

文章编号 : 0253-2239(2002)08-0902-05

克尔介质中“耦合双原子-场”模型的光场压缩效应

刘三秋 万琳 刘素梅

(江西师范大学物理与通信电子学院,南昌 330027)

摘要: 利用全量子理论,研究克尔介质中耦合二能级双原子与场相互作用的压缩效应,着重讨论了克尔介质对光场压缩效应的影响,并揭示了初始场强及原子间耦合系数的变化与光场压缩效应的关系。

关键词: 克尔介质;光场压缩效应;原子耦极相互作用

中图分类号: O431.2 文献标识码: A

1 引言

光场的压缩效应反映了光场的非经典特性,在低声光通讯、弱信号探测及高精度测量等方面具有重要的应用前景^[1,2],是近年来量子光学领域中一个十分活跃的课题^[3~16]。压缩效应是一种纯粹的量子效应,它往往在辐射场与原子的非线性相互作用的过程中产生。近几年来,人们发现克尔介质对获得具有实用价值的光场压缩态可能存在重要价值。刘堂昆和彭金生^[12]研究了含克尔介质的多光子 J-C (Jaynes-Cummings)模型中光场振幅的平方和立方压缩,何德日^[13]研究了类克尔介质的双光子 J-C 模型场的压缩效应;但是对克尔介质中 T-C (Tavis-Cummings)模型场的压缩效应的研究至今未见报道,因此本文详细探讨了在克尔介质里,耦合二能级双原子与场相互作用过程中光场的压缩效应,着重讨论了克尔介质对光场压缩效应的影响,并揭示了初始场强及原子间耦合系数的变化与光场压缩效应的关系。

2 理论模型和计算

考虑如图 1 所示的两个二能级原子的能级结构。

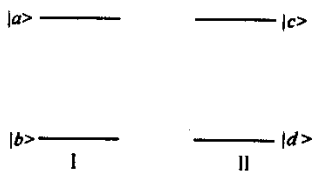


Fig.1 The structure of two two-level atoms

设原子 I 和原子 II 的上、下能级分别为 $|a\rangle$ 、 $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 、 $|d\rangle$ 。初始时刻原子 I 和原子 II 分别处于激发态 $|a\rangle$ 、 $|c\rangle$ 。

在相互作用绘景中,描写该双能级原子体系与单模光场相互作用系统的哈密顿量(取 $\hbar = 1$),在旋波近似下为

$$H = \epsilon_1(a^+ \sigma_{ab} + a \sigma_{ba}) + \epsilon_2(a^+ \sigma_{cd} + a \sigma_{dc}) + g(\sigma_{ba} \sigma_{cd} + \sigma_{dc} \sigma_{ab}) + \mu(a^+ a a^+ a), \quad (1)$$

式中的 $\sigma_{ij}(i, j = a, b, c, d)$ 为能级算符, a^+ 、 a 分别为单模光场的产生和湮灭算符, $\epsilon_k(k = 1, 2)$ 为原子与场的耦合系数, g 为两原子之间的耦合系数, μ 为介质与场之间的耦合系数。因此,在 $t = 0$ 的初始时刻,原子-场相互作用系统的联合态矢可表示为

$$|\psi(0)\rangle = \sum_m F(m) |a, c, m\rangle, \quad (2)$$

式中, $F(m)$ 表示单模光场光子数的统计分布

$$F(m) = \alpha^m \exp\left[-\frac{\alpha^2/2}{m!}\right], \quad (3)$$

$$\alpha = |\alpha| \exp(i\varphi) = n^{1/2} \exp(i\varphi). \quad (4)$$

式中 $|\alpha|^2 = \bar{n}$ 为平均光子数, φ 为 α 的相位角。系统满足薛定谔方程:

$$i \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = H |\psi(t)\rangle. \quad (5)$$

在 $t > 0$ 的任意时刻,由于原子与场相互作用的结果,使得上述联合态矢演变为下列形式

$$|\psi(t)\rangle = \sum_m F(m) [A_m(t) |a, c, m\rangle + B_{m+1}(t) |a, d, m+1\rangle + C_{m+1}(t) |b, c, m+1\rangle + D_{m+2}(t) |b, d, m+2\rangle]. \quad (6)$$

将(1)式和(6)式代入(5)式,即得如下方程组:

$$\left. \begin{aligned} i\dot{A}_m(t) &= \varepsilon_1 \sqrt{m+1} C_{m+1}(t) + \varepsilon_2 \sqrt{m+1} B_{m+1}(t) + \mu m^2 A_m(t), \\ i\dot{B}_{m+1}(t) &= \varepsilon_1 \sqrt{m+2} D_{m+2}(t) + \varepsilon_2 \sqrt{m+1} A_m(t) + g C_{m+1}(t) + \mu(m+1) B_{m+1}(t), \\ i\dot{C}_{m+1}(t) &= \varepsilon_1 \sqrt{m+1} A_m(t) + \varepsilon_2 \sqrt{m+2} D_{m+2}(t) + g B_{m+1}(t) + \mu(m+1) C_{m+1}(t), \\ i\dot{D}_{m+2}(t) &= \varepsilon_1 \sqrt{m+2} B_{m+1}(t) + \varepsilon_2 \sqrt{m+2} C_{m+1}(t) + \mu(m+2) D_{m+2}(t). \end{aligned} \right\} (7a)$$

考虑到系统的初始条件 $A_m(0) = 1, B_{m+1}(0) = C_{m+1}(0) = D_{m+2}(0) = 0$ 取 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ 然后再解方程组 (7a) 得旋波近似解为

$$\left. \begin{aligned} A_m(t) &= \\ & \left(e^{-i[2 \times 2^{1/3}(-i+\sqrt{3})k_1 + 2^{2/3}(i+\sqrt{3})k_3^{2/3} + 4ik_3^{1/3}k_4]12k_3^{1/3}} \{2\sqrt{3}e^{-i[2 \times (-3i+\sqrt{3})k_1 + 2^{1/3}(3i+\sqrt{3})k_3^{2/3} + 6 \times 2^{2/3}k_3^{1/3}]k_{14}}(2^{1/3}k_3^{2/3} - 2k_{17}) - \right. \\ & e^{i(2k_1 + 2^{1/3}k_3^{2/3})\sqrt{3} \times 2^{2/3}k_3^{1/3}} k_{16} [2^{1/3}(3i + \sqrt{3})k_3^{2/3} - \alpha - 3i + \sqrt{3}]k_{17}] + k_{15}[-2^{1/3}(-3i + \sqrt{3})k_3^{2/3} + \\ & \alpha(3i + \sqrt{3})k_{17}]\} \times \{6 \times 2^{2/3}k_3^{1/3}[k_7(-k_{14} + k_{15}) + k_6(k_{14} - k_{16}) + k_5(-k_{15} + k_{16})]\}^{-1}, \\ B_{m+1}(t) &= C_{m+1}(t) = \\ & \left(e^{-i[2 \times 2^{1/3}(-i+\sqrt{3})k_1 + 2^{2/3}(i+\sqrt{3})k_3^{2/3} + 4ik_3^{1/3}k_4]12k_3^{1/3}} \{i2\sqrt{3}e^{-i[2 \times (-3i+\sqrt{3})k_1 + 2^{1/3}(3i+\sqrt{3})k_3^{2/3} + 6 \times 2^{2/3}k_3^{1/3}]k_5}(2^{1/3}k_3^{2/3} - 2k_{17}) + \right. \\ & e^{i(2k_1 + 2^{1/3}k_3^{2/3})\sqrt{3} \times 2^{2/3}k_3^{1/3}} k_7 [2^{1/3}(3 - i\sqrt{3})k_3^{2/3} + \alpha(3 + i\sqrt{3})k_{17}] + k_6 [2^{1/3}(-3 - i\sqrt{3})k_3^{2/3} + \\ & i\alpha(3i + \sqrt{3})k_{17}]\} \times \{12 \times 2^{2/3} \sqrt{2 + m\varepsilon k_3^{1/3}} [k_7(k_{14} - k_{15}) + k_6(-k_{14} + k_{16}) + k_5(k_{15} - k_{16})]\}^{-1}, \\ D_{m+2}(t) &= \\ & \left(e^{-i[2 \times 2^{1/3}(-i+\sqrt{3})k_1 + 2^{2/3}(i+\sqrt{3})k_3^{2/3} + 4ik_3^{1/3}k_4]12k_3^{1/3}} \{-2^{1/3}[-3i + \sqrt{3} + (3i + \sqrt{3})e^{i(2k_1 + 2^{1/3}k_3^{2/3})\sqrt{3} \times 2^{2/3}k_3^{1/3}}] - \right. \\ & 2\sqrt{3}e^{-i[2 \times (-3i+\sqrt{3})k_1 + 2^{1/3}(3i+\sqrt{3})k_3^{2/3} + 6 \times 2^{2/3}k_3^{1/3}]k_3^{2/3}} + \alpha[3i + \sqrt{3} + (-3i + \sqrt{3})e^{i(2k_1 + 2^{1/3}k_3^{2/3})\sqrt{3} \times 2^{2/3}k_3^{1/3}}] - \\ & 2\sqrt{3}e^{-i[2 \times (-3i+\sqrt{3})k_1 + 2^{1/3}(3i+\sqrt{3})k_3^{2/3} + 6 \times 2^{2/3}k_3^{1/3}]k_{17}}\} \times \{6 \times 2^{2/3}k_3^{1/3}[k_7(-k_{14} + k_{15}) + k_6(k_{14} - k_{16}) + \\ & k_5(-k_{15} + k_{16})]\}^{-1}, \end{aligned} \right\} (7b)$$

其中 $k_1 \sim k_{17}$ 见附录。光场的两个正交复振幅算符 d_1, d_2 的方均涨落为：

$$(\Delta d_1)^2 = \frac{1}{4}[2a^+a + 1 + a^2 e^{2i\omega t} + a^{+2} e^{-2i\omega t} - a e^{i\omega t} + a^+ e^{-i\omega t}]^2, \quad (8)$$

$$(\Delta d_2)^2 = \frac{1}{4}[2a^+a + 1 - a^2 e^{2i\omega t} - a^{+2} e^{-2i\omega t} + a e^{i\omega t} - a^+ e^{-i\omega t}]^2, \quad (9)$$

其中之一满足 $Q_i = (\Delta d_i)^2 - \frac{1}{4} < \alpha (i = 1, 2)$ 时, 则称光场处于压缩态。

3 计算结果与分析

数值计算(3)式~(9)式, 可得初始时刻双原子均处于激发态下时, 光场压缩分量 Q_1 的演化曲线, 如图2~图5所示。

图2给出了原子之间的耦合系数 g 变化时 Q_1 随时间的演化曲线。从图中可看出, Q_1 呈现崩溃和回复现象, 但拉比振荡回复周期不随 g 的增大而发生变化。当原子间的偶极相互作用较弱时, 随着时间的推移, 光场的压缩逐渐变浅, 如图2(a)、图2(b)所

示; 随着原子间的偶极相互作用的增强, 光场压缩次数减少, 最大压缩量明显减小, 如图2(b)、图2(c)所示; 当原子间的偶极相互作用很强时, 光场 Q_1 分量的涨落不能被压缩, 如图2(d)所示。这是由于随着 g 的增大, 体系对腔场的辐射逐渐减小, 体系初始具有的能量逐渐封闭于原子之内; 当 g 足够大时, 两原子系统就象一个完全的非线性振荡器, 两原子初始具有的能量完全用于两种量子状态的转换, 并且这种转换不需通过腔场来完成^[17]。这就意味着原子间耦合作用的增强, 使原子与腔场之间的惯性作用减弱, 从而削弱原子与场的相互作用, 导致光场的压缩效应减弱。

图3~图5给出了克尔效应常数 μ 取不同值

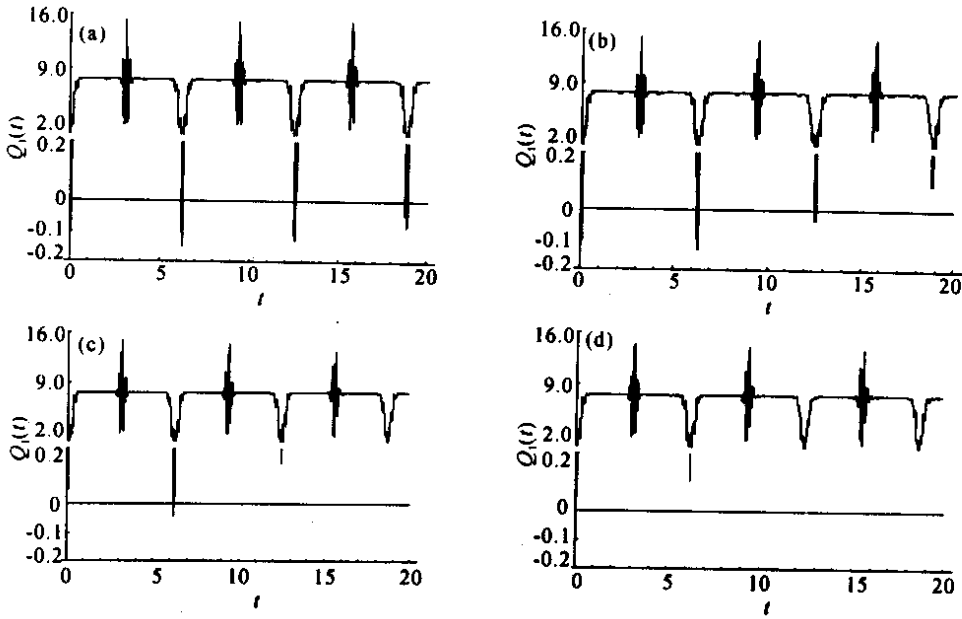


Fig.2 The evolution curves of Q_1 at some special g values with $\epsilon = 1, \mu = 0.5, \bar{n} = 15$.
 (a) $g = 0.5$; (b) $g = 2$; (c) $g = 6$; (d) $g = 10$

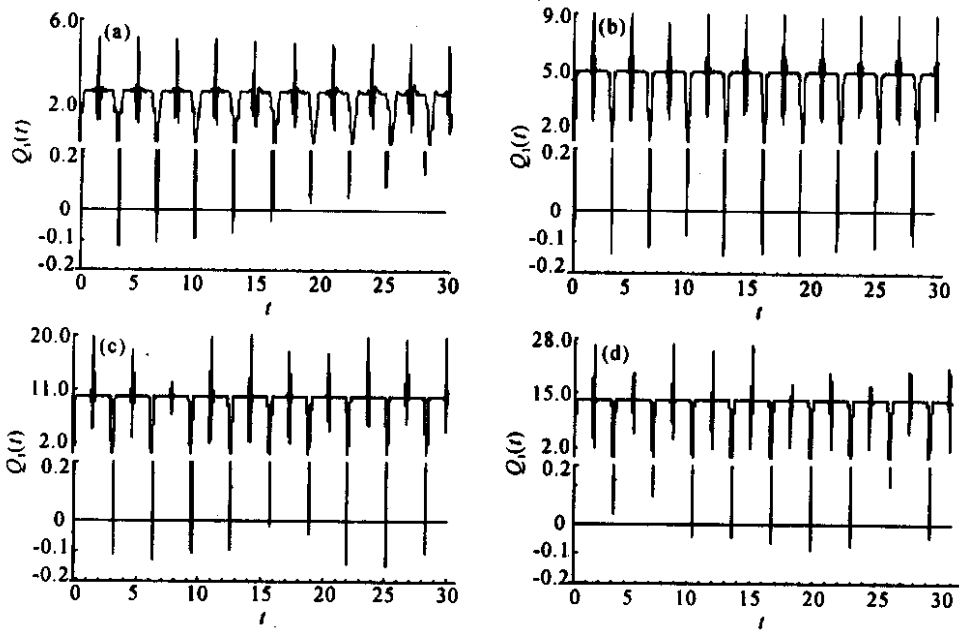


Fig.3 The evolution curves of Q_1 at some special \bar{n} values with $\epsilon = 1, g = 0.1, \mu = 1$.
 (a) $\bar{n} = 5$; (b) $\bar{n} = 10$; (c) $\bar{n} = 20$; (d) $\bar{n} = 27$

时, Q_1 随时间的演化曲线。由图 4 可以看出, 当 $\mu = 0$ 时 随着 \bar{n} 的增大, 压缩产生, 出现的时间提前, 压缩次数增加, 光场的压缩仅出现在起始阶段, 在随后的较长时间内无压缩现象, 且二次压缩量比首次压缩量小得多。这些现象与文献 [13] 中“呈现崩溃和回复现象, 在回复后有较小的压缩效应”的结果截然不同, 显示出单光子过程与双光子过程中光场的压缩特性有较大差别。从图 3 ~ 图 5 还可以看

出, Q_1 对克尔效应常数 μ 十分敏感, 当 \bar{n} 一定时, 与腔中无克尔介质的情形相比, Q_1 呈现崩溃和回复现象, 随着 μ 的增大, 拉比振荡回复时间减小, 回复次数增加, 在拉比振荡的崩溃阶段, 光场与原子之间无能量交换, 这使光场的噪声趋于稳定, 且腔场振荡的压缩次数和最大压缩量明显增加^[13], 如图 3 (b) 图 4 (b) 所示。当 μ 一定时, 在 \bar{n} 较小的情况下, 随着 \bar{n} 的增大, 光场的最大压缩量和压缩次数

亦逐渐增加,如图 3(a)、图 3(b)所示;在 \bar{n} 较大的情况下,如图 3(c)、图 3(d)所示,光场的最大压缩量和压缩次数则逐渐减小,出现饱和现象。以上这些现象与文献 [9] 中“存在介质时,随 \bar{n} 的增大,光场的压缩次数不变,且随 μ 的增加……,最大压缩量

无明显变化”的结果有一定的差异,这说明克尔介质中,单光子 T-C 模型与单光子 J-C 模型的光场的压缩特性也是有差别的。上述结果表明,光场的振幅分量 Q_1 随克尔效应常数 μ 和初始光强 \bar{n} 的增大压缩的次数增加,压缩幅度增大。

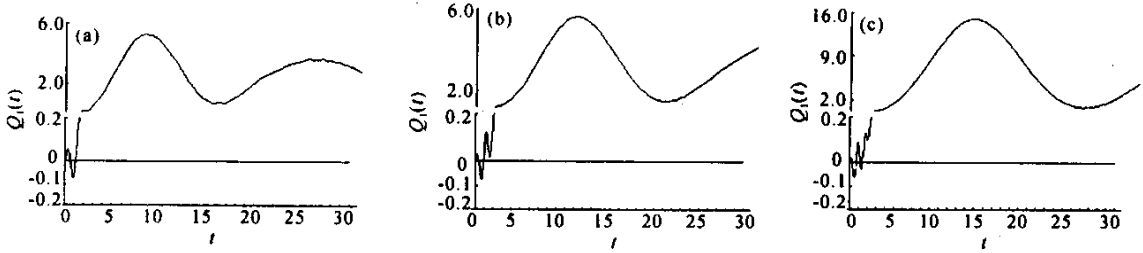


Fig. 4 The evolution curves of Q_1 at some special \bar{n} values with $\varepsilon = 1, g = 0.1, \mu = 0$.

(a) $\bar{n} = 5$; (b) $\bar{n} = 10$; (c) $\bar{n} = 15$;

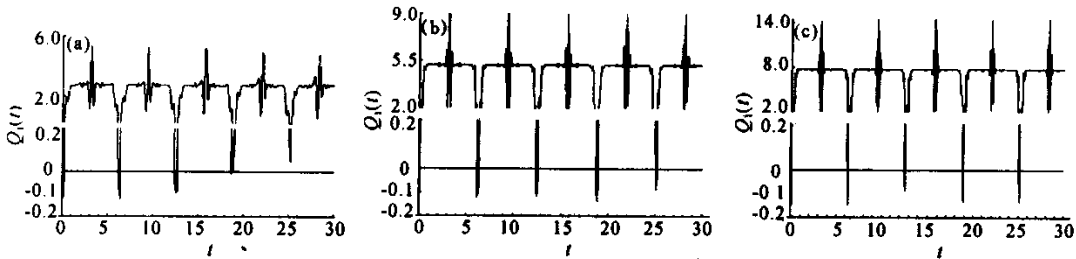


Fig. 5 The evolution curves of Q_1 at some special \bar{n} values with $\varepsilon = 1, g = 0.1, \mu = 0.5$.

(a) $\bar{n} = 5$; (b) $\bar{n} = 10$; (c) $\bar{n} = 15$;

结论 本文利用全量子理论讨论了克尔介质中耦合二能级双原子与单模光场相互作用模型中光场的压缩效应。由上述讨论可见,单光子 T-C 模型的光场压缩效应呈现出一些新的特征:光场的振幅分量 Q_1 对克尔效应常数 μ 十分敏感,导致其演化曲线呈现崩溃和回复现象,拉比振荡回复周期随着 μ 的增大而减小,但不随 g 的增大而发生变化。 Q_1 随克尔效应常数 μ 和初始光强 \bar{n} 的增大压缩的次数增加,压缩幅度增大。但是原子间的耦合将削弱原子与场的相互作用,导致光场的压缩效应减弱。

参 考 文 献

- [1] Caves C M. Quantum-mechanical noise in an interferometer. *Phys. Rev. (D)*, 1981, **23**(8):1693 ~ 1708
- [2] Gea-banacloche J, Leuchs G. Squeezed states for interferometric gravitational-wave detectors. *J. Mod. Opt.*, 1987, **34**(6,7):793 ~ 811
- [3] Gu Q. The quantum statistical properties of the Jaynes-Cummings model. *Acta Physica Sinica* (物理学报), 1989, **38**(5):735 ~ 743 (in Chinese)
- [4] Zhang Z M, Xu L, Chai J L et al.. A New kind of higher-order squeezing of radiation field. *Phys. Lett.*, 1990, **A150**(1):27 ~ 30 (in Chinese)
- [5] He L S. Squeezing of the square of the field amplitude in two-photon absorption process. *Acta Physica Sinica* (物理学报), 1991, **40**(6):904 ~ 911 (in Chinese)
- [6] Zhou P, Peng J S. Evolution of the multiphoton Jaynes-Comings model. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1990, **10**(9):837 ~ 844 (in Chinese)
- [7] Zhou P. Nonclassical effects of the field in the vacuum-state multiphoton Jaynes-Comings model. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1992, **12**(7):583 ~ 587 (in Chinese)
- [8] Liu S B. Squeezing of the radiation field in a cavity with mixed state atomic system. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1994, **14**(3):248 ~ 252 (in Chinese)
- [9] Liu J M, Liu S Q. Influence of the Kerr medium and the coupling constants on the squeezing effect of field. *J. Jiangxi Normal University* (江西师范大学学报), 1999, **23**(1):1 ~ 5 (in Chinese)
- [10] Li G X, Peng J S. A study on the relations between atomic dipole squeezing and squeezing in radiating field in the Jaynes-Comings model. *Acta Physica Sinica* (物理学报), 1995, **44**(10):1670 ~ 1677 (in Chinese)
- [11] Huang C J, Li J F, He H Y. Quantum properties of light of squeezed vacuum field Raman interaction with two coupled atoms. *Acta Physica Sinica* (物理学报), 2001, **50**(3):473 ~ 477 (in Chinese)
- [12] Liu T K, Peng J S. N-th squeezing of the field amplitude

in the multiphoton Jaynes-Comings model in a Kerr medium. *Acta Photonica Sinica*(光子学报), 1997, **26** (1):21 ~ 26(in Chinese)

- [13] He D R. Squeezing of the two-photon Jaynes-Cummings model in a Kerr medium. *Chinese J. Quant. Electron.* (量子电子学报), 1999, **16**(2):122 ~ 129(in Chinese)
- [14] Tian Y H, Peng J S. Influences of dipole-dipole interaction between atoms on the properties of light in the Tavis-Cummings model. *Acta Optica Sinica*(光学学报), 2000, **20**(9):1187 ~ 1193(in Chinese)
- [15] Song T Q, Feng J, Wang W Z. Influence of dipole-dipole

interaction on the nonclassical effects of the field. *Acta Optica Sinica*(光学学报), 1994, **14**(7):714 ~ 717(in Chinese)

- [16] Fang M F, Chen J M. Entropic uncertainty relation and entropic squeezing of the field. *Acta Optica Sinica*(光学学报), 2001, **21**(1):8 ~ 12(in Chinese)
- [17] Liu S Q, Yang Q L, Li F Q *et al.*. The quantum dynamic properties of two two-level atoms and its radiation field. *Acta Optica Sinica*(光学学报), 1995, **15** (10):1371 ~ 1374(in Chinese)

附录 :

$$k_1 = (-g^2 - 18\epsilon^2 - 12m\epsilon^2 + 2g\mu - 13\mu^2 - 24m\mu^2 - 12m^2\mu^2),$$

$$k_2 = (-2g^3 - 54g\epsilon^2 - 36gm\epsilon^2 + 6g^2\mu - 54\epsilon^2\mu - 72m\epsilon^2\mu + 66g\mu^2 + 144gm\mu^2 + 72gm^2\mu^2 - 70\mu^3 - 144m\mu^3 - 72m^2\mu^3),$$

$$k_3 = k_2 + \sqrt{4k_1^3 + k_2^2},$$

$$k_4 = g + 5\mu + 6m\mu + 3m^2\mu,$$

$$k_5 = [- (2 + m)^2 \mu + i2^{1/3} k_1 (3k_3^{1/3}) - ik_3^{1/3} (3 \times 2^{1/3}) - ik_4/3],$$

$$k_6 = [- (2 + m)^2 \mu - (1 + i\sqrt{3}) k_1 (3 \times 2^{2/3} k_3^{1/3}) + (1 - i\sqrt{3}) k_3^{1/3} (6 \times 2^{1/3}) + ik_4/3],$$

$$k_7 = [- (2 + m)^2 \mu - (1 - i\sqrt{3}) k_1 (3 \times 2^{2/3} k_3^{1/3}) + (1 + i\sqrt{3}) k_3^{1/3} (6 \times 2^{1/3}) + ik_4/3],$$

$$k_8 = [- (1 + m)^2 \mu + i2^{1/3} k_1 (3k_3^{1/3}) - ik_3^{1/3} (3 \times 2^{1/3}) + ik_4/3],$$

$$k_9 = [- (1 + m)^2 \mu - (1 + i\sqrt{3}) k_1 (3 \times 2^{2/3} k_3^{1/3}) + (1 - i\sqrt{3}) k_3^{1/3} (6 \times 2^{1/3}) + ik_4/3],$$

$$k_{10} = [- (1 + m)^2 \mu - (1 - i\sqrt{3}) k_1 (3 \times 2^{2/3} k_3^{1/3}) + (1 + i\sqrt{3}) k_3^{1/3} (6 \times 2^{1/3}) + ik_4/3],$$

$$k_{11} = g \sqrt{1 + m\epsilon} - i \sqrt{1 + m\epsilon} k_8,$$

$$k_{12} = g \sqrt{1 + m\epsilon} - i \sqrt{1 + m\epsilon} k_9,$$

$$k_{13} = g \sqrt{1 + m\epsilon} - i \sqrt{1 + m\epsilon} k_{10},$$

$$k_{14} = [- \sqrt{2 + m} / \sqrt{1 + m} + (igk_5 - k_5 k_6) (2 \sqrt{1 + m} \sqrt{2 + m\epsilon^2})],$$

$$k_{15} = [- \sqrt{2 + m} / \sqrt{1 + m} + (igk_6 - k_9 k_6) (2 \sqrt{1 + m} \sqrt{2 + m\epsilon^2})],$$

$$k_{16} = [- \sqrt{2 + m} / \sqrt{1 + m} + (igk_7 - k_7 k_{10}) (2 \sqrt{1 + m} \sqrt{2 + m\epsilon^2})],$$

$$k_{17} = [g^2 + (3 + 2m) \epsilon^2 - 2g\mu + (13 + 24m + 12m^2) \mu^2].$$

Squeezing Effect of Two Coupling Atoms Interacting with a Single Mode Light Field in Kerr Medium

Liu Sanqiu Wan Lin Liu Sumei

(Department of Physics, Jangxi Normal University, Nanchang 330027)

(Received 4 June 2001 ; revised 6 September 2001)

Abstract : The squeezing effect of two coupling atoms interacting with a single mode light field in Kerr medium is studied by means of the quantum theory. The influences of the Kerr medium on the squeezing effect are discussed. In particular, the effect of the excited field intensity and the coupling constants of two atoms on the squeezing effect are analyzed.

Key words : Kerr medium ; the squeezing effect ; dipole interaction of atoms