in photorefractive media. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1995, **12**(9): 1628~ 1633

One Dimensional Bright Spatial Solitons in Logarithmically Nonlinear Electric Media

Wei Qing Wang Qi

(Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 200436)

(Received 12 August 2002; revised 9 October 2002)

Abstract: The bright spatial solitons in logarithmically nonlinear electric media is studied. It is showed that the bright solitons are possible in corresponding nonlinear media. The spatial width for bright solitons is analyzed. It is revealed that the variation of the beam width is inversely proportional to the peak power of the source: beam width dramatically decreases with increasing the power when the peak power is much lower, exhibiting the good nonlinear effects in such case; The variation of beam width is slow and further constant, exhibiting the saturable properties for logarithmically nonlinear electric media, when the peak power continuously increases.

Key words: nonlinear optics; one-dimensional bright soliton; steady-state approach; logarithmically nonlinear electric media