

文章编号: 0253-2239(2003)10-1181-6

在克尔媒质中原子和光场的量子信息保真度

董传华

(上海大学物理系, 上海 200436)

摘要: 讨论了在克尔媒质中原子与光场相互作用及拉曼相互作用时原子、光场和整个系统的量子信息保真度的时间演化过程。研究光场的光强、失谐量及克尔参量对保真度的影响。研究表明,当拉比振荡频率与光子数成正比时保真度表现出周期性的等幅振荡。光强的增加将使保真度下降,失谐量的增加会提高保真度,克尔媒质也对保真度的演化产生影响。失谐量为 0,克尔参量为 0.5 g 时以及在能级简并的拉曼过程中保真度表现出很规则的等幅周期振荡。

关键词: 量子光学; 保真度; 克尔媒质; 非线性 J-C 模型; 施密特距离

中图分类号: O431 文献标识码: A

1 引 言

光与物质的相互作用始终是量子光学研究的主要课题。量子光学和信息科学的结合促使了量子信息科学的形成和发展。量子通信^[1,2],量子计算^[3,4],量子复制^[5,6]和量子密码^[7,8]等都是量子信息研究的主要课题。

量子信息的载体是量子态,量子系统的态在演化过程中实现量子信息的处理和传递。在量子态的演化过程中,其量子信息保真度的演化就很有研究的必要,它关系到量子通信的失真度,量子计算的可靠性及量子复制的保真度。总之,保真度是量子信息学中的一个十分重要的问题。

处于克尔媒质中的原子与光场的相互作用是一种十分重要的情况。克尔媒质引起的非线性效应在量子态工程(如薛定谔猫态的制备^[9])中也有重要应用。在克尔媒质中的原子和光场相互作用时,其量子态的量子信息保真度如何随时间演化? 克尔媒质的克尔系数、失谐量和光强如何影响保真度? 这些问题的研究不仅有理论意义,而且在量子信息学中也有实际意义。

本文讨论了在克尔媒质中原子与光场相互作用及拉曼相互作用时原子、光场和整个系统的量子信息保真度的时间演化过程。首先介绍一下密度算符的施密特(Schmidt)距离^[10]和保真度的定义^[5,11],

再得出克尔媒质中单模光场和二能级原子的相互作用和拉曼作用中系统的波函数。通过数值计算,讨论原子、光场和整个系统在演化过程中量子信息保真度的演化情况及光场强度、失谐量和克尔参量对保真度的影响。

2 密度算符的施密特距离和量子信息的保真度

把欧几里得空间中两点间距离的直观定义推广到尺度空间,用以表示抽象空间中的距离。这里,把欧几里得空间和尺度空间作对比地介绍有关概念,有助于对施密特距离的理解。在欧几里得空间中,几何点的状态就是其几何位置,可以用一个矢量 r 表示。两点状态的差异,即两点间的距离为 $|r_2 - r_1|$,若 $|r_2 - r_1| = 0$,则两点重合,表示这两点的状态相同。同样,一个函数,矩阵,算符等的“状态”也可以由尺度空间中的“位置”表示。为此,先对这尺度空间赋予一个范数,构成一个赋范空间。对密度算符,采用希尔伯特-施密特(Hilbert-Schmidt)范数^[10],为

$$\|\rho\| = \sqrt{\text{Tr}\{\rho^2\}}, \quad (1)$$

在赋范空间中定义两个算符 ρ_1 和 ρ_2 的施密特距离 D 为 $\rho_1 - \rho_2$ 的希尔伯特-施密特范数,即

$$D = \frac{1}{\sqrt{2}} \|\rho_1 - \rho_2\| = \sqrt{\frac{\text{Tr}\{(\rho_1 - \rho_2)^2\}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\text{Tr}\{\rho_1^2\} + \text{Tr}\{\rho_2^2\} - 2\text{Tr}\{\rho_1\rho_2\}]^{1/2}, \quad (2)$$

E-mail: chdong@mail.shu.edu.cn

收稿日期: 2002-08-15

其中 $1/\sqrt{2}$ 的引入是为了归一化。 $\text{Tr}\{\rho_j^2\}$ ($j = 1, 2$) 表征了态的纯度, 对纯态, 有 $\text{Tr}\{\rho_j^2\} = 1$; 对混合态, 有 $\text{Tr}\{\rho_j^2\} < 1$ 。 $\text{Tr}\{\rho_1\rho_2\}$ 表征了态的正交程度, 对正交的两个态, $\text{Tr}\{\rho_1\rho_2\} = 0$ 。对于两个相同的态, $D = 0$; 对于两个正交的纯态, $D = 1$; 所以 $0 \leq D \leq 1$ 。对于两个正交的混合态

$$D = \frac{1}{\sqrt{2}}[\text{Tr}\{\rho_1^2\} + \text{Tr}\{\rho_2^2\}]^{1/2}, \quad (3)$$

(2)式和(3)式分别对应于欧几里得空间中的余弦定理和勾股定理。

下面我们只讨论纯态的情况, 这时, 施密特距离为

$$D = \sqrt{1 - \text{Tr}(\rho_1\rho_2)}, \quad (4)$$

因此, 表示两个纯态差异的施密特距离也可等价地由它们的正交程度 $\text{Tr}\{\rho_1\rho_2\}$ 决定。如果 ρ_1 是初态的密度算符 $\rho(0)$, ρ_2 是 t 时刻态的密度算符 $\rho(t)$, 那么, D 就表示了 t 时刻的态偏离初态的程度, 即失真度, 而与其等价的对量——保真度 F 可以定义为

$$F = \text{Tr}\{\rho(0)\rho(t)\}. \quad (5)$$

显然, $0 \leq F \leq 1$ 。 $F = 1$ 表示态在演化过程中完全保持了初态的量子信息, $F = 0$ 表示演化过程中完全失去了初态的量子信息, 这时的末态与初态正交。

设初始时单模光场为相干态

$$|\alpha\rangle = \sum_n f_n |n\rangle, \quad f_n = \exp(-\bar{n}/2) \alpha^n / \sqrt{n!},$$

\bar{n} 为光场中平均光子数。二能级原子的两个能级为 $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ 。设初始时原子处于 $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ 的相干叠加, 于是, 系统的初始态为

$$|\Psi(0)\rangle = \sum_n f_n [\cos\theta |e, n\rangle + \sin\theta \exp(i\varphi) |g, n+1\rangle], \quad (6)$$

φ 是叠加相位, $\cos\theta$ 和 $\sin\theta$ 分别为原子处于 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 的概率幅。为了简化计算, 以下计算时令 $\varphi = 0$ 。设 t 时刻的系统态为

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n A_n(t) |e, n\rangle + B_{n+1}(t) |g, n+1\rangle, \quad (7)$$

由(6)式和(7)式可得到系统的密度算符 $\rho(0)$ 和

$\rho(t)$, 根据定义式(5), 系统的量子信息保真度为

$$F_s = \left| \sum_n f_n A_n^* \right|^2 \cos^2\theta + \left| \sum_n f_{n+1} B_{n+1}^* \right|^2 \sin^2\theta + \sin(2\theta) \text{Re} \left\{ \exp(i\varphi) \sum_{m,n} A_n f_n^* B_{m+1}^* f_{m+1} \right\}, \quad (8)$$

初始时刻和 t 时刻的光场密度算符为 $\rho(0)$ 和 $\rho(t)$ 的约化密度算符 $\text{Tr}_a\{\rho(0)\}$ 和 $\text{Tr}_a\{\rho(t)\}$, 下标 a 表示对原子求迹。由此, 根据定义式(5) 给出光场的量子信息保真度为

$$F_f = \left| \sum_n f_n A_n^* \right|^2 + \left| \sum_n f_{n+1} B_{n+1}^* \right|^2, \quad (9)$$

原子的初始时刻密度算符和 t 时刻的密度算符为 $\text{Tr}_f\{\rho(0)\}$ 和 $\text{Tr}_f\{\rho(t)\}$, 下标 f 表示对光场求迹。由定义式(5), 原子态的量子信息保真度为

$$F_a = \sum_n |A_n|^2 \cos^2\theta + \sum_n |B_{n+1}|^2 \sin^2\theta + \sin(2\theta) \sum_n \text{Re} \{ \exp(i\varphi) A_n B_{n+1}^* \}, \quad (10)$$

其中已利用了 $\sum_n |f_n|^2 = 1$ 。对于拉曼过程, 光子数不变, 因此 t 时刻的态为

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n A_n(t) |e, n\rangle + B_n(t) |g, n\rangle, \quad (11)$$

所以, 拉曼过程的量子信息保真度只需把(8)式、(9)式和(10)式的下标 $n+1$ 改为 n 即可。

3 含克尔媒质的 Jaynes-Cummings 模型中的量子信息保真度

在偶极近似和旋波近似下, 在含克尔媒质的腔内, 二能级原子与单模光场所构成的系统的哈密顿量在相互作用绘景中可以写成^[12,13]

$$H_I = \chi a^{+2} a^2 + g [a^+ S_- \exp(-i\Delta t) + S_+ a \exp(i\Delta t)], \quad (12)$$

其中 a^+ 和 a 分别为光场的产生和湮没算符, S_+ 和 S_- 是原子的膺自旋算符, g 是原子和场的耦合系数, χ 是克尔系数。失谐量 $\Delta = \omega_0 - \omega$, ω 为光场频率, ω_0 为原子的跃迁频率。利用哈密顿量(12)式和系统态(7)式, 薛定谔方程可简化为下列微分方程组

$$\begin{cases} \text{id}A_n(t)/dt = n(n-1)\chi A_n(t) + g \sqrt{n+1} \exp(i\Delta t) B_{n+1}(t), \\ \text{id}B_{n+1}(t)/dt = n(n+1)\chi B_{n+1}(t) + g \sqrt{n+1} \exp(-i\Delta t) A_n(t), \end{cases} \quad (13)$$

在初始条件(6)式下, 方程的解为

$$A_n(t) = f_n \{ \cos\theta \cos(\Omega_n t) - i [g \sqrt{n+1} \sin\theta \exp(i\varphi) + (\Delta/2 - n\chi) \cos\theta] \sin(\Omega_n t) / \Omega_n \} \times \exp[-i(n^2 \chi - \Delta/2)t], \quad (14a)$$

$$B_{n+1}(t) = f_n \{ \sin \theta \cos(\Omega_n t) \exp(i\varphi) - i [g \sqrt{n+1} \cos \theta - (\Delta/2 - n\chi) \sin \theta \exp(i\varphi)] \sin(\Omega_n t) / \Omega_n \} \times \exp[-i(n^2 \chi + \Delta/2)t], \quad (14b)$$

其中 $2\Omega_n$ 为拉比振荡频率：

$$\Omega_n = [(n+1)g^2 + (n\chi - \Delta/2)^2]^{1/2}, \quad (15)$$

由(14)式和(8)式、(9)式、(10)式,可以得到克尔媒质中二能级原子与单模相干态光场作用时原子、光场和整个系统的量子信息保真度,分别记为 F_a 、 F_f 和 F_s 。通过数值计算,得到它们在 $\theta=0$ 情况中的时间演化。图 1、图 2 和图 3 分别是光强 $\bar{n}(\Delta=0, \chi=0)$ 、失谐量 $\Delta(\bar{n}=1, \chi=0)$ 和克尔系数 $\chi(\bar{n}=1, \Delta=0)$ 对 F_a [见图(a)]、 F_f [见图(b)] 和 F_s [见图(c)] 的影响。相干态可以看作由光子数态叠加而成。不同的光子数态光场与原子相互作用产生不同频率的拉比振荡,它们的叠加构成原子布居的时间演化中的高频振荡。一般情况下,拉比振荡频率与 n 不成线性关系[见(15)式],从而使振荡被调制。反映到原子的量子信息保真度的演化中,就形成了 F_a

的振幅被调制的高频振荡。从(8)式、(9)式和(10)式可以看到 F_a 是一些项的“强度”相加,即与复系数 A_n 和 B_{n+1} 的相位无关。复系数 A_n 和 B_{n+1} 取绝对值平方后再相加,复系数的相位信息已丢失,因此,累加的各项之间不存在“相干”,这一点与原子的粒子数反转的演化相同。另一方面, F_f 和 F_s 是由复系数 A_n 和 B_{n+1} 的累加后再取绝对值平方。由于在累加时包含了复系数的相位信息,因此各项之间存在“相干”,它们是造成 F_f 和 F_s 的演化中周期慢变化的根源。整个系统的量子信息保真度是原子和光场的量子信息保真度的综合,因此, F_f 的演化是 F_s 的包络。这与文献[11]一致,所以这一特征有一定的普遍性,所不同的是在这里, F_f 是在 F_s 的包络上叠加一些小幅的振荡。

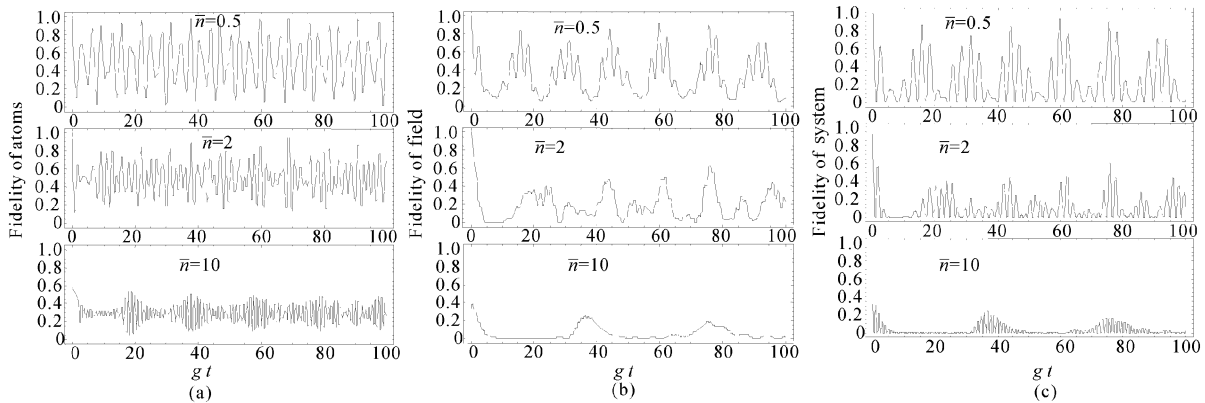


Fig. 1 The evolutions of fidelity in Kerr medium for $\chi=0, \Delta=0$ and different mean number of photons of 0.5, 2 and 10 from top to bottom in the case of $\theta=0$. (a) Fidelity of atoms; (b) Fidelity of field; (c) Fidelity of system

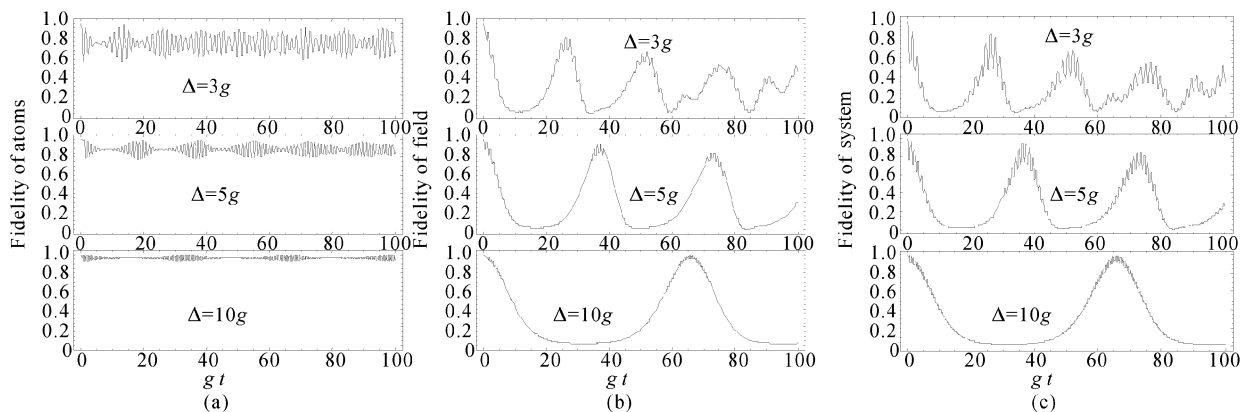


Fig. 2 The evolutions of fidelity in Kerr medium for $\bar{n}=1, \chi=0$ and different detuning parameters of 3 g, 5 g and 10 g from top to bottom in the case of $\theta=0$. (a) Fidelity of atoms; (b) Fidelity of field; (c) Fidelity of system

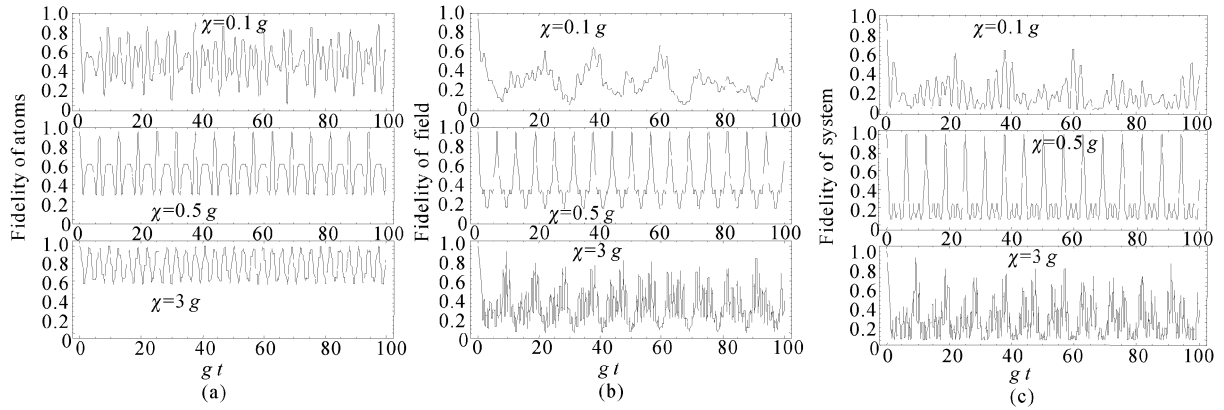


Fig. 3 The evolutions of fidelity in Kerr medium for $\bar{n}=1, \Delta=0$ and different Kerr coefficients of 0.1 g, 0.5 g and 3 g from top to bottom in the case of $\theta=0$. (a) Fidelity of atoms; (b) Fidelity of field; (c) Fidelity of system

相干态光场中光子数按泊松分布,随着光强的增强,分布的宽度加大, F_a 的振荡频率增高[见图 1 (a)]. 同样,光强的增强展宽了 $|f_n|^2$ 的分布,导致了 F_f 和 F_s 的慢变化的周期变长,并加强了整个光场和原子间的作用,使量子信息保真度下降。到 $\bar{n} \approx 20$ 时, F_a 、 F_f 和 F_s 接近于零。

由于随失谐量的增加,拉比振荡频率也增加,所以 F_a 、 F_f 和 F_s 高频振荡成分的频率也随之增加。失谐量的增加也使 F_f 和 F_s 的慢变化的周期变长。由于增加失谐量将减弱光场和原子之间的关连,降低了原子和光场的相互作用对量子信息的影响,提高了原子的量子信息保真度。克尔系数的增加也增加了 F_a 、 F_f 和 F_s 高频振荡成分的频率。特别在 $\Delta=0, \chi=0.5g$ 时,拉比振荡频率与 n 成线性关系,因为这时

$$\Omega_n = (0.5n + 1)g, \quad (16)$$

这时的拉比振荡呈现很规则的周期为 $2\pi/g$ 的振荡,原子、光场和系统的量子信息保真度随时间演化也

呈规则的等幅振荡(见图 3 中的 $\Delta=0, \chi=0.5g$ 的情况)。实际上, $\chi \neq 0$ 时,只要调节失谐量,使其满足条件 $\Delta = g^2/(2\chi) - 2\chi$,这时

$$\Omega_n = [(n+1)\chi + g^2/(4\chi)], \quad (17)$$

所以拉比振荡频率也与光子数成正比,于是,保真度也将呈现周期性等幅振荡,振荡周期为 π/χ 。

4 克尔介质中拉曼相互作用的量子信息保真度

拉曼相互作用中,原子通过虚能级实现 $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ 之间的跃迁,在这过程中没有净光子的产生和湮灭。设 $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ 之间的能级差为 ω_0 ,则相互作用绘景中的哈密顿量为^[14,15]

$$H_I = \chi a^{+2} a^2 + g a^+ a [S_+ \exp(i\omega_0 t) + S_- \exp(-i\omega_0 t)], \quad (18)$$

由(11)式和(18)式,薛定谔方程可简化为下列微分方程组

$$\begin{cases} \text{id}A_n(t)/\text{d}t = n(n-1)\chi A_n(t) + gnB_n(t)\exp(i\omega_0 t), \\ \text{id}B_n(t)/\text{d}t = n(n-1)\chi B_n(t) + gnA_n(t)\exp(-i\omega_0 t). \end{cases} \quad (19)$$

在(6)式的初始条件下,方程的解为

$$A_n(t) = f_n \{ \cos \theta \cos(\Omega_n t) - i[\omega_0/2 \cos \theta + gn \sin \theta \exp(i\varphi)] \sin(\Omega_n t) / \Omega_n \} \times \exp\{-i[\chi n(n-1) - \omega_0/2]t\}, \quad (20a)$$

$$B_n(t) = f_n \{ \sin \theta \cos(\Omega_n t) \exp(i\varphi) + i[\omega_0/2 \sin \theta \exp(i\varphi) - gn \cos \theta] \sin(\Omega_n t) / \Omega_n \} \times \exp\{-i[\chi n(n-1) + \omega_0/2]t\}, \quad (20b)$$

其中拉比振荡频率为 $2\Omega_n$,

$$\Omega_n = [g^2 n^2 + (\omega_0/2)^2]^{1/2}. \quad (21)$$

根据(20)式和(8)式~(10)式得到克尔介质中原子和光场发生拉曼相互作用时的量子信息保真

度。图 4、图 5 和图 6 分别是 $\theta=0$ 情况中拉曼相互作用时光强 \bar{n} ($\chi=0, \omega_0=0$), 能级差 ω_0 ($\bar{n}=1, \chi=0$) 和克尔系数 χ ($\bar{n}=1, \omega_0=0$) 对量子信息保真度的影响。其中其中有些特征与上述克尔介质中二能

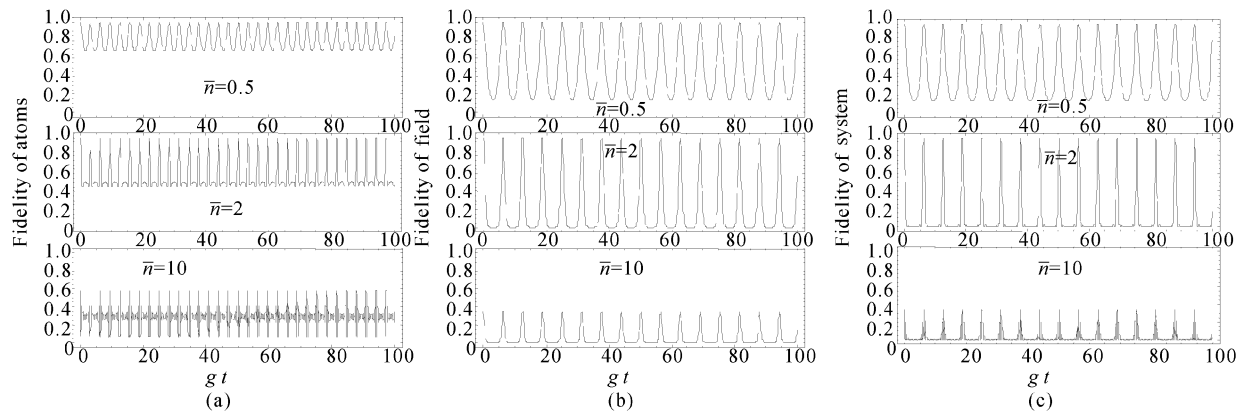


Fig. 4 The evolutions of fidelity of Raman interaction in Kerr medium for $\chi=0, \omega_0=0$ and different mean number of photons of 0.5, 2 and 10 from top to bottom in the case of $\theta=0$. (a) Fidelity of atoms; (b) Fidelity of field; (c) Fidelity of system

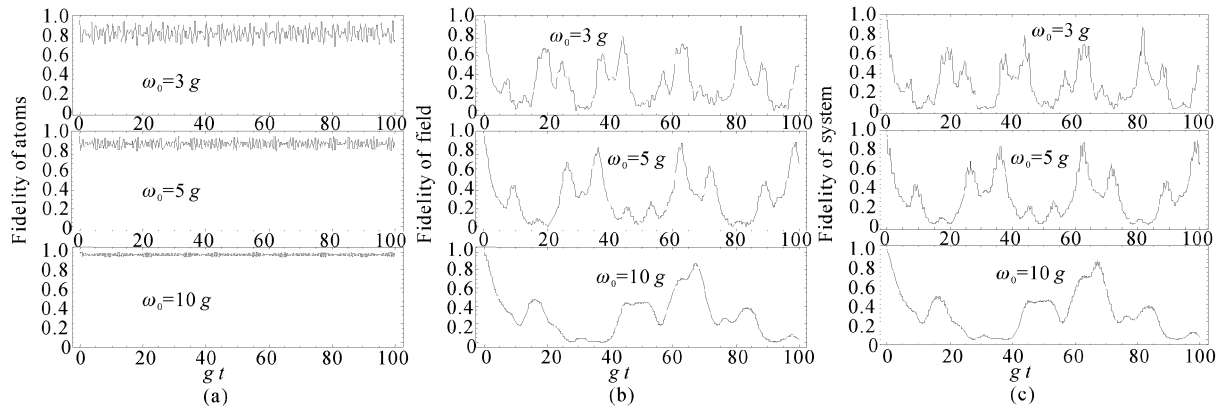


Fig. 5 The evolutions of fidelity of Raman interaction in Kerr medium for $\bar{n}=1, \chi=0$ and different ω_0 of 3 g, 5 g and 10 g from top to bottom in the case of $\theta=0$. (a) Fidelity of atoms; (b) Fidelity of field; (c) Fidelity of system

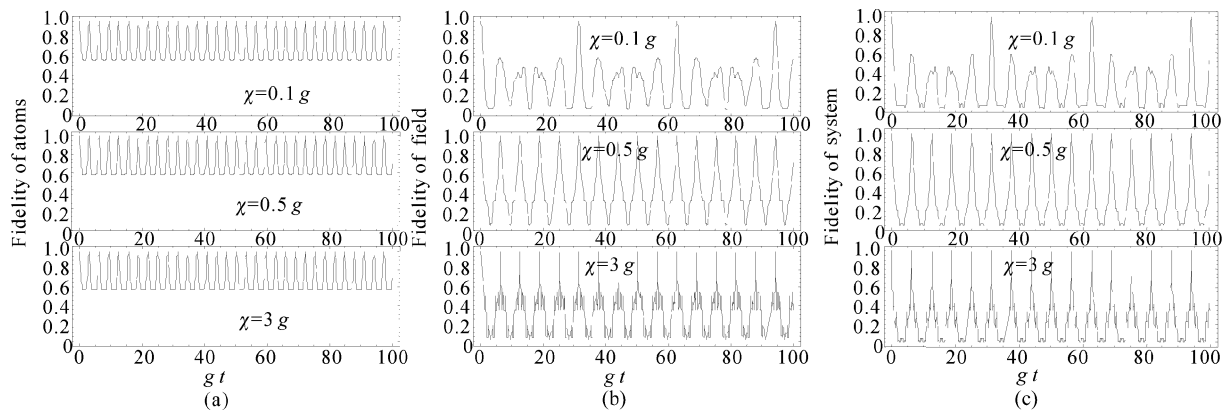


Fig. 6 The evolutions of fidelity of Raman interaction in Kerr medium for $\bar{n}=1, \omega_0=0$ and different Kerr coefficients of 0.1 g, 0.5 g and 3 g from top to bottom in the case of $\theta=0$. (a) Fidelity of atoms; (b) Fidelity of field; (c) Fidelity of system

级原子的情况相同,但也有自己的特点。在 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 简并,即 $\omega_0=0$ 时, F_a 、 F_f 和 F_s 的演化表现出很好的周期性(见图 4 和图 6)。这是因为 $\omega_0=0$ 时拉比振荡频率与 n 成线性关系,这时拉比振荡表现出很好的周期性。 F_f 和 F_s 的周期相同, F_a 的周期是 F_f 的一半。 $\omega_0 \neq 0$ 时, Ω_n 不再与光子数成线性关系,这种周期性被破坏。随着 ω_0 增加,光场和原子的拉曼耦

合减弱, F_a 的振荡频率增高,原子的量子信息保真度提高。 F_f 的演化仍是 F_s 的包络,但由于 F_s 的快振荡成份振幅很小,因此 F_f 的演化基本上与 F_s 相同。从图 4 可看出,光场强度的增大并不改变 F_a 、 F_f 和 F_s 的振荡主频率,但由于拉曼耦合的加强使原子、光场和系统的量子信息保真度下降。图 6 表明在 $\omega_0=0$ 时克尔系数的增加不改变原子量子信息保

真度的演化情况,这是因为在拉曼相互作用中,原子的拉比振荡频率与克尔系数无关。这一点与二能级原子的相互作用中的情况不同。无论是在与二能级原子的相互作用中还是拉曼相互作用中,拉比振荡频率都随失谐量的增加而增加,因此,原子量子信息保真度的振荡频率也增加。

结论 通过上述分析和数值计算,可以得到下列关于克尔媒质中量子信息保真度的一些结论:

1) 当拉比振荡频率与光子数 n 成正比时,原子、光场和系统的量子信息保真度表现为很规则的等幅周期振荡,例如在共振情况中 $\chi = 0.5g$ 时的二能级原子与光场的作用和 $\omega_0 = 0$ 时的拉曼过程中。

2) 增大光强将使原子的保真度下降,而增大失谐量将使原子的保真度上升。光强和失谐量的增大都使保真度的振荡频率提高,振荡幅度减小;而且光场和系统的保真度随时间的慢变化周期延长,变化幅度减小,其中保真度接近 0 的时间段延长。

3) 在拉曼相互作用中,克尔系数不影响原子的保真度,在 $\omega_0 \neq 0$ 时光场和系统的保真度随时间的演化没有周期性。

参 考 文 献

- 1 Bennett C H, Loudon R, Pegg D T *et al.*. Communication using quantum states. *J. Mod. Opt.*, 1994, **41**(12):2351~2373
- 2 Boschi D, Branca S, De Martini F *et al.*. Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **80**(6):1121~1125
- 3 Dai Kui, Song Hui, Liu Yun *et al.*. *The Introduction of*

- Quantum Information Technology* (量子信息技术引论). Changsha: National Defence University of Science and Technology Press, 2001 (in Chinese)
- 4 Briegel H J, Calarco T, Jaksch D *et al.*. Quantum computing with neutral atom. *J. Mod. Opt.*, 2000, **47**(2/3):415~452
 - 5 Buzek V, Hillery M. Quantum copying: Beyond the no-cloning theorem. *Phys. Rev. (A)*, 1996, **54**(3):1844~1852
 - 6 Kempe J, Simon C, Weihs G. Optimal photon cloning. *Phys. Rev. (A)*, 2000, **62**(3):032302-1~032302-8
 - 7 Hillery M, Buzek V, Berthiaume. Quantum secret sharing. *Phys. Rev. (A)*, 1999, **59**(3):1829~1834
 - 8 Hillery M. Quantum cryptography with squeezed states. *Phys. Rev. (A)*, 2000, **61**(2):022309-1~022309-8
 - 9 Du Side, Gong Shangqing, Xu Zhizhan *et al.*. Production of two-mode optical Schrödinger catlike states via Kerr nonlinearity. *Opt. Commun.*, 1997, **138**:193~199
 - 10 Knoll L, Orłowski A. Distance between density operators: Applications to the Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1995, **51**(2):1622~1630
 - 11 Liu Tangkun, Wang Jisuo, Liu Xiaojun *et al.*. Fidelity of quantum information in a pair atoms of entanglement state interacting with coherent state. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2000, **20**(11):1449~1455 (in Chinese)
 - 12 Gora P, Jedrzejek C. Nonlinear Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **45**(9):6816~6826
 - 13 Kozirowski M. Thermal and squeezed vacuum Jaynes-Cummings model with Kerr medium. *J. Mod. Opt.*, 2001, **48**(5):773~781
 - 14 Toor A H, Zubairy M S. Validity of the effective Hamiltonian in the two-photon atom-field interaction. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **45**(7):4951~4959
 - 15 Phoenix S J D, Knight P L. Periodicity, phase, and entropy in models of two-photon resonance. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1990, **7**(1):116~124

Fidelity of Quantum Information for Atom and Field in Kerr Medium

Dong Chuanhua

(Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 200436)

(Received 15 August 2002)

Abstract: The evolutions of quantum information for atoms, field and system in Kerr medium and Raman interaction are discussed. The effects of intensity of light, detuning parameters and Kerr coefficients on the fidelity are studied. It is shown that the evolutions of fidelity exhibit oscillations with equi-amplitude and perfect periodicity if the frequency of Rabi oscillation is the linear function of the photon number. Increasing the intensity of light will decrease the fidelity, and increasing the detuning parameters will improve the fidelity. Kerr coefficient affects the fidelity slightly and irregularly. The fidelity oscillates with equi-amplitude and perfect periodicity in the case of $\Delta=0$, $\chi=0.5g$ and Raman interaction for degenerate levels.

Key words: quantum optics; fidelity; Kerr medium; nonlinear Jaynes-Cummings model; Schmidt distance