

文章编号 : 0253-2239(2002)07-0829-05

天文像复原迭代位移叠加法中的噪声偏差补偿*

邱耀辉 刘 忠 卢汝为 楼 柯

(中国科学院云南天文台, 昆明 650011
中国科学院国家天文观测中心光学天文联合开放实验室, 昆明 650011)

摘要: 当工作于实际数据时, 由于存在着多种噪声, 导致了天文像复原迭代位移叠加法中的噪声偏差项。为消除这些噪声偏差项的影响, 分别讨论了在观测目标和参考星的斑点数据期间由大气视宁度差导入的系统误差和探测器严重的附加噪声产生的偏差, 并给出了对这些噪声偏差项的补偿方法。

关键词: 迭代位移叠加法; 噪声偏差; 像复原

中图分类号: P123 文献标识码: A

1 引 言

为消除大气湍流影响, 实现望远镜衍射受限分辨率天文像复原, 1970 年法国 Labeyrie^[1]开创了天文高分辨率斑点成像技术。在此领域中, 新方法不断出现, 其中发展较完善的是“频域像复原方法”, 其特点是在傅里叶频率域中进行数据处理, 例如 Knox-Thompson 法(KT 法)^[2]、重谱法[又称斑点掩模法(Speckle Masking, SM 法)]^[3]等。与此同时发展着的另一类方法是空域像复原方法, 其数据处理主要在空间域中进行, 该类方法有待进一步的研究和完善。

我们最近提出了一种新的空域像复原方法——迭代位移叠加法(Iterative shift-and-add, ISA 法)^[4,5], 它在空间域中完成像复原过程。该方法与其他传统位移叠加法^[6,7]的主要区别是它能找到正确的位移叠加的基准点, 从而消除了传统方法中的“鬼点”和其他问题, 使像复原的质量达到了令人满意的效果。但迭代位移叠加法仍然遇到了一些不可避免的实际问题, 如实际观测中必然存在各种噪声的严重影响, 若不加以认真的改正, 将导致像复原的失败。本文主要讨论了目标为高、中亮度水平时, 因斑点数据中的大气视宁度差异和由探测器附加噪声产生的偏差和相应的改正方法。

2 迭代位移叠加法原理简述

大量观测表明, 大气-望远镜综合成像系统的瞬时点扩展函数由离散的众多斑点组成, 简称为“斑点图”。当目标为高、中亮度水平时, 每个斑点的大小近似于望远镜的衍射受限点扩展函数, 其角半径约为 λ/D , 这里 λ 、 D 分别为光波长和望远镜的口径; 众斑点分布于角半径约为 λ/r_0 的区域中, 其中 r_0 为视宁度参数, 在文献[5]中已对斑点图的共性: 每幅斑点图的众斑点中包含了望远镜衍射受限分辨率信息, 而且每幅斑点图中存在着一个点源单星的最强衍射受限像”作了充分说明。

若以一点源单星的最强衍射受限像作为斑点图位移叠加的基准点, 将很多(N)幅斑点图位移对中共后再叠加平均, 就得到迭代位移叠加法的点扩展函数, 表示为 $p_1(x)$

$$p_1(x) = ah(x) + l(x), \quad (1)$$

其中 x 为二维空间坐标变量, $h(x)$ 为望远镜衍射受限点扩展函数。(1)式表示迭代位移叠加法的点扩展函数由两部分组成: $ah(x)$ 就是点源单星的衍射受限像, 是叠加过程后保留下来的高分辨率信息部分, a 为其强度; $l(x)$ 为其他随机分布的斑点叠加的结果, 是角半径为 λ/r_0 的圆盘, 类似于长曝光像, 是低分辨部分。

有了上述迭代位移叠加法的点扩展函数的定义, 就能给出相应的迭代位移叠加法的原理。对于一般被观测的天文目标而言, 设强度分布为 $\alpha(x)$, 目标瞬时像为 $i_k(x)$ (第 k 幅斑点图), x_{mk} 为其最强目标衍射受限像的位置。由迭代位移叠加法的原理: 用

* 国家自然科学基金(198739017)和中国科学院天文口基金资助课题。

E-mail: qyb@public.km.yn.cn

收稿日期: 2001-06-22; 收到修改稿日期: 2001-08-27

相关迭代方式保证所有斑点图中最强目标衍射受限像准确地对齐,在此条件下, N 幅目标斑点图的位移叠加结果 $i(x)$ 为

$$i(x) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N i_k(x - x_{mk}) = \alpha(x) \otimes ah(x) + \alpha(x) \otimes l(x) = \alpha(x) \otimes p_f(x), \quad (2)$$

其中 \otimes 为卷积算符,结果 $i(x)$ 为目标 $\alpha(x)$ 与迭代位移叠加法点扩展函数 $p_f(x)$ 的卷积。上式中的 $\alpha(x) \otimes ah(x)$ 即为位移叠加结果中目标的衍射受限分辨率像,而 $\alpha(x) \otimes l(x)$ 是类似于目标的长曝光像的低分辨率成份。由此,用 $p_f(x)$ 对 $i(x)$ 经 CLEAN 算法^[8]消卷积可得到目标的高分辨率复原像 $\alpha(x)$ 。在实际操作中 $p_f(x)$ 由观测目标近旁的一点源单星(称为参考星)的一系列斑点图按迭代位移叠加法原理计算得到。

3 视宁度差对迭代位移叠加法的影响及消除方法

关键问题是:当观测目标的一系列斑点图时,我们并不能同时得到对目标观测期的迭代位移叠加点扩展函数,即(2)式中的 $p_f(x)$,而实际上是在对目标的观测结束后,紧接着对目标近旁的一点源单星作为参考星进行观测,获取数量上与目标斑点图幅数相近的一系列斑点图,用来计算迭代位移叠加法的点扩展函数。

3.1 视宁度对迭代位移叠加法中消卷积的影响

如上所述,迭代位移叠加法点扩展函数中的低频部分 $l(x)$ 的大小与观测期间的大气视宁度密切相关(其角半径为 λ/r_0),而 r_0 又随时间而变化。因此,由于目标和参考星的分时段观测,例如对于我们的斑点像探测系统^[9],若目标和参考星各观测400幅斑点图,总观测时间约为20 min,其中因改换观测对象需进行与导星有关的一系列操作,使目标与参考星的观测间隔一般为十多分钟,必将引入各观测期间大气视宁度的差异,从而产生了消卷积时的系统误差。设由参考星得到的迭代位移叠加法点扩展函数为 $p_r(x)$ 则用之对(2)式消卷积得到的结果为 $o(x)$:

$$o(x) = p_r(x) \otimes^{(-1)} i(x) = p_r(x) \otimes^{(-1)} [\alpha(x) \otimes p_f(x)] = \alpha(x) \{ p_r(x) \otimes^{(-1)} [\otimes p_f(x)] \}, \quad (3)$$

其中 $\otimes^{(-1)}$ 表示消卷积算符,消卷积过程主要是用

$p_r(x)$ 对 $p_f(x)$ 进行的,即 $p_r(x) \otimes^{(-1)} [\otimes p_f(x)]$ 表示消卷积的作用。为了便于说明消卷积中可能出现的问题,我们进入傅里叶频率域中。设用大写字母表示各量的傅里叶变换, u 为傅里叶域中的二维空间频率坐标变量,则在(3)式中,设 $P_r(u)$ \backslash $P_f(u)$ 分别为 $p_r(x)$ \backslash $p_f(x)$ 的傅里叶变换对,在傅里叶频率域中消卷积为两传递函数相除的结果: $P_r(u) \backslash P_f(u) = \mu(u)$,若两传递函数(或点扩展函数)不相等,则 $\mu(u) \neq 1$,显然这将使复原像被污染;若 $p_r(x)$ 与 $p_f(x)$ 具有相同的视宁度,此时 $p_r(x) = p_f(x)$ 则 $\mu(u) = 1$ 将得到复原像 $o(x) = \alpha(x)$,否则得到的是受系统误差影响的结果,像复原将失败。

3.2 对视宁度差异的校正

为了消除上述系统误差的影响,保证 $\mu(u) = 1$,目前最好的方法是先将目标和参考星的斑点图分为若干小组,估计出各小组的视宁度 r_0 (平均值),把目标和参考星的具有相同视宁度 r_0 的斑点图小组放入用于消卷积的一个大组进行消卷积处理。其先决条件是:1) 每小组中要求有足够的斑点图幅数,以保证估计该组平均的 r_0 时具有足够的样本数;2) 每小组斑点图的观测应在一个短时间内完成,以减少统计中视宁度起伏的方差。天文台台址具有较好的视宁度条件是满足此条件有力保证。因大量实验表明,当视宁度好时,在较长时间内视宁度具有小的起伏方差。我们的斑点像探测系统和云南天文台台址均较好地满足了上述要求。

对斑点图按视宁度 r_0 分组的方法是用斑点干涉术中进行数据预处理的“谱比法”,将 N 幅目标和参考星的斑点图按连续观测的时间顺序分为若干小组,每组200幅作为数据(按12幅/秒的记录速度,200幅的观测时间约十多秒钟),分别由各小组的斑点图计算目标和参考星的长曝光像功率谱与短曝光斑点图的平均功率谱之比,即“谱比”。

设 $p_k(x)$ 为 k 时刻大气-望远镜综合成像系统的瞬时点扩展函数,则该时刻的目标瞬时像(斑点图) $i_k(x)$ 应满足卷积成像式:

$$i_k(x) = \alpha(x) \otimes p_k(x).$$

设 $i_k(x)$ 傅里叶变换为 $I_k(u) = O(u)P_k(u)$,这里 $O(u)$ \backslash $P_k(u)$ 分别为 $\alpha(x)$ \backslash $p_k(x)$ 的傅里叶变换,由此可得到一小组目标斑点图的谱比 $S(u)$,其定义为:

$$S(u) = \frac{I_k(u)^{(2)}}{I_k(u)^{(2)}} = \frac{O(u)^{(2)} P_k(u)^{(2)}}{O(u)^{(2)} P_k(u)^{(2)}} = \frac{P_k(u)^{(2)}}{P_k(u)^{(2)}} \quad (4)$$

其中 \cdot 表示对 200 幅斑点图的括号中相应量的统计平均； $O(u)^{(2)} = O(u)O(-u)$ 为目标功率谱；类似地 $I_k(u)^{(2)}$ 、 $I_k(u)^{(2)}$ 分别为目标长曝光功率谱和斑点图的平均功率谱； $P_k(u)^{(2)}$ 、 $P_k(u)^{(2)}$ 分别为 $p_k(x)$ 的长曝光像光功率谱和其短曝光像的功率谱（斑点干涉术传递函数）。显然，谱比的截止频率由分子的长曝光像功率谱 $P_k(u)^{(2)}$ 截止频率 u_L 所决定^[10]。由(4)式可作出谱比曲线。

利用谱比的两个特性：1) 谱比与被观测的目标（无论是目标还是参考星）无关，仅与大气视宁度参数 r_0 有关；2) 谱比曲线的截止频率为 $u_L = r_0/(\lambda f)$ ，其中 f 为成像系统的等效焦距。把具有相同的谱比曲线（或截止频率）的目标和参考星的斑点图小组为一个组，进行(3)式的有关消卷积处理，即可得到 $i(u) = 1$ 的一个复原结果；将用同样方法得到的其他各小组的结果平均后就得到了最后的目标复原像。关于“谱比法”的原理和具体应用的详细阐述可见参考文献[11]，本文不再细述。

4 探测器附加噪声的影响及消除方法

为得到最终的像复原结果，迭代位移叠加法中采用 CLEAN 算法^[8]完成消卷积过程，该算法有两个特点：其一是仅在空域中进行，而非在频域中用除法消卷积，从而回避了因除法引入的“噪声放大效应”^[11]；其二是用迭代减法过程逐步完成消卷积。判断迭代过程完成的标准是：当在 $i(x)$ 中找出的新最大值点已接近或等于本底噪声水平时，迭代结束。而对于高、中亮度水平的目标， $i(x)$ 中的本底噪声主要来源于探测器的附加噪声，显然对探测器的附加噪声的改正关系到是否能得到正确的复原像，过高的噪声水平将掩埋目标中强度较弱的成员，由于斑点探测器通常使用对光信号具有高增强性能的 CCD 探测器，其负面影响是具有严重的探测器附加噪声。因此，面对实际数据时，迭代位移叠加法对探测器的附加噪声的改正提出了很高的要求，必须在进行消卷积处理之前进行探测器附加噪声偏差的改正。幸运的是，由下面的分析可看出：迭代位移叠加法对附加噪声极不敏感，与频域像复原法相比，此性质成为迭代位移叠加法的一大优点。

实验表明，探测器附加噪声的性质满足如下的重要假设：1) 探测器附加噪声与探测器对目标信号的响应之间是统计独立的；2) 探测器附加噪声以加的方式出现于信号场中；3) 噪声事件的位置与其强度之间是统计独立的；4) 噪声事件的形状可用“响应形状函数” $g(x)$ 来描述，并将其归一化，即

$$\iint g(x)^2 dx = 1;$$

5) 离散的噪声事件服从泊松统计，在某位置 x_j 产生噪声事件的概率密度函数是

$$\left(\iint d^2x \right)^{-1} = \frac{1}{A},$$

即 $A = \iint d^2x$ 为统计区域的面积。

为简单计，设任意位置处的噪声事件响应形状函数均为 $g(x)$ ，类似于对斑点图的描述方法，用 δ 函数的抽样性来描述瞬时目标斑点图中离散分布的附加噪声事件，设目标第 k 幅斑点图中的探测器附加噪声为 $r_k(x)$ ，则

$$r_k(x) = g(x) \otimes \sum_{j=1}^{k'} a'_j \delta(x + x_j), \quad (5)$$

其中 k' 为噪声事件数， a'_j 、 x_j 分别为第 j 个事件的强度和位置。若用 $i'_k(x)$ 表示被噪声污染了的实际目标斑点图，则有

$$i'_k(x) = i_k(x) + r_k(x) = o(x) \otimes p_k(x) + g(x) \otimes \sum_{j=1}^{k'} a'_j \delta(x + x_j). \quad (6)$$

由迭代位移叠加法的特点和上述附加噪声的性质易于得到 $r_k(x)$ 在迭代位移叠加法的数据处理过程中有如下性质：

1) 当用目标的初始信息 $o_e(x)$ 与目标第 k 幅斑点图进行互相关运算时，则互相关结果中由噪声项产生的附加项为：

$$r_k(x) * o_e(x) = r'_k(x), \quad (7)$$

这里 $*$ 表示相关运算，由于参与相关运算的两者在结构上有很大的差异，即它们相关的程度很小，使该结果 $r'_k(x)$ 之值远远小于目标信号与目标间的相关运算结果中的相关极大点之值。因此，由附加噪声产生的 $r'_k(x)$ 将不会干扰 $o_e(x)$ 与目标信号间的相关运算结果中相关极大值点的确定。

2) 由于上述附加噪声的随机性，其位移结果 $r_k(x - x_{mk})$ 与其原未位移之前的 $r_k(x)$ 之间并无本质区别，因此在迭代位移叠加法的最后位移叠加结果中的附加噪声可以直接对(5)式求统计平均得

到。下面按 Goodman 的统计方法^[12]对(5)式中的 $r_k(x)$ 求统计平均,即期望值。由(5)式有:

$$r_k(x) = g(x) \otimes \sum_{j=1}^{k'} a'_j \delta(x + x_j) = \sum_{j=1}^{k'} a'_j g(x + x_j), \quad (8)$$

这里有三个随机变量 a'_j 、 k' 、 x_j ,分三步对它们进行统计: $E_{123}[r_k(x)]$ 其中 $E[\cdot]$ 表示对括号中的函数求期望值,下标 123 表示分三步进行, E_1 、 E_2 、 E_3 分别为对 a'_j 、 x_j 、 k' 的统计,因为此三个随机变量均是相互独立无关的,所以可分开各自求期望值:

$$\begin{aligned} E[r_k(x)] &= E_3 \left[\sum_{j=1}^{k'} E_1[a'_j] E_2[g(x + x_j)] \right] = \\ &= E_3 \left[\overline{a'_j} E_2 \left[\sum_{j=1}^{k'} g(x + x_j) \right] \right] = \\ &= E_3 \left[\overline{a'_j} \sum_{j=1}^{k'} \iint g(x + x_j) dx / A \right] = \\ &= E_3 \left[\overline{a'_j} \sum_{j=1}^{k'} \frac{1}{A} \right] = \\ &= \frac{1}{A} E_3[\overline{a'_j} k'] = \frac{1}{A} \overline{a'_j} \overline{k'} = C. \quad (9) \end{aligned}$$

上式中用到了对 $g(x)$ 归一化的性质, $E_1[a'_j] = \overline{a'_j}$ 为未进行 $E_3[\cdot]$ 时的条件期望值, $E_3[\cdot]$ 的统计是对所有的 N 幅斑点图进行的统计平均, $\overline{a'_j}$ 和 $\overline{k'}$ 分别为 a'_j 和 k' 的无条件平均值。

(9)式结果表明对(5)式中的 $r_k(x)$ 统计平均结果为一常数 C ,它可由“纯噪声(背景)区的 a'_j 和 k'_j 的统计平均得到,是加在迭代位移叠加法位移叠加结果 $i(x)$ 中的本底,有:

$$\begin{aligned} i(x) &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N i_k(x - x_{mk}) + E[r_k(x)] = \\ &= i(x) + C. \quad (10) \end{aligned}$$

由上式我们得到了消除探测器噪声偏差的空间域方法,很容易由观测目标(包括目标和参考星)近旁的天空背景(无任何天体目标)的近 N 幅短曝光像,对它们进行统计平均即可得到目标或参考星的迭代位移叠加法结果中的背景,该背景像就是常数 $C = \frac{1}{A} \overline{a'_j} \overline{k'}$,由(10)式就得到消除了探测器附加噪声偏差的迭代位移叠加法位移叠加结果 $i(x)$:

$$i(x) = i(x) - C. \quad (11)$$

必须指出的是,用于消卷积的迭代位移叠加法点扩展函数 $p(x)$ 因由观测目标近旁的一点源单星作为参考星的一系列斑点图经迭代位移叠加法位移叠

加得到,同样存在着消除探测器附加噪声偏差的任务。

结语 面对实际数据时,迭代位移叠加法将受到各种噪声的影响,必须加以改正。对天文目标的迭代位移叠加法像复原观测实验^[4,5]表明,用上述方法对实际数据中由观测期间大气视宁度差异引入的系统误差和探测器的附加噪声偏差进行的校正达到了预期目的,保证了高分辨率像复原的成功,与其他频域复原法对噪声影响的敏感性和消除方法^[5,11,13]的复杂性相比^[14],迭代位移叠加法对探测器附加噪声极不敏感,进行噪声偏差改正的步骤大为简化,计算量大大减少,具有一定的优越性。

参 考 文 献

- [1] Labeyrie A. Attainment of diffraction limited resolution in large telescopes by Fourier analyzing speckle patterns in star images. *Astron. Astrophys.*, 1970, (1) 85~87
- [2] Knox K T, Thompson B J. Recovery of images from atmospherically degraded short-exposure photographs. *Astron. J.*, 1974, 193(1): L45~L48
- [3] Lohmann A W, Weigelt G, Wirtitzer B. Speckle masking in astronomy: Triple correlation theory and applications. *Appl. Opt.*, 1983, 22(24): 4028~4037
- [4] Liu Zhong, Qiu Yaohui, Lu Ruwei. Reconstruction of video images through turbulent atmosphere. *Proc. SPIE*, 1998, 3561: 326~331
- [5] Qiu Yaohui, Liu Zhong, Lu Ruwei et al.. A new method for astronomical image reconstruction in spatial region: Iterative shift-and-add technique. *Acta Optica Sinica(光学学报)*, 2001, 21(2): 186~191 (in Chinese)
- [6] Bates R H T, Cady F M. Towards true imaging by wideband speckle interferometry. *Opt. Commun.*, 1980, 33(3): 365~369
- [7] Ribak E. Astronomical images by filtered weighted-shift-and-add technique. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1986, 3(12): 2069~2076
- [8] Qiu Yaohui, Liu Zhong, Lu Ruwei et al.. The application of CLEAN algorithm to astronomical image reconstruction working in spatial domain. *Publications of Yunnan Observatory(云南天文台台刊)*, 2000, (2): 1~9 (in Chinese)
- [9] Qiu Yaohui, Liu Zhong, Lu Ruwei et al.. A time-framed 2-dimensional photon counting speckle image detecting-system. *Acta Optica Sinica(光学学报)*, 2000, 20(1): 103~109 (in Chinese)
- [10] Korff D. Analysis of a method for obtaining near-diffraction-limited information in the presence of atmospheric turbulence. *J. Opt. Soc. Am.*, 1973, 63(8): 971~980
- [11] Qiu Yaohui, Liu Zhong, Lu Ruwei et al.. Fourier modulus recovery in astronomical speckle imaging and the experiments of image reconstruction. *Acta Optica Sinica(光学学报)*, 2000, 20(4): 501~508 (in Chinese)

- [12] Goodman J W. *Statistical Optics*(统计光学). Translated by Qin Kecheng *et al.*. Beijing : Science Press , 1992. 461 (in Chinese)
- [13] Liu Zhong , Qiu Yaohui , Lou ke *et al.*. A Positive restriction method to correct noise bias terms in bispectrum and experiment in astronomical high resolution image reconstruction. *Acta Optica Sinica*(光学学报), 1999 , **19**(2):163~170(in Chinese)
- [14] Liu Zhong , Qiu Yaohui , Lu Ruwei *et al.*. The analysis of noise influence on astronomical speckle imaging techniques. *Acta Optica Sinica*(光学学报), 2002 , **22**(4):417~421 (in Chinese)

Noise Bias Compensation in the Iterative Shift-and-Add Method for Astronomical Image Reconstruction

Qiu Yaohui Liu Zhong Lu Ruwei Lou Ke

(*Yunnan Observatory , national Astronomical Observatories , United Laboratory of Optical Astronomy , The Chinese Academy of Sciences , Kunming 650011*)

(Received 22 June 2001 ; revised 27 August 2001)

Abstract : Because there are many kinds of noise , the noise bias terms are introduced in the iterative shift-and-add method for astronomical image reconstruction when working in real data. To overcome the influence of the noise bias terms , the system error involved by the differences of the atmospheric seeing during the observation of the speckle data of the object and referenc star ; and the bias come from serious additive noise of the detector were discussed. The methods for the compensation of these noise bias terms were given.

Key words : iterative shift-and-add method ; noise bias ; image reconstruction