

文章编号: 0253-2239(2003)01-63-04

改善液晶光阀投影光学系统偏振特性的理论设计方法

周 杰 刘 旭 李海峰

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 杭州 310027)

摘要: 定量分析了液晶光阀投影光学系统中影响系统对比度的主要因素, 利用矢量方法建立三维空间数学模型对光线进行追迹, 并利用琼斯矩阵和矢量光学的原理分析了偏振器件——主要是波片——和各种光学薄膜对光学系统性能的影响。给出了在一定假设条件下的对没有波片的光学系统和插入波片后的光学系统的仿真计算结果。两组数据比较表明在光路中插入合适相位差的波片可以显著提高系统对比度等性能。

关键词: 应用光学; 液晶光阀; 偏振分光棱镜; 琼斯矩阵

中图分类号: O753+.2...TH744 文献标识码: A

1 引 言

反射式液晶器件广泛应用于各种显示系统中, 如液晶光阀(LCLV)投影系统、基于硅片的液晶(liquid crystal on silicoon, LCOS)投影系统等。这些系统的一个共同特点是用偏振分光棱镜(PBS)作为偏振器件。系统工作原理如图 1 所示。暗态时, 液晶光阀相当于全反射镜^[1], 对入射光的偏振态没有影响。而亮态时, 液晶光阀相当于 1/4 波片, 经液晶光阀反射后, s 光转变为 p 光, 透射出系统。理想条件下, 系统对比度(亮态时出射能量与暗态时出射能量之比)很高。

在实际系统中, 系统性能主要受到以下几个因素的制约:

1) 入射光束的孔径角通常在 4° 到 10° 间, 不同的光线具有不同的空间入射角。线偏振光经过液晶光阀反射后变为椭圆偏振光, 入射到偏振分光棱镜的光束中既有 s 分量, 又有 p 分量, 导致系统对比度下降。

2) 偏振分光棱镜是依据布儒斯特(Brewster)定律设计的。当入射光具有一定的孔径角时, 入射角不再满足布儒斯特定律(s 光反射率发生变化, 而 p 光的反射率增加), 影响系统对比度。

3) 光学薄膜的反射、透射特性随入射光波长和入射角的改变而变化, 引起 s 光和 p 光不同的振幅和相位变化, 导致入射光偏振态发生改变, 引起系统性能的降低。

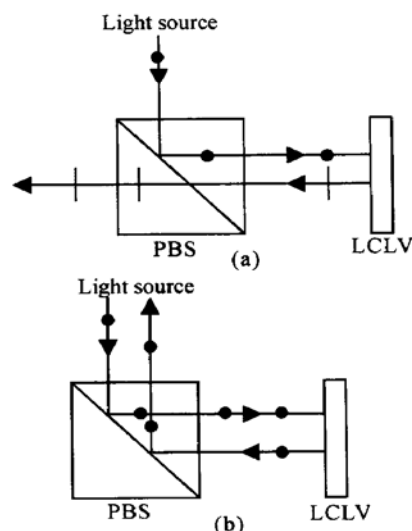


Fig. 1 Schemes of reflective mode LCLV projection systems (a) On state; (b) Off state

在复杂的光学系统中, 由于各种光学元件的引入, 影响系统性能的因素更为复杂。一般情况下, 这种影响作用主要集中在光学元件的表面上, 因而可以通过对各表面反射、透射特性的计算分析这种影响。

2 三维空间数学模型

为定量分析前述各种影响因素在系统中所起的作用, 利用偏振器件的琼斯矩阵、薄膜的特征矩阵和矢量光学的原理, 建立 xyz 空间内的数学模型, 进行光线追迹计算。图 2 是 xyz 坐标系的定义。模型中的矢量, 包括光线、表面法线以及电场矢量等, 以 3×1 矩阵 $(x, y, z)'$ 的形式表示, 如图 2 所示, 任何矢量都可以由空间角 θ 和 ϕ 定义:

$$\mathbf{V} = (x, y, z)' = (\sin \theta \cos \phi, \cos \theta, \sin \theta \sin \phi)', \quad (1)$$

E-mail: jiezhou@cise.zju.edu.cn

收稿日期: 2001-12-06; 收到修改稿日期: 2002-03-08

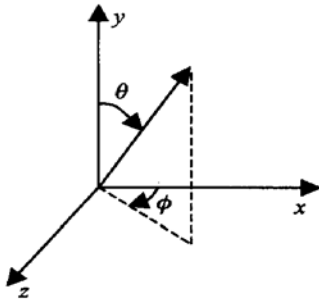


Fig. 2 Definition of coordinates

入射光沿 y 轴负方向传播, 应在(1)式前加负号:

$$\mathbf{L}_i = (x, y, z)' = -(\sin \theta \cos \phi, \cos \theta, \sin \theta \sin \phi)', \quad (2)$$

矢量形式的反射定律和折射定律为^[2]:

反射定律:

$$\mathbf{A}'' = \mathbf{A} - 2\mathbf{N}(\mathbf{N} \cdot \mathbf{A}), \quad (3)$$

折射定律:

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \mathbf{PN}, \quad (4)$$

$$P = \frac{\sqrt{n'^2 - n^2 + (\mathbf{N} \cdot \mathbf{A})^2} - \mathbf{N} \cdot \mathbf{A}}{n'^2 - n^2}$$

其中 \mathbf{N} 为表面的法线矢量, \mathbf{A} 为入射光矢量, \mathbf{A}' 为折射矢量, \mathbf{A}'' 为反射矢量。

电场矢量 \mathbf{E} 分解为 s 矢量 \mathbf{E}_s 和 p 矢量 \mathbf{E}_p 。用入射面法线矢量 \mathbf{N}_i 描述入射面, \mathbf{N}_i 由入射光矢量 \mathbf{L} 和界面法线矢量 \mathbf{N}_s 矢量相乘并作归一化得到:

$$\mathbf{N}_i = \mathbf{L} \times \mathbf{N}_s / \sin \beta, \quad (5)$$

β 为 \mathbf{L} 和 \mathbf{N}_s 的夹角, \mathbf{E}_s 平行于 \mathbf{N}_i , 则有:

$$\mathbf{E}_s = (\mathbf{E} \cdot \mathbf{N}_i) \mathbf{N}_i, \quad \mathbf{E}_p = \mathbf{E} - \mathbf{E}_s. \quad (6)$$

当光线在两种不同介质的界面上发生折射或反射时, 光线的传播方向发生偏折。为保证折射、反射光仍为平面波, 电场矢量的方向必须转过相同的角度以保持垂直于传播方向。这一过程可以分为四步实现。1) 将坐标系 xyz 旋转到 $x'y'z'$, 使得 Y' 轴与界面的法线矢量 \mathbf{N} 重合。2) 转动坐标系 $x'y'z'$ 到新坐标系 $x''y''z''$, 使得 $x''y''$ 平面与入射面重合。3) 由入射光线矢量和出射光线矢量的点乘之积计算得光线的偏转角, 并相应地旋转电场矢量。4) 将坐标系 $x''y''z''$ 旋转到原 xyz 坐标系。矢量的旋转可以通过与 3×3 矩阵相乘实现。旋转后的矢量 \mathbf{V}' 与原矢量 \mathbf{V} 具有以下关系:

$$\mathbf{V}' = \mathbf{Q} \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & \sin(-\theta) & 0 \\ -\sin(-\theta) & \cos(-\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中 \mathbf{Q} 为转动矩阵, θ, ϕ 为图 2 中所示空间角。

偏振器件和光学薄膜(偏振分光棱镜膜系)对入射光的影响以矩阵的形式计算。根据偏振理论, 相位差为 δ 的波片的琼斯矩阵如(8)式所示:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中 α 为波片快轴与图 2 中 z 轴间的夹角。

根据电磁传播理论的原理计算光学薄膜的特征矩阵。对于 k 层膜, 其特征矩阵为^[3]

$$\mathbf{M} = \prod_{j=1}^k \begin{bmatrix} \cos \delta_j & i \sin \delta_j / \eta_j \\ i \eta_j \sin \delta_j & \cos \delta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$\delta_j = (2\pi/\lambda) n_j d_j \cos \theta_j$, 对 s 光, $\eta_j = n_j \cos \theta_j$, 对 p 光, $\eta_j = n_j / \cos \theta_j$ ($i = 1, 2, \dots, k$)。薄膜的反射率和透射率可以由下式计算得出^[4]:

$$r = \frac{m_{11} \eta_0 + m_{12} \eta_0 \eta_s - m_{21} - m_{22} \eta_s}{m_{11} \eta_0 + m_{12} \eta_0 \eta_s + m_{21} + m_{22} \eta_s}, \quad (10)$$

$$t = \frac{2 \eta_0}{m_{11} \eta_0 + m_{12} \eta_0 \eta_s + m_{21} + m_{22} \eta_s}$$

式中 η_0 为入射介质的导纳, η_s 为出射介质的导纳。

3 仿真计算及结果分析

利用前面的模型对系统进行仿真计算。考虑理想的液晶光阀, 暗态时相当于全反射镜, 而亮态时相当于快轴与 z 轴成 45° 角的 $1/4$ 波片。光源发出的入射光束是孔径角为 10° 、电场矢量位于 $y-z$ 平面内、振幅为 100 的线偏光, 且为平面波。

首先, 考虑图 3 中不带虚线所示 $1/4$ 波片时的液晶光阀投影系统(FA' 和 SA' 分别为液晶光阀的快轴和慢轴)。对于具有任意空间角 θ, ϕ 的光线, 光线追迹中需要考虑两次反射(分别在偏振分光棱镜薄膜表面和液晶光阀反射面上)和一次透射(偏振分光棱镜薄膜表面)。在偏振分光棱镜薄膜表面上将

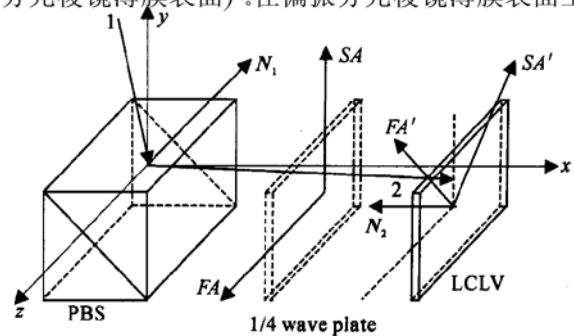


Fig. 3 Scheme of LCLV projection system with or without $1/4$ wave plate

入射光分解为 s 光和 p 光, 由(9) 式计算薄膜的特征矩阵, 进而得到薄膜对 s 光和 p 光的作用。在液晶光阀表面上, 电场矢量沿 z 和 y 方向分解。根据(8) 式, 亮态和暗态下液晶光阀的琼斯矩阵分别为

$$\mathbf{G}_{\text{bright}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{\text{dark}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

模型中以一定数量的光线代替整个入射光束, 光线的选取依据单位立体角内光线数量相等的原则。如图 2 所示, 入射光线由角 θ 和 ϕ 定义, 矢量方向指向原点。取入射光束的孔径角为 $\pm 10^\circ$, 则 θ 的范围是 $[0, 10^\circ]$, ϕ 的范围是 $[0, 360^\circ]$ 。为了计算方便, 以等角度间隔选取光线, 同时对每一根光线赋予相应的权重系数。光线样本由 θ 角为 $0^\circ, 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, \dots, 10^\circ$ 和 ϕ 角为 $0^\circ, 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, \dots, 340^\circ$ 的光线组成, 每条光线的权重系数由下式决定:

$$a(\theta, \phi) = \cos \theta. \quad (12)$$

系统对比度定义为亮态时从系统中出射的能量与暗态时透射出系统的能量的比值。考虑选取的光线样本及其权重系数, 出射光总能量为各光线出射能量之和, 则对比度为

$$\text{contrast} = \frac{\sum_{\theta} \sum_{\phi} a(\theta, \phi) I_{\text{bright}}(\theta, \phi)}{\sum_{\theta} \sum_{\phi} a(\theta, \phi) I_{\text{dark}}(\theta, \phi)}, \quad (14)$$

图 4(a)、图 4(b) 分别为亮态和暗态时输出光振幅与空间角 θ 、 ϕ 的关系。图中 θ 轴的单位为 1° 。从图中可见, 暗态时相当大的一部分能量

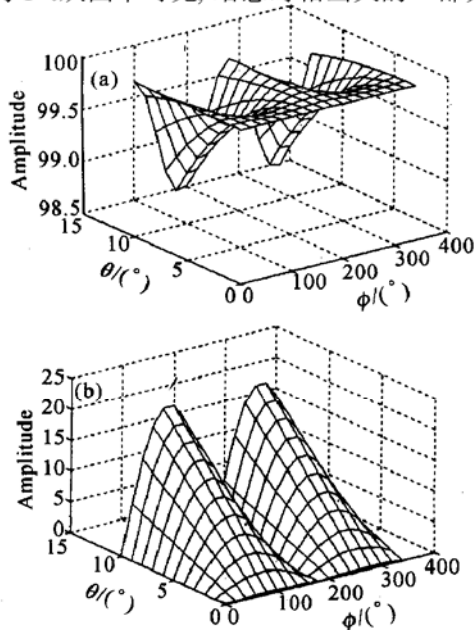


Fig. 4 (a) Amplitude distribution in on state;
(b) Amplitude distribution in off state

透射出系统, 大大限制了系统的性能。

在系统中加入图 3 中虚线所示的 $1/4$ 波片, FA 为波片快轴, SA 为慢轴。光线追迹必须考虑波片对光线偏振态的影响。经偏振分光棱镜反射的光线的电场矢量沿波片快轴和波片慢轴轴被分解为 o 光和 e 光两个分量, 然后与波片琼斯矩阵(8) 式相乘。入射光束具有一定的孔径角。对于 θ 不为零的光线, $1/4$ 波片不再满足 $\pi/2$ 的相位变化。由于孔径角很小 (空气中 $\theta = 10^\circ$ 时, 波片中 θ 约为 6.5°), 波片的相位变化可由下式计算:

$$\delta = \Delta n \times L = \Delta n \times \frac{h}{\cos \theta} = \frac{\pi/2}{\cos \theta}, \quad (15)$$

其中 Δn 为波片中 o 光和 e 光的折射率差, h 为波片的厚度, θ 为光线在波片中的孔径角。当 θ 取最大值 10° (空气中) 时, 波片的相位差 $\delta = 1.006 \times \pi/2$ 。可见对于孔径角较小的入射光束, $1/4$ 波片近似地满足 $\pi/2$ 相位变化的要求。将由(15) 式得到的 δ 代入(8) 式 ($\alpha = 0$), 即可得到波片的琼斯矩阵。当光束被液晶光阀反射再次经过波片时, 对光线进行相同的处理。图 5 为加入了 $1/4$ 波片的系统出射光振幅分布。

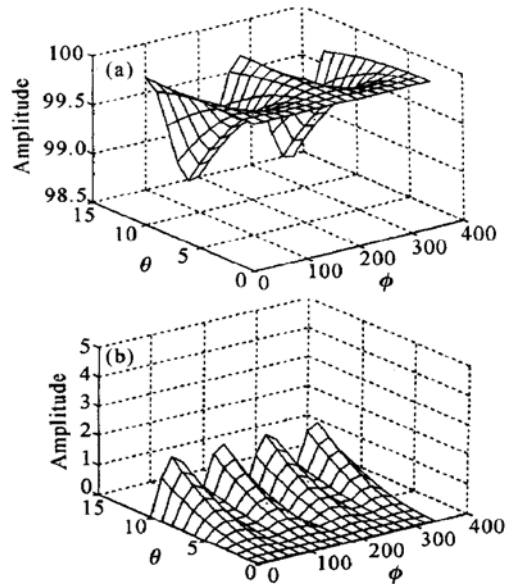


Fig. 5 Amplitude distribution of system with
 $1/4$ wave plate in on/ off state

从图 5 可见, 暗态时透射出系统的能量显著减少 [图 4(b) 中最大振幅值约为 23, 而图 5(b) 中最大值不到 2], 亮态时的光强变化则不明显, 因而系统对比度大大提高。对于没有波片的系统的暗态, 由于入射光线具有不同的空间角 θ 、 ϕ , 在偏振分光棱镜薄膜表面具有不同的入射面。光线被液晶光阀反射后, 线偏光

变为椭圆偏光,再次到达偏振分光棱镜薄膜面时,p 光分量显著增加,并透射出系统。光路中插入 1/4 波片后,当光线两次经过波片时,沿波片慢轴(e 光)的电场分量相位被滞后了 π ,合电场矢量仍然垂直于入射面,光能被偏振分光棱镜反射而无法透射出系统。

根据(14)式计算可得没有 1/4 波片的系统对比度为 1.11×10^2 ,而插入 1/4 波片的系统的对比度提高到 2.50×10^4 。图 6 为不同 θ 值时系统对比度的变化曲线。

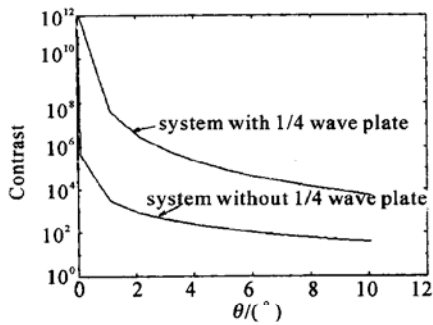


Fig. 6 Relation between system contrast and θ

结论 由计算结果可见,1/4 波片可以显著提高如图 1 所示的液晶光阀投影系统的性能。对于实际应

用中的各种投影系统,由于各种光学元件的引入,影响系统性能的因素复杂得多。本文介绍的数学模型和仿真计算方法也适用于具有更多元件和薄膜表面的光学系统。这些光学表面会引入额外的相位变化,使得计算更为复杂。当在系统光路中插入不同相位差的波片,并绕光轴转动波片时,输出光能发生变化,对比度也相应地改变。通过本文介绍的方法,可以找到合适的偏振器件,提高系统性能。

参 考 文 献

- 1 Zhang Yueguang, Li Haifeng, Liu Xu *et al.*. Simulation of electric-optical properties of homeotropic aligned liquid crystal light valves. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(9): 1170~1176 (in Chinese)
- 2 Zhang Yimo. *Applied Optics* (应用光学). Beijing: China Machine Press, 1988. 4~ 11 (in Chinese)
- 3 Bai Shengyuan. *Optical Thin Film Design and Its Application in WDM Systems* (光学薄膜设计及其在光波分复用系统中的应用). [Ph. D Thesis]. Hangzhou: : State Key Lab of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, 2001. 2 ~ 4 (in Chinese)
- 4 Liang Quanting. *Physical Optics* (物理光学). Beijing: China Machine Press, 1980. 145~ 150 (in Chinese)

Theoretical Design Method for Improving the Polarization Performance of LCLV Projection System

Zhou Jie Liu Xu Li Haifeng

(State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

(Received 6 December 2001; revised 8 March 2002)

Abstract: The factors affecting the contrast performance of liquid crystal light valve (LCLV) projection system are quantitatively analyzed. A three dimensional mathematic model is built to trace the rays. The effects of wave plates and optical thin films are analyzed based on the theory of Jones matrix and vector optics. The theoretic calculation results of systems with or without wave plates are presented. From these data, it is concluded that wave plates with proper phase changes can greatly improve system contrast.

Key words: applied optics; liquid crystal light valve; polarization beam splitter; Jones matrix