

文章编号: 0253-2239(2003)01-80-05

激光自混合干涉位移测量系统的稳态解*

禹延光^{1,2} 叶会英¹ 姚建铨²

1 郑州大学信息工程学院, 郑州 450052
2 天津大学精密仪器与光电子工程学院, 激光与光电子研究所
教育部光电信息技术科学重点实验室, 天津 300072

摘要: 基于三镜腔等效自混合干涉位移测量系统, 对自混合干涉系统的稳定性问题, 建立系统模型, 通过求解模型的相位方程, 确定其单值解和多值解时边界条件, 从理论上确定自混合干涉系统稳态运行的光反馈水平。该结论对系统设计具有指导意义。

关键词: 光学测量; 半导体激光器; 自混合干涉; 稳态解

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

1 引 言

激光自混合干涉技术是在光反馈效应的研究和消除不利光反馈影响的过程中产生的, 由于在很多应用场合能取代传统的、复杂的干涉系统而逐渐形成一个崭新的有深远应用前景的研究领域, 关于该领域的历史背景, 本文作者在其他几篇文章中曾作过介绍^[1~3]。

激光自混合干涉的基本现象于 1968 年被首次报道, 20 世纪 80 年代中期, 美国、日本的一些学者开始利用这些基本现象进行距离和速度的测量, 20 世纪 90 年代, 英国、意大利、法国的学者也步入自混合干涉技术的研究, 新的现象不断被报道。近几年, 自混合干涉技术的研究已扩展到振动测量^[4]、探伤研究^[5]、模具谱分析^[5]、形貌测量^[6,7]等领域, 尤其是与大规模集成制造技术结合, 利用表面微机械技术, 可以使微光学动力系统集成在单片半导体基片上^[8], 向微型传感器发展。

我们已对弱光反馈水平下和较高反馈水平下的自混合效应作了研究, 并研究了利用该效应进行位移测量的技术。本文以三镜腔等效自混合干涉位移测量系统, 建立系统模型, 通过求解模型的相位方程, 确定其单值解和多值解时边界条件, 由此确定自混合干涉系统稳态运行的光反馈水平, 并详细分析

了系统模型的稳定性。

2 自混合干涉的理论基础

通常研究激光自混合干涉采用激光管作光源, 当被测物距激光器的距离小于单管激光相干长度的一半时, 自混合干涉系统可作为复合腔激光器, 用三镜腔模型等效, 等效图如图 1 所示。

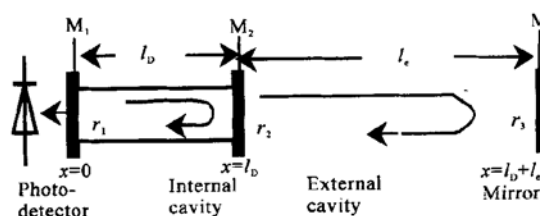


Fig. 1 Effective figure of three-mirror F-P cavity of the self-mixing interference system

图 1 中 r_1 、 r_2 为激光腔面的幅值反射系数(通常取 $r_1 = r_2$), r_3 为外部反射镜 M 的幅值反射系数, l_D 为激光管腔长, l_e 为外腔长。为简化分析, 仅考虑一维传播情况。假定向右传播的光波记为

$$u = E \exp[i(\omega t + kx + \varphi)],$$

其中 E 为光波的幅值, ω 为光波频率, x 为传播方向坐标, φ 为初始相位。光波分为两束, 一束在内腔经历一次往返, 另一束透过 M_2 后被 M 反射又耦合至内腔。当系统稳定时, 有

$$E \exp[i(\omega t + \varphi)] = r_1^2 E \exp[i(\omega t + 2n_c k l_D + \varphi)] + r_1 t r_3 E \exp[i(\omega t + 2n_c k l_D + 2k l_e + \varphi)], \quad (1)$$

* 国家自然科学基金(60178039)、河南省自然科学基金(0111060200)资助课题。

E-mail: yanguangyu@263.net

收稿日期: 2001-11-26; 收到修改稿日期: 2002-01-24

其中 n_c 为激光媒质的复数折射率, f 为外部反馈光耦合至腔内的反馈比, t 为激光由内腔到外腔的透过系数 [$t = (1 - r_1^2)/(2r_1)^{10}$], k 为波矢。

(1) 式化简得

$$1 = r_1^2 \exp[i(2n_c k l_D)] \{1 + \beta \exp[i(2kl_e)]\}, \quad (2)$$

其中

$$\beta = fr_3 t = fr_3 \frac{1 - r_1^2}{2r_1}.$$

由于

$$n_c = n - ig,$$

n, g 分别为 n_c 的实数和虚部。代入(2)式, 当 β 很小时, 可得系统激发条件为

$$\left. \begin{aligned} gk &= -\frac{1}{2l_D} [\ln|r_1|^2 + \beta \cos(2kl_e)], \\ 2nkl_D + \beta \sin(2kl_e) &= 2\pi M, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 M 为正整数。当反馈光不存在时, (3) 式简化为

$$\left. \begin{aligned} g_0 k_0 &= -\frac{1}{2l_D} \ln|r_1|^2, \\ 2n_0 k_0 l_D &= 2\pi M, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4) 式是单激光管激发条件。

当反射镜 M 靠近(或远离)激光器时, 改变了反馈光的相位, 腔内载流子的密度 N 将发生改变, 同时折射率 n_c 也将改变, 因此引起波矢的变化 ($k \rightarrow k_0 + \Delta k$)。

在 $r_3 = 0$ 处对 n, g 线性化。令 N_0 为对应的载流子密度, n_0, g_0 为对应的复数折射率的实部和虚部, 记为 $n_0 = n(N_0), g_0 = g(N_0)$ 。当 $r_3 \neq 0$ 时, 对 $n(N), g(N)$ 作一级近似展开:

$$\left. \begin{aligned} n(N_0 + \Delta N) &= n_0 + \left[\frac{dn}{dN} \right]_0 \Delta N = n_0 + \alpha \Delta N, \\ g(N_0 + \Delta N) &= g_0 + \left[\frac{dg}{dN} \right]_0 \Delta N = g_0 + \rho \Delta N, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 α, ρ 分别为复数折射率 n_c 的实部和虚部随载流子密度 N 的变化率。将(5)式代入(3)式, 并以 $(k_0 + \Delta k)$ 代替 k , 有

$$\left. \begin{aligned} (g_0 + \rho \Delta N)(k_0 + \Delta k) &= -\frac{1}{2l_D} [\ln|r_1|^2 + \beta \cos(2kl_e)], \\ 2(n_0 + \alpha \Delta N)(k_0 + \Delta k) l_D + \beta \sin(2kl_e) &= 2\pi M. \end{aligned} \right\}$$

只考虑基模, $M = 0$, 由上式将 $\Delta N, \Delta k$ 作为独立变量并消去 $\Delta N, \Delta \omega$ 项:

$$c \Delta k = -\frac{c\beta \sqrt{1 + (\alpha/\rho)^2}}{2n_0 l_D [1 - g_0 \alpha / (n_0 \rho)]} \sin[2kl_e - \arctan(\alpha/\rho)]. \quad (6)$$

令 $\alpha = \alpha/\rho$ 为线宽展宽因数, $\tau_D = 2n_0 l_D / c$ 为激光在内腔往返时间, c 为光速, $\tau = 2l/c$ 为激光在外腔往返时间, 当 $g_0 \alpha / (n_0 \rho)$ 远小于 1 时, (6) 式简化为

$$\omega_0 \tau = \omega \tau + C \sin(\omega \tau - \arctan \alpha), \quad (7)$$

(7) 式为激光系统的相位方程, 其中系统光反馈水平

$$C = fr_3 \frac{1 - r_1^2}{2r_1} \frac{\tau}{\tau_D} \sqrt{1 + \alpha^2}. \quad (8)$$

当 $C \ll 1$ 时, 自混合干涉系统处于弱光反馈水平, 自混合干涉信号类似传统的双光束干涉信号; 当 C 接近 1 时, 自混合干涉系统处于适度光反馈水平, 自混合干涉信号为类锯齿波形; 当 $C > 1$ 时, 自混合干涉系统处于较强光反馈水平, 系统进入多稳态, 自混合干涉信号波形如图 2 所示。关于 C 对自混合干涉信号波形的影响可参考文献[2]。

将(4)式代入(3)式, 得

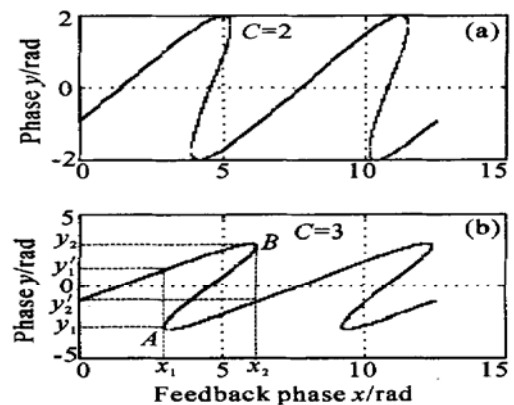


Fig. 2 Curve of phase variation y versus feedback phase x

$$gk = g_0 k_0 - \frac{\beta}{2l_D} \cos(2kl_e),$$

则阈值增益变化量 ΔG 为

$$\Delta G = gk - g_0k_0 = -\frac{ftr_3}{2l_D r_1} \cos(2kl_e), \quad (9)$$

(9) 式为激光系统的阈值条件。为以后方便使用, 记

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 \tau &= \omega \tau + C \sin(\omega \tau - \arctan \alpha), \\ \Delta G / \mu &= -C \cos(\omega \tau), \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(10) 式为自混合干涉系统的一般模型, 它描述了自混合干涉系统频率和阈值随外部反馈光参量 τ 的变化, 其中 $\mu = n / (\tau_c \sqrt{1 + \alpha^2})$ 。

3 系统激发模的求解

由自混合干涉系统的一般模型知, 系统的相位方程为

$$\omega_0 \tau - \omega \tau = C \sin(\omega \tau - \arctan \alpha), \quad (11)$$

令相位变化量 $y = \omega_0 \tau - \omega \tau = \Delta \omega \tau$, 反馈光相位 $x_0 = \omega_0 \tau$, $\varphi_0 = \arctan \alpha$, 则(11) 式变为

$$y = C \sin(x - y - \varphi_0). \quad (12)$$

令

$$f(y) = y - C \sin(x - y - \varphi_0),$$

则对于任意 x 值, 有

$$\frac{df(y)}{dy} = 1 + C \cos(x - y - \varphi_0).$$

当 $C < 1$ 时, 恒有 $df(x)/dy > 0$, 则函数 $f(y)$ 为单调递增函数, 即(12) 式对任意 x 存在唯一解, 此时对应自混合干涉系统处于单模稳态运行方式。

当 $C \geq 1$ 时, 函数 $f(y)$ 为非单调函数, 则(12) 式对任意 x 存在非唯一解, 即自混合干涉系统处于多模运行状态。

下面确定(12) 式存在三个解时 C 的边界条件。

图 2 是 C 分别取 2.3 时, 相位变化量 y 与反馈光相位 x 之间的关系曲线图。显然, 随着 C 的增大, 曲线存在多值的区间增大, 如图 2 中 (x_1, x_2) 。存在三个解时, y 的斜率在多值区间出现两个无穷大点 A 、 B 。

对(12) 式求导得

$$\frac{dy}{dx} = \frac{C \cos(x - y - \varphi_0)}{1 + C \cos(x - y - \varphi_0)}.$$

当 $dy/dx = \infty$ 时, 有

$$\cos(x - y - \varphi_0) = -\frac{1}{C}, \quad (13)$$

则 $y = -\varphi_0 + x - \pi \pm \arccos(1/C)$ 。 (14)

由图 2(b) 看出, 对应 x_1 时, y 有两个解, 为 y_1, y'_1 , 且 $y_1 < y'_1$, 显然 y'_1 的斜率不满足无穷大条件, 舍

之, 则由(14) 式确定出

$$y_1 = -\varphi_0 + x_1 - \pi - \arccos(1/C); \quad (15)$$

对应 x_2 时, y 有两个解, y_2, y'_2 , 且 $y_2 > y'_2$, 显然 y'_2 的斜率不满足无穷大条件, 舍之, 则由(14) 式确定出

$$y_2 = -\varphi_0 + x_2 - \pi + \arccos(1/C). \quad (16)$$

(16) 式与(15) 式相减得

$$x_2 - x_1 = y_2 - y_1 - 2\arccos(1/C). \quad (17)$$

由(13) 式有

$$\sin(x - y - \varphi_0) = \pm \sqrt{1 - (1/C^2)}, \quad (18)$$

将(18) 式带入(12) 式得

$$y = \pm \sqrt{C^2 - 1},$$

即

$$y_1 = \sqrt{C^2 - 1}, \quad y_2 = -\sqrt{C^2 - 1},$$

代入(17) 式得

$$x_2 - x_1 = 2\sqrt{C^2 - 1} - 2\arccos(1/C). \quad (19)$$

由(12) 式得

$$y(x + 2\pi) = y(x)$$

因此, y 是 x 的周期函数, 周期为 2π , 如图 2, 显然方程存在三解的区域范围为

$$0 \leq x_2 - x_1 \leq 2\pi.$$

由(19) 式可得 C 的边界条件为

$$1 \leq C \leq 4.6034, \quad (20)$$

该结论与文献[11] 的实验结果一致。

4 模的稳定性分析

稳态模总是趋向对应最小阈值或最窄线宽方式。当 $C < 1$ 时, 满足相位条件的只有一个模式, 系统处于单稳态运行方式, 且光的反馈相位变化并不影响系统的单模运行状态。当 $1 \leq C \leq 4.6034$ 时, 满足相位条件的有三个模式, 此时应根据系统线宽和阈值来分析模的稳定性。

由外部光反馈引起的线宽压窄可用下式表示^[12]:

$$\Delta \nu = \Delta \nu_0 [1 + C \cos(\omega \tau + \arctan \alpha)]^{-2}, \quad (21)$$

其中 $\Delta \nu_0$ 为无光反馈时激光管的线宽, 则线宽压窄比为

$$\frac{\Delta \nu_0}{\Delta \nu} = [1 + C \cos(\omega \tau + \arctan \alpha)]^2. \quad (22)$$

由(10) 式, 自混合干涉位移系统阈值方程为

$$\frac{\Delta G}{C\mu} = \cos(\omega \tau), \quad (23)$$

其中, ΔG 为激光器阈值变化量;

$$\mu = \frac{n}{\tau_c \sqrt{1 + \alpha^2}}$$

当 $\Delta\tau/\tau \ll 1$ 时, μ 近似为常数。

图 3 表示当 $C = 3$ 时, 无光反馈相位 $\omega_0\tau$ 、线宽压窄比及归一化阈值变化量随反馈相位 $\omega\tau$ 的变化关系。在 $\omega_0\tau$ 的多值对应区域, 即是系统相位解为三值的区域。

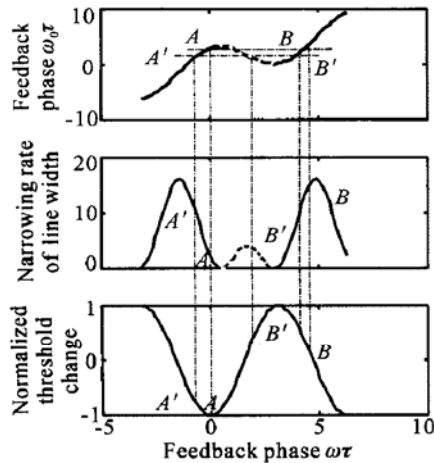


Fig. 3 Phase $\omega_0\tau$ without feedback and linewidth narrowing ratio and normal threshold versus the feedback phase $\omega\tau$ for feedback coefficient $C = 2$

由图 3 可见, 显然虚线部分对应的线宽压窄比较小, 其对应的模为动态非稳定模, 另两个模为稳态模, 该区域称为双稳态区, 两个稳态模的相对稳定性强弱随反馈相位的变化而不同。

当反馈相位 $\omega\tau$ 设定为对应最小阈值时, $\omega\tau = 0$ (模为 2π), 对应 $\omega_0\tau = C \sqrt{\alpha^2 / (1 + \alpha^2)}$ (模为 2π), 则对应相位条件的两个稳态解如图中 A 、 B 所示。此时, 模 A 具有最小阈值, 很容易被激发; 而模 B 对应更窄的线宽, 在模 B 停留期比在模 A 停留期长, 因此稍高的激发频率在模 B 有更大的模强度, 会出现模跳现象。当反馈水平增加 (即 C 增加), 引起 $\omega_0\tau$ 增加时, 可以从图中看出, 模 A 、 B 的位置沿曲线右移, 则对应 A 的线宽压窄比下降, 对应 B 的线宽压窄比增加, 由于在模 B 停留期比在模 A 停留期长得多, 即使模 A 具有最小阈值, 而模 B 因有更大的模强度而占主导作用; 反之, 若光反馈水平减小, 则最终模 A 占主导作用。

当反馈相位 $\omega_0\tau$ 设定 $\omega_0\tau = \pi - \arctan \alpha$ (模为 2π), 对应相位条件的两个稳态解标记为图中 A' 、 B' , 此时 A' 、 B' 对应相同的线宽, 其模强度相同, 此时也会出现模跳现象。这是一个很特殊的情形, 很多文献已报道外光反馈引起的频谱双峰现象。

当 $C > 4.603$ 时, 将会有更多的模激发, 系统运行在多稳态状态, 而实际的激光自混合干涉系统对应于这种状态是不存在的, 即不再有自混合干涉现象产生。

结论 通过求解激光自混合干涉位移测量系统模型的相位方程, 确定了其单值解和多值解时边界条件, 由此确定自混合干涉系统单稳态运行条件是 $C < 1$; 双稳态运行条件是 $4.6 \geq C \geq 1$ 。该结论提供了系统设计的参量选择准则。

参 考 文 献

- 1 Yu Yanguang, Cheng Ming, Qiang Xifu. Self-mixing interference effects in a laser diode with multiple optical feedback. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(9): 1093~1098 (in Chinese)
- 2 Yu Yanguang, Qiang Xifu. The Correct Interpretation about a phenomenon of the self-mixing interference in semiconductor laser. *Chinese J. Lasers (B)*, 2000, **B9**(1): 24~29
- 3 Yu Yanguang, Qiang Xifu, Wei Zhenlu *et al.*. A differential displacement system using laser self-mixing interference effect. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(9): 1269~1273 (in Chinese)
- 4 Roos P A, Stephens M, Wieman C E. Laser vibrometer based on optical feedback-induced frequency modulation of a single-mode laser diode. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(34): 6754~6761
- 5 Servagent N, Bosch T, Lescure M. A laser displacement sensor using the self-mixing effect for modal analysis and defect detection. *IEEE Trans. Instrum. and Meas.*, 1997, **46**(4): 847~850
- 6 Suzuki T, Sasaki O, Maruyama T. Phase-locked laser diode interferometer for surface profile measurement. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(20): 4407~4410
- 7 Bosch T, Servagent N, Chellali R *et al.*. Three-dimensional object construction using a self-mixing type scanning laser range finder. *IEEE Trans. Instrum. and Meas.*, 1998, **47**(5): 1326~1329
- 8 Hauptmann M A, Grattan K T V, Palmer A W *et al.*. Silicon resonator sensor systems using self-mixing interferometry. *Sensors and Actuators (A)*, 1996, **55**: 71~77
- 9 Ukita H, Uenishi Y, Tanaka H. A photomicrodynamic system with a mechanical resonator monolithically integrated with laser diode on gallium arsenide. *Science*, 1993, **260**(5109): 786~788
- 10 Favre F. Theoretical analysis of external optical feedback on DFB semiconductor lasers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1987, **QE-23**(1): 113~119
- 11 Donati S, Giuliani G. Laser diode feedback interferometer for measurement of displacements without ambiguity. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1995, **QE-31**(1): 113~119

- [12] Agrawal G P. Line narrowing in a single mode injection laser due to external optical feedback. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1984, **QE-20**(5): 468~ 471

Steady Solution to a Self-Mixing Interference System for Measuring Displacement

Yu Yanguang^{1,2} Ye Huiying¹ Yao Jianquan²

1 School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450052

2 College of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering, Optoelectronic Information Science and Technology Laboratory, Tianjin University, Tianjin 300072

(Received 36 November 2001; revised 24 January 2002)

Abstract: For the steady question of a self-mixing interference system, a mathematics model of the system is deduced based on an effective three-mirror cavity model. The boundary of the single solution and multiple ones are given by solving the phase equation of the model. So, the optic feedback level in this system with a stable operating can be determined. This conclusion offers a guide to design the self-mixing interference system.

Key words: optical measurement; semiconductor laser; self-mixing interference; steady solution

敬 告 作 者

为了提高学术期刊英文摘要和关键词的质量,中国科协学会技术部最近通知,对学术论文的英文摘要和关键词的写法提出了新的要求:

一、英文摘要应重点包括4个要素,即研究目的、方法、结果和结论。在这4个要素中,后2个是最重要的。英文摘要的句型力求简单,通常应有10个左右意义完整、语句顺畅的句子。

二、关键词

1. 发表在中国科协系统学术期刊中所有学术论文,必须在摘要后列出不少于4个关键词。从技术角度考虑,没有关键词的论文应列入非学术论文类。

2. 这些关键词按以下顺序选择:

第一个关键词列出该文主要工作或内容所属三级学科名称(实例见2003年出版的本刊)。学科体系采用国家技术监督局发布的(学科分类与代码)《国标 GB/T 13745-92》。

第二个关键词列出该文研究得到的结果名称或文内若干个成果的总类别名称。

第三个关键词列出该文在得到上述成果或结论时采用的科学研究方法的具体名称。对于综述和评述性学术论文等,此位置分别写“综述”或“评论”等。对科学研究方法的研究论文,此处不写被研究的方法名称,而写所应用的方法名称。前者出现于第二个关键词的位置。

第四个关键词列出在前三个关键词中没有出现的,但被该文人作为主要研究对象的事或物质的名称,或者在题目中出现的作者认为重要的名词。

如有需要,第五、第六个关键词等列出作者认为有利于检索和文献利用的其他关键词。

(光学学报编辑部)