

文章编号: 0253-2239(2003)01-75-05

# 两步相移实现投影栅相位测量轮廓术\*

康 新 何小元

(东南大学土木学院工程力学系, 南京 210096)

**摘要:** 提出一种新的投影栅相位测量方法——两步相移法。该方法只需两幅相移条纹图, 因此计算量小, 速度快。给出了实验及计算结果, 并同四步相移法进行了比较, 证明了该方法具有较高的精度。

**关键词:** 光学测量; 相位测量轮廓术; 栅线投影; 相移法

中图分类号: TB92; TN911.73 文献标识码: A

## 1 引 言

投影栅相位法是近年来流行的三维形貌测量方法, 在各个领域得到广泛应用。根据相位检测方法的不同, 主要分为: 1) 相移法, 包括时间相移法<sup>[1~3]</sup>, 空间相移法<sup>[4~6]</sup>和空间载波相移法<sup>[7,8]</sup>; 2) 变换法, 如傅里叶变换法<sup>[9~11]</sup>和余弦变换法<sup>[12]</sup>; 3) 正交相乘莫尔法<sup>[13,14]</sup>等。

在以上诸方法中, 时间相移法是目前公认的最有效、最可靠的方法。这种方法实质是一种在时间轴上的逐点运算。因此, 低调制点容易分离, 并具有一定的抗静态噪音能力。但由于这种方法需要至少三幅在时间轴上的相移条纹图, 因此不能用于动态测量。而空间相移法则弥补了这一缺点, 由于空间相移法的多幅相移条纹图是在同一时刻不同空间位置获得的, 因此, 可用于动态测量。但测量系统比较复杂, 几乎现有系统都采用三步或四步相移装置, 且对各探测器的光电性能一致性要求很高, 精度也不如时间相移法高。

空间载波相移法是采用两个窗函数直接卷积原条纹图, 从而产生多幅相移条纹图, 并用时间相移法公式计算相位。这种方法只需要一幅条纹图, 但要求载波频率很高(CCD 采样频率是载波频率的 3 到 5 倍), 背景、条纹幅值和相位要缓变, 否则将产生较大误差。同时这种方法的分辨率比较低, 和对应的  $N$  步时间相移法相差  $N$  倍。

傅里叶变换法则是在频域提取条纹图的一级

谱, 经过反变换得到相位。这种方法也只需一幅条纹图, 但计算量大, 处理速度慢, 且容易产生频谱泄漏, 为了滤出基频分量, 往往需要不断试错才能得到准确的滤波器参量。

正交相乘莫尔法是由计算机产生两幅与条纹图具有相同空间频率、相位差为  $\pi/2$  的参考栅, 分别与条纹图相乘得到两幅莫尔图, 然后滤去高频分量, 求得相位分布。这种方法对背景的非均匀性比较敏感, 而且条纹的空间频率和虚光栅的空间频率易产生失配问题, 从而引起较大误差。

本文提出一种新的投影栅相位测量方法——两步相移法。这种方法只需要两幅相移条纹图即可精确提取条纹相位, 且不受物体表面反射率的影响。当采用空间相移法测量三维形貌时, 这种方法可大大降低测量系统的复杂性。另外, 以往的所有方法均是由反正切求得包裹相位, 要想得到被测信息还需解包裹。本文方法不需要这一过程, 可以直接得到展开相位。

## 2 测量原理

### 2.1 两步相移提取相位

用投影栅线法测量物体形貌时, 当投影栅为正弦栅时, 条纹强度可表示为

$$I(x, y) = R(x, y) \{A(x, y) + B(x, y) \cos[2\pi f x + \phi(x, y)]\}, \quad (1)$$

式中,  $R(x, y)$  为被测物体表面非均匀反射率,  $A(x, y)$  为背景光强,  $B(x, y)/A(x, y)$  为条纹对比度,  $f$  为参考面上投影条纹的空间频率,  $\phi(x, y)$  为待测相位, 其中包含物体的形貌信息。

为提取相位  $\phi(x, y)$ , 令(1)式减去背景项  $R(x, y)A(x, y)$  得

\* 国家自然科学基金(10072017)、非线性力学国家重点实验室开放课题资助课题。

E-mail: ckkang@seu.edu.cn

收稿日期: 2001-12-24; 收到修改稿日期: 2002-03-20

$$I'(x, y) = R(x, y)B(x, y)\cos[2\pi fx + \phi(x, y)]. \quad (2)$$

上式右边变成标准余弦项,原则上可根据反余弦求出相位,不过上式仍然包含反射率  $R(x, y)$  的影响。为此,令(2)式除以背景项  $R(x, y)A(x, y)$  得

$$I''(x, y) = \frac{B(x, y)}{A(x, y)}\cos[2\pi fx + \phi(x, y)], \quad (3)$$

$$I_i(x, y) = R(x, y)\{A(x, y) + B(x, y)\cos[2\pi fx + \phi(x, y) + (2\pi/N)i]\}. \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N-1)$$

定理:对于  $N$  步相移法(相移量为  $2\pi/N$ ),均有

$$\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} I_i(x, y) = R(x, y)A(x, y).$$

证明:显然只要证明

$$\sum_{i=0}^{N-1} \cos[2\pi fx + \phi(x, y) + (2\pi/N)i] = 0$$

即可。设

$$F(x, y, \theta) = \cos[2\pi fx + \phi(x, y) + \theta],$$

则有

$$\int_0^{2\pi} F(x, y, \theta) d\theta = \int_0^{2\pi} \cos[2\pi fx + \phi(x, y) + \theta] d\theta = 0.$$

其中  $\theta$  为相位参量。对于离散情况,可表示为

$$\sum_{i=0}^{N-1} \cos[2\pi fx + \phi(x, y) + \Delta\theta \cdot i] = 0,$$

式中  $\Delta\theta = 2\pi/N$ , 即

$$\sum_{i=0}^{N-1} \cos[2\pi fx + \phi(x, y) + (2\pi/N)i] = 0$$

证毕。

因此,可通过  $N$  步相移确定背景项  $R(x, y)A(x, y)$ 。当然最方便简单的是两步相移,相移量为  $\pi$ , 即

$$R(x, y)A(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^1 I_i(x, y). \quad (4)$$

( $i = 0, 1$ )

### 3 测量及计算结果

图 1 为待测的一个试件,其横截面为等腰三角形,底宽 26 cm,边长 18.5 cm。图 2 为投影到试件表面两幅相移量为  $\pi$  的条纹图。图 3 为背景项  $R(x, y)A(x, y)$ , 由(4)式求得。

式中,  $B(x, y)/A(x, y)$  即为条纹对比度(幅值),其中  $B(x, y)$  和  $A(x, y)$  均为缓变函数,在半个条纹周期内完全可以认为是常数,这样就可以通过确定半个周期条纹的当地幅值由反余弦求出相位。

#### 2.2 背景项的确定

由上述方法可知,背景项  $R(x, y)A(x, y)$  需要首先确定。为确定背景项,设用  $N$  步相移法提取相位,相移量为  $2\pi/N$ , 则  $N$  幅相移条纹图可表示为

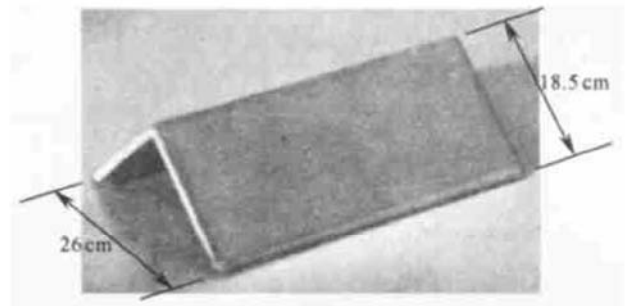


Fig. 1 Specimen to be measured

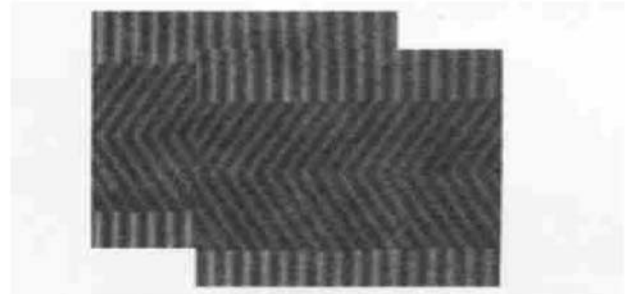


Fig. 2 Two deformed fringe patterns projected on the specimen with phase shift of  $\pi$

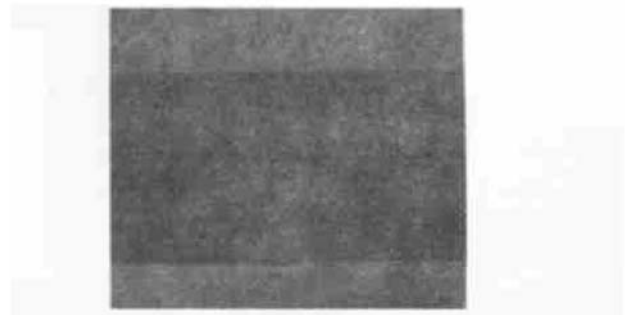


Fig. 3 The background  $R(x, y)A(x, y)$

图 4(a) 为图 2 条纹图中一行 ( $i = 226$ ) 的灰度分布。图 4(b) 为消除背景项和反射率影响后同一行 ( $i = 226$ )  $I''(x, y)$  的分布。由图可看出,  $I''(x, y)$  的分布是标准的余弦分布,通过检测零值点可确定条纹半周期。半周期内  $I''(x, y)$  的幅值完全可以认为是常数,幅值的确定可用导数符号法。图 5 是用

本文提出的两步相移方法得到的相位图, 代表被测物体的形貌, 其灰度值和物体表面高度成正比。图 6 是相应的网格图。

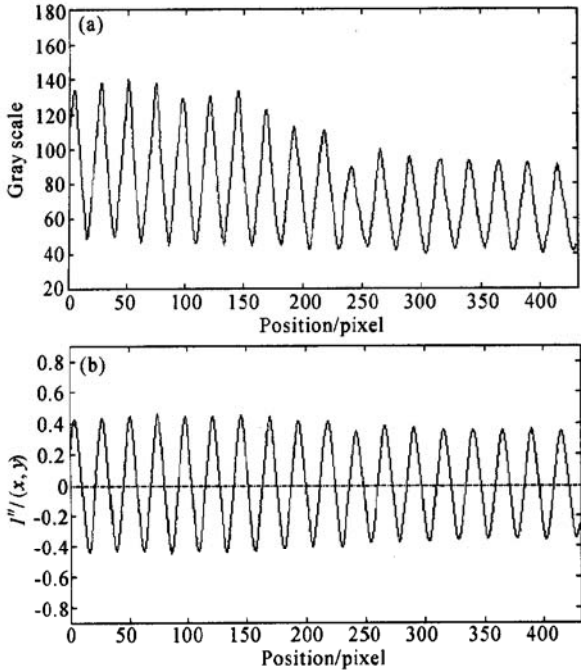


Fig. 4 Comparison of a row in fringe pattern before and after fringe processing ( $i = 226$ ). (a) The gray scale distribution of a row before fringe processing; (b) The distribution of  $I''(x, y)$  for the same row after eliminating the effects of background and reflection

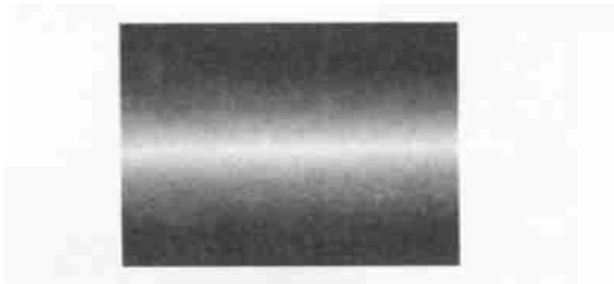


Fig. 5 The unwrapped phase map using the proposed method

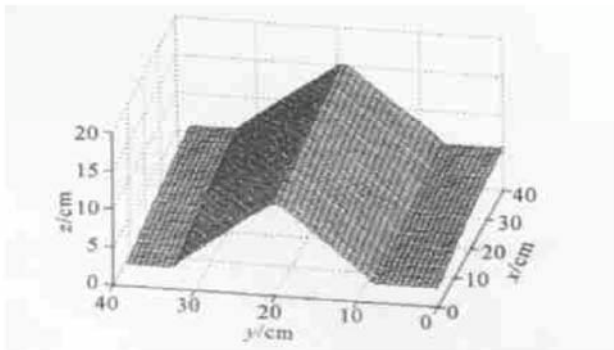


Fig. 6 The 3- D plot of the specimen using the proposed method

### 4 比较和讨论

为了检验本文提出的两步相移方法的精度, 不妨和四步相移法作一比较。为此, 把由  $I''(x, y)$  直接得到的相位包裹起来, 形成包裹相位图, 如图 7 (a) 所示。图 7(b) 是用四步相移法得到的包裹相位图。本文中两步相移法用到的两幅条纹图取自四步相移法中的第 1、3 幅。从图 7 中看, 两幅包裹相位图几乎没什么区别。图 8 为对图 7(b) 进行展开并减去参考面上相位后得到的相位图。图 9 为用两种方法得到的形貌等高线图的比较。(a) 为本文提出的两步相移方法, (b) 为四步相移法。

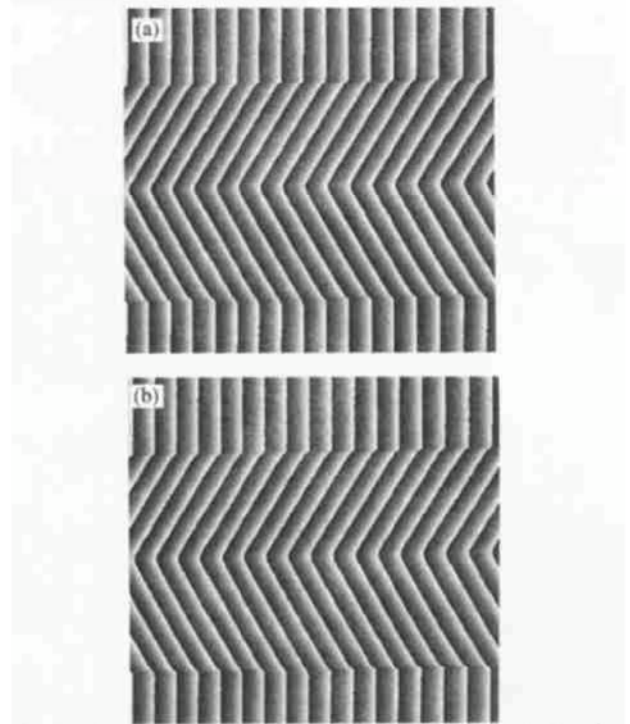


Fig. 7 Comparison of the wrapped phase map. (a) by the proposed two-step phase shifting method; (b) by four-step phase shifting method

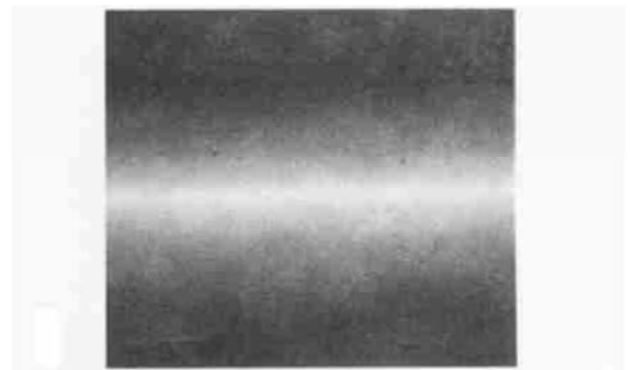


Fig. 8 The unwrapped phase map using four-step phase shifting method

图 10 为用四步相移法得到的被测试件的形貌

网格图。图 11 为试件同一横截面( $j = 100$ )的轮廓比较。通过比较,两种相移法平均绝对误差为 0.04 cm,最大高度处相对误差为 0.6%。由此可看出,本文提出的两步相移法具有较高的精度。由于文中提出的两步相移法在半个条纹周期内认为  $I''(x, y)$  的幅值是不变的,因此,若能提高投影栅的频率,则可望得到更精确的测量结果。

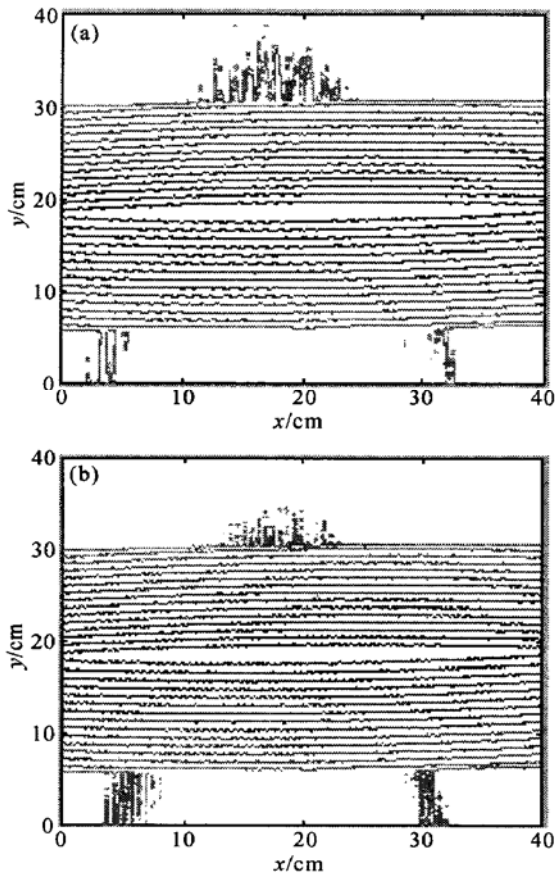


Fig. 9 Comparison of the height contour map. (a) by the proposed two-step phase-shifting method; (b) by four-step phase-shifting method

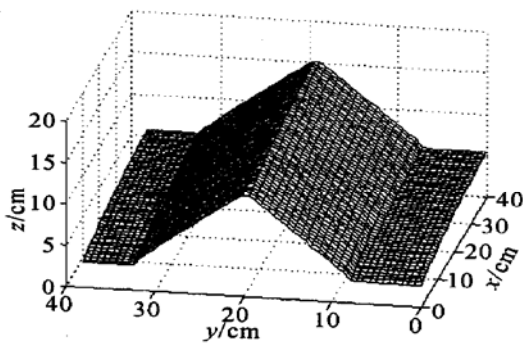


Fig. 10 The 3-D plot of the specimen using four-step phase-shifting method

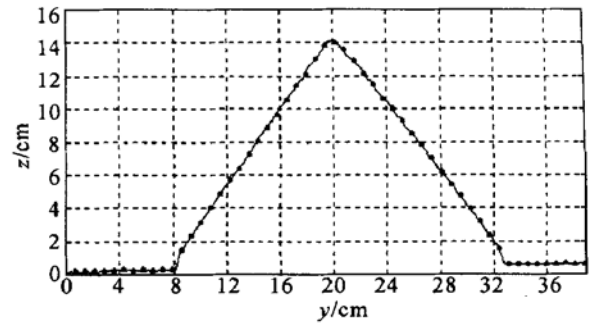


Fig. 11 Comparison of a cross-section profile ( $j = 100$ ). —: by the proposed two-step phase-shifting method; - - - -: by four-step phase-shifting method

**结论** 提出的两步相移法可精确提取相位,且不受表面反射率影响。通过实际测量及计算,证明了该方法的有效性。该方法若用于空间相移法,则可大大降低测量系统的复杂性。由于该方法不需用反正切求包裹相位,因此计算量小,速度快,精度也比较高。若用高频投影栅,可望得到更高的精度。

### 参 考 文 献

- 1 Halioua M, Hsir Chu Liu. Optical three dimensional sensing by phase measuring profilometry. *Optics and Lasers in Engineering*, 1989, **11**(3): 185~ 215
- 2 He X Y, Zou D Q, Liu S *et al.*. Phase-shifting analysis in Moiré interferometry and its application in electronic packaging. *Opt. Engng.*, 1998, **37**(5): 1410~ 1419
- 3 Quan C, He X Y, Wang C F *et al.*. Shape measurement of small objects using LCD fringe projection with phase shifting. *Optics Commun.*, 2001, **189**(1~ 3): 21~ 29
- 4 Kwon O Y, Shough D M. Multichannel grating phase-shift interferometers. *Proc. SPIE*, 1985, **599**: 273~ 278
- 5 Kujawska M, Wojciak J. Spatial phase shifting technique of fringe pattern analysis in photomechanics. *Proc. SPIE*, 1991, **1554B**: 503~ 513
- 6 Qian Kema, Miao Hong, Wu Xiaoping. A real-time polarization phase shifting technique for dynamic measurement. *Acta Optica Sinica (光学学报)*, 2001, **21**(1): 64~ 67 (in Chinese)
- 7 Schmit J, Creath K. Window function influences on phase error in phase-shifting algorithm. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(28): 5642~ 5649
- 8 Creath K, Schmit J. N-point spatial phase-measurement techniques for non-destructive testing. *Opt. Lasers in Engng.*, 1996, **24**(5~ 6): 365~ 379
- 9 Takeda M, Mutoh K. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24): 3977~ 3982

- 10 Spagnolo G S, Guattari G, Sapia C *et al.*. Contouring of artwork surface by fringe projection and FFT analysis. *Opt. Lasers Engng.*, 2000, **33**(2): 141~ 156
- 11 Bone D J, Bachor H A, Sandeman R J. Fringe pattern analysis using a 2-D Fourier transform. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(10): 1653~ 1660
- 12 Qin Yuwen, Dai Jiabin, Chen Jinlong. Developments on electronic speckle method. *Experimental Mechanics* (实验力学), 1996, **11**(4): 410~ 416 (in Chinese)
- 13 Womack K H. Interferometric phase measurement using spatial synchronous detection. *Opt. Engng.*, 1984, **23**(4): 391~ 395
- 14 Tang Shouhong, Hung Y Y. Fast profilometer for the automatic measurement of 3-D object shapes. *Appl. Opt.*, 1990, **29**(20): 3012~ 3018

## Two-Step Phase-Shifting Technique for Phase Measurement Profilometry by Grating Projection

Kang Xin He Xiaoyuan

(*Department of Engineering Mechanics, Southeast University, Nanjing 210096*)

(Received 24 December 2001; revised 20 March 2002)

**Abstract:** The phase measurement method by grating projection is an effective technique in 3-D shape measurement. A novel method—two-step phase-shifting technique for phase measurement profilometry is proposed. In this method only two phase-shifted fringe patterns are necessary in order to extract the phase values, and the phase unwrapping procure is not needed. Hence, this method requires little computing time. The experimental results are given. A comparison, which demonstrates the high accuracy of the new method, is made between the proposed two-step and conventional four-step phase-shifting method.

**Key words:** optical measurement; phase measurement profilometry; grating projection; phase-shifting method