

文章编号: 0253-2239(2003)10-1241-4

子孔径拼接干涉检测及其精度分析*

张蓉竹¹ 杨春林² 石琦凯² 许 乔² 蔡邦维¹

(¹ 四川大学光电系, 成都 610064
² 成都精密光学工程研究中心, 成都 610041)

摘要: 介绍了利用小口径干涉仪检测大口径光学元件的方法,从统计的角度出发,详细地推导了子孔径拼接干涉检测技术中拼接参量的具体求解过程,以及使用统计回归方法分析了拼接检测系统精度。并通过实验对该理论进行了实际分析运算。

关键词: 物理光学; 子孔径拼接; 检测; 精度

中图分类号: TH706 文献标识码: A

1 引 言

在强激光系统中,使用了大量的大口径高精度的光学元件,它们的表面加工质量直接影响到强激光系统的输出光束质量和系统运行安全^[1]。目前控制与评价光学元件的表面加工质量需要使用高精度的大口径相移干涉仪,由于此时需要一块与被检测元件尺寸相同或更大的尺寸的标准面,使得大口径干涉仪的价格极为昂贵。另外,大口径干涉仪为了满足口径的需要其空间分辨率都较低,这不能满足我们在检测过程中为保证波前畸变不引起小尺度自聚焦而需要的空间频率要求。这些都阻碍了大口径元件检测的效率和精度^[2]。

为了解决大口径元件检测中所遇到的困难,我们提出使用子孔径拼接干涉检测这一方案,使用小口径、高精度、高分辨率的干涉仪来获取大口径光学元件的波前相位数据。这是一项新的高精度大口径波前检测手段。它既保留了干涉测量的高精度,又免去了使用与全口径尺寸相同的标准面,从而大大降低了成本,并且可以获得大口径干涉仪所截去的波面高频信息^[3,4]。

使用子孔径拼接方法首先需要关心的是精度问题^[5],针对干涉检测中涉及到大量随机量,在对这些随机量进行计算处理最有效和精确的方法是数理统计和线性回归方法,本文应用了统计和回归的数学方法对子孔径拼接干涉检测的原理、拼接精度都作

了详细的介绍。

2 子孔径拼接干涉检测的基本原理

子孔径拼接干涉检测的基本原理可以简单地由图 1 说明,图中 W_1, W_2 是子孔径干涉仪在大口径元件上两次检测的区域,两次检测之间有一个重叠区域(阴影部分)。理论上说在重叠区域内两次检测得到的波前相位值应该是一样的,也即两次检测相位数据位于同一个平面,而实际检测过程中,因为移动导致的倾斜、位移等误差,同一区域两次拼接得到的相位值不同,两个面并不重合。因此,只要将每两次拼接重叠部分的相位值经过拟合统一到一个平面,就可以不断的将子孔径干涉仪的检测范围进行扩大,可用公式表示如下:

$$W'_2 = W_2 + ax + by + c, \quad (1)$$

式中 W'_2 表示 W_2 拟合至 W_1 所在平面时对应的相位值, x, y 表示子孔径干涉仪检测时移动的位置坐标, a, b, c 表示 W_2 平面相对于 W_1 平面沿 x 和 y 轴的偏移,以及沿光轴方向的平移量,重复该过程,直至覆

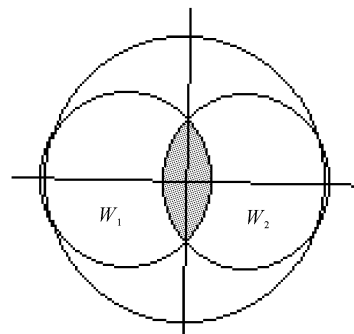


Fig. 1 The sketch map of the stitching interferometer

* 惯性约束聚变青年基金(2000-6)资助课题。

E-mail: zhang-rz@21cn.com

收稿日期:2002-07-22; 收到修改稿日期:2002-09-16

盖整个大口径光学表面,实现利用小孔径干涉仪检测大口径光学元件的目的。

由于需要对 a 、 b 、 c 三个参量进行拟合,只要在重叠区域任取三个不在同一直线上的点,就可以进行拟合运算,最小二乘法是进行拟合运算的有效工具^[6,7]。由此可知利用最小二乘法拟合得到数据的精确程度直接影响了拼接的可信度,也最终限制了整个干涉检测系统的精度。

从(1)式可知,进行计算分析所要得到的检测结果 W_2 、拟合参量 a 、 b 和 c 、最终拟合结果 W'_2 均为随机变量,对随机变量进行分析最直接、有效的方法便是数理统计方法。下文就将利用统计的方法求解拼接参量并对拼接干涉检测中的精度问题进行详细的分析。

3 拼接参量的求解

如前文所述,拼接拟合是以最小二乘法进行计算实现的,由于拼接方程(1)中需要求解的未知数有3个(a 、 b 、 c),所以至少要已知重叠区域中3个像素点的坐标值,这三个点称作观察点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) 。这样可以列出误差方程组:

$$\left. \begin{aligned} W'_1 - W_{10} + ax_1 + by_1 + c &= v_1, \\ W'_2 - W_{20} + ax_2 + by_2 + c &= v_2, \\ W'_3 - W_{30} + ax_3 + by_3 + c &= v_3, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 W_{10} 分别表示三个像素点相位的第二次检测值, W'_i 则表示对应像素点的第一次检测相位值, v_i 是残差,(2)式表示了经过拟合后两次检测值之间仍旧存在的差异。最小二乘法所要做的工作就是找到 a 、 b 和 c 的最佳拟合值,从而使得残差平方和最小,单次拼接精度所要讨论的就是要得到 a 、 b 和 c 的不确定度。实际上为了提高精度,必须要有更多的观察点加入运算,但为了更简要和清楚地说明问题,本文的推导过程仍取三个点。

根据残差平方和最小原则,利用(2)式得到求解 a 、 b 和 c 所需要的法方程组

$$\left. \begin{aligned} a[xx] + b[xy] + c[x] - [xl] &= 0, \\ a[xy] + b[yy] + c[y] - [yl] &= 0, \\ a[x] + b[y] + c \cdot 3 - [l] &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

该式利用了高斯约化写法:

$$[xx] = x_1x_1 + x_2x_2 + x_3x_3,$$

$$[xy] = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3,$$

其余类推, $l_i = W_{i0} - W'_i$ 。利用矩阵表示

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} [xl] \\ [yl] \\ [l] \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} [xx] & [xy] & [x] \\ [xy] & [yy] & [y] \\ [x] & [y] & 3 \end{bmatrix}.$$

这样,(3)式可以写作

$$\mathbf{L} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{H}, \quad (4)$$

求解方程(4)可以求得 a 、 b 和 c 的值,从而得到修正后的第二次检测所得波前结果 W_{i0} 。

根据最小二乘法求得了拼接参量 a 、 b 和 c 的值,同时也可以求出他们的不确定度,由最小二乘法原则,不确定度用随机变量 W'_i 的方差除以求解法方程组时各参量对应的系数所决定的权就可得到^[8]。随机变量 W'_i ,也就是第一次检测重叠区域观察点相位值的不确定度^[9],它是由于检测用干涉仪以及检测过程导致得实验误差,实际上它表示了干涉仪检测精度对整个拼接检测过程的精度影响。

W'_i 的方差可以用下式表示:

$$\sigma \approx \pm \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}{n - k}}. \quad (5)$$

这就是常用的贝塞尔公式。式中 n 表示检测点的个数, k 表示待求未知数的个数。从(5)式可以看出,被检测的点数 n 必须大于要求的未知数个数 k ,才能得到足够精度的结果。

4 拼接精度分析

前文已通过最小二乘法得到了拼接所需要的第二次检测结果的修正值 W_{i0} ,作为一个干涉检测系统,还需要知道它的方差及精度区间,利用线性回归理论可以推导出子孔径拼接干涉检测系统的精度。

要描述系统精度,实际上就是要通过回归分析,从而估计到拟合所得的重叠区相位值

$$W_i + ax + by + c = \hat{W}_i,$$

与其回归数学模型

$$W''_i = Ax + by + C + \epsilon$$

之间的差别 $W''_i - \hat{W}_i$, ϵ 表示其他随机因素对检测相位值的影响, A 、 B 、 C 是拟合参量值对应的真值,在一定的显著性水平 α 下,以 $1 - \alpha$ 的概率落在区间 δ 内,用公式表示为

$$P\{|W''_i - \hat{W}_i| < \delta\} = 1 - \alpha. \quad (6)$$

因此问题转化为获得 $W''_i - \hat{W}_i$ 的分布,可以证明它服从正态分布^[8]。

要得到具体的分布表达式,首先要知道它的方差 D 和均值 E ,根据求解方程(4)的过程及得到的结果,可以容易地得到正态分布中的均值和方差,

$$E(W'_i - \hat{W}_i) = 0,$$

$$D(W'_i - \hat{W}_i) = E(W'_i - \hat{W}_i)^2 =$$

$$\sigma^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 h_{ij} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \right],$$

其中 h_{ij} 是矩阵 \mathbf{H}^{-1} 中的元素,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i,$$

因此, $W'_i - \hat{W}_i$ 满足的分布表达式是

$$W'_i - \hat{W}_i \sim$$

$$N \left[0, \sigma \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 h_{ij} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})} \right], \quad (7)$$

式中 σ 就是上文求出的 W'_i 的方差,通过(5)式可以证明残差平方和是它的无偏估计:

$$E \left[\sum_i (v_i)^2 \right] = (n - k) \sigma^2, \quad (8)$$

因此就可以根据一次实验得到的残差值确定 $W'_i - \hat{W}_i$ 的分布。从(7)式中可以看出,当 n 很大时 $W'_i - \hat{W}_i \sim N(0, \sigma)$,根据正态分布的性质,可以得到以下结论:

$$P \{ |W' - \hat{W}| < 2\sigma \} = 95\%, \quad (9)$$

(9)这样就可以估算出子孔径拼接干涉检测系统的系统精度。

5 实验及分析结果

根据以上分析我们进行了一次初步的拼接实验,实验的目的在于验证所提出的拼接检测模型的正确性,同时测试拼接处理算法和程序的可靠性,以及初步给出拼接精度分析的结果。拼接使用的是直径 100 mm 的 ZYGO 干涉仪,被检测元件是一个从直径 150 mm 的圆形元件截出的宽为 50 mm 的不规则元件。拼接实验所采用的重合区域的宽度从 30 mm 到 50 mm 不等,文中采用的是重叠区宽度为 40 mm 的数据。具体拼接实验得到的结果如图 2~图 4 所示。

图 2 是子孔径第一次对元件进行检测得到的波前相位数据,相当于(1)式中的 W_1 ;图 3 则是子孔径干涉仪第二次对元件进行检测得到的波前相位数据,相当于(1)式中的 W_2 ;图 4 是通过最小二乘法进行处理后,将 W_1 和 W_2 统一到一个平面后得到的拼接结果;图 5 则是利用大口径干涉仪对被测元件进

行一次检测得到的相位分布结果。比较图 4、图 5,可以看出我们使用的子孔径拼接系统能够进行大口径元件的拼接检测。对应 2、3 两图的重叠区域相位值在经过最小二乘法处理后,可以求得残差平方和 $\sum_{i=1}^n v_i^2$, n 是重叠区域所有点数。

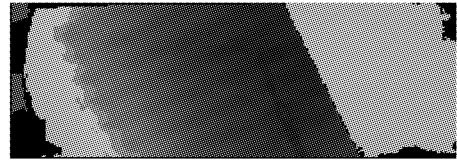


Fig. 2 The first subaperture testing result (W_1)

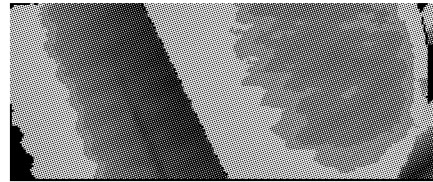


Fig. 3 The second subaperture testing result (W_2)

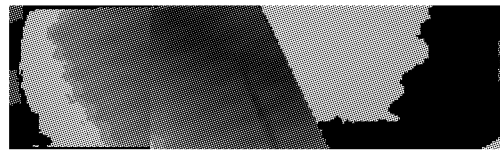


Fig. 4 The stitching result

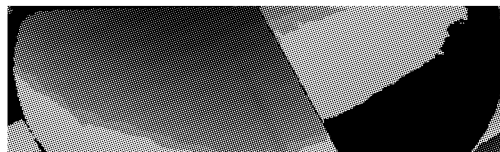


Fig. 5 The result of the test by a large aperture interferometer

最终得到拼接精度是

$$P \left\{ |W' - \hat{W}| < \frac{1}{10} \lambda \right\} = 95\%.$$

也就是说,作者初步实验所使用的子孔径拼接干涉检测系统的精度以 95% 的概率落在区间 $\lambda/10$ 内。

结论 本文从统计的角度出发,研究了子孔径拼接干涉检测技术的具体方法及其精度问题。详细的介绍了拼接参量的求解过程,实现子孔径干涉仪检测大口径光学元件的具体方法;另外使用统计回归的数学方法,仔细的研究了拼接检测系统的精度问题。通过一个初步的实验得到了具体的计算结果,本文的理论分析方法为进一步的子孔径拼接检测技术用

于大口径光学元件的波前检测做了准备。

参 考 文 献

- 1 Wang Jian, Chen Xianhua, Li Jie *et al.*. Computer controlled optical finishing for wave front error correction. *Optics and Precision Engineering* (光学精密工程), 2003, **11**(1):79~81 (in Chinese)
- 2 Zhang Rongzhu, Cai Bomgwei, Yang Chunlin *et al.*. The preparatory analysis on the modulation of the large aperture optical elements. *Chin. J. Lasers* (中国激光), 2002, **A29**(Suppl.):254~256 (in Chinese)
- 3 Bray M. Stitching interferometer for large plano optics using a standard interferometer. *Proc. SPIE*, 1997, **3134**:39~50
- 4 Bray M. Stitching interferometer for large optics: Recent development of a system. *Proc. SPIE*, 1999, **3492**:946~956
- 5 Cheng Weiming, Lin Youlue, Chen Mingyi. Factors having influence on the accuracy of multi-aperture overlap-scanning technique (MAOST) and analysis. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1993, **13**(8):711~716 (in Chinese)
- 6 Zhang Rongzhu, Yang Chunlin, Xu Qiao *et al.*. Testing the large aperture optical components by the stitching interferometer. *Optical Technique* (光学技术), 2001, **27**(6):516~517 (in Chinese)
- 7 Otsubo M, Okada K, Tsujiuchi J. Measurement of large plane surface shapes by connecting small-aperture interferograms. *Opt. Engng.*, 1994, **33**(2):608~613
- 8 Bernstein S, Bernstein R. *Elements of Statistics II: Inferential Statistics* (统计学原理——推断性统计学). Transl. Shi Daoji, Beijing: Science Press, 2000 (in Chinese)
- 9 Cheng Baolin. *Theory and Algorithms of the Optimization* (最优化理论与算法), Beijing: Tsinghua University Press, 1998 (in Chinese)

Principle and Accuracy of the Stitching Interferometer

Zhang Rongzhu¹ Yang Chunlin² Shi Qikai² Xu Qiao² Cai Bangwei¹

(¹ Optoelectronics Department of Sichuan University, Chengdu 610064
² Chengdu Fine Optical Engineering Research Center, Chengdu 610041)

(Received 22 July 2002; revised 16 September 2002)

Abstract: A kind of method is introduced for inspecting the large aperture optics using a small aperture interferometer. The resolving process of the stitching parameter is discussed based on the statistic method. Furthermore the regressive analyzing method has been used in discussing the stitching accuracy. The experiment and the calculation example are given.

Key words: physical optics; subaperture stitching; inspection; accuracy