

文章编号 : 0253-2239(2002)07-0809-04

弱光强空间屏蔽光伏明孤子的动态演化特性*

张都应 刘劲松 梁昌洪

(西安电子科技大学技术物理学院, 西安 710071)

摘要: 在忽略晶体损耗和扩散效应的情况下, 讨论了加外电场的光伏光折变晶体中弱光强空间屏蔽光伏明孤子及其演化特性。在弱光强条件下得到了空间屏蔽光伏明孤子的解析解表达式, 与运用数值计算的方法所得到的结果十分吻合。该方法解决了以往数值求解动态演化方程时必须先数值求解常微分方程或积分方程的问题。讨论了参量失配情况下空间屏蔽光伏明孤子的动态演化特性。

关键词: 非线性光学; 空间孤子; 光折变效应

中图分类号: O437 文献标识码: A

1 空间屏蔽光伏明孤子态

1.1 空间屏蔽光伏明孤子态

到目前为止, 已经证明在加外电场的光伏光折变晶体中存在三种标量空间孤子^[1~5]: 屏蔽孤子、光伏孤子和屏蔽光伏孤子。文献 [1~5] 讨论了在加外电场的光伏光折变晶体中存在的一种稳态空间孤子—空间屏蔽光伏孤子, 给出了明孤子波包络 U 满足的动态演化方程

$$iU_\xi + \frac{1}{2}U_{ss} - \beta \frac{U}{1+|U|^2} + \alpha \frac{|U|^2 U}{1+|U|^2} + \gamma \frac{(|U|^2)_\xi}{1+|U|^2} = 0, \quad (1)$$

其中,

$$U_\xi = \frac{\partial U}{\partial \xi}, \quad U_{ss} = \frac{\partial^2 U}{\partial s^2},$$

$$\beta = (k_0 x_0)^2 \left(\frac{n_e^4 r_{33}}{2} \right) E_0,$$

$$\alpha = (k_0 x_0)^2 \left(\frac{n_e^4 r_{33}}{2} \right) E_p,$$

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0},$$

λ_0 为在自由空间的光波长, x_0 为任一空间宽度, n_e 为晶体非常光折射率, r_{33} 为电光系数, E_0 为外加电场, E_p 光伏场常数, γ 为表征晶体扩散效应的常数。

直接求解 (1) 式是非常困难的。文献 [4] 假定光波包络函数形式为

$$U = r^{1/2} y(s) \exp(i\nu\xi), \quad (2)$$

求得 (1) 式在 $\gamma = 0$ 时的稳态解所满足的常微分方程和积分方程分别为

$$(y')^2 = \frac{\chi(\alpha + \beta)}{r} \{ \ln(1 + ry) \} - y^2 \ln(1 + r), \quad (3)$$

$$[\chi(\alpha + \beta)]^{1/2} s = \pm \int_y^1 \frac{r^{1/2} dy}{[\ln(1 + ry^2) - y^2 \ln(1 + r)]^{1/2}}, \quad (4)$$

其中 ν 为空间频率偏移, $r = I(0)I_d/I_d$ 为暗辐射光强。以上两式表明只要 $(\alpha + \beta) > 0$, 则在加外电场的光伏光折变晶体中存在空间屏蔽光伏明孤波解。但是, 到现在为止, 仍然无法给出空间屏蔽光伏明孤子的解析表达式, 因此要想求得动态演化特性, 必须借助于数值计算方法。(3) 式和 (4) 式的意义在于, 通过数值求解 (3) 式或 (4) 式, 首先得出空间屏蔽光伏明孤子的稳态数值解, 再以此作为数值求解 (1) 式的初始条件, 可得到空间屏蔽光伏明孤子的动态演化特性。此外, 根据 (3) 式和 (4) 式还可求得空间屏蔽光伏明孤子强度的半峰全宽 (FWHM) 曲线。

1.2 空间屏蔽光伏明孤子的半峰全宽

前面提到, 数值求解 (3) 式或 (4) 式, 不仅可以得出空间屏蔽光伏明孤子的稳态数值解, 还可求得空间屏蔽光伏明孤子包络形状随入射光强变化的特性, 即其半峰全宽曲线。

图 1 给出了 $\alpha = -100, \beta = 135$ 和 $\alpha = -117, \beta = 222$ 时的半峰全宽曲线。由图 1 可以看出, 空间屏蔽光伏明孤子的半峰全宽不随单调下降, 而是在某一处达到最小值。

* 国家自然科学基金 (69878022) 资助课题。

E-mail: zhduying@263.net

收稿日期: 2001-05-14; 收到修改稿日期: 2001-07-23

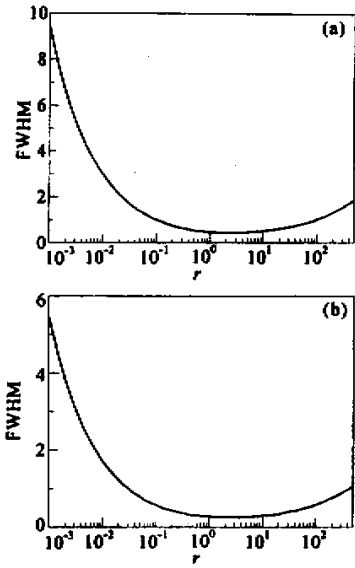


Fig.1 FWHM of a bright soliton. (a) $\alpha = -100, \beta = 135$;
(b) $\alpha = -117, \beta = 222$

2 弱光强空间屏蔽光伏明孤子的一个解析解

2.1 弱光强条件下空间屏蔽光伏明孤子的动态演化
不考虑扩散效应时, (1) 式中 γ 为零。此时 (1) 式化为

$$iU_{\xi} + \frac{1}{2}U_{ss} - \beta \frac{U}{1+|U|^2} + \alpha \frac{|U|^2 U}{1+|U|^2} = 0, \quad (5)$$

在弱光强条件下, $|U|^2 \ll 1$ (5) 式可近似为

$$iU_{\xi} + \frac{1}{2}U_{ss} - \beta U + (\alpha + \beta)U|U|^2 = 0, \quad (6)$$

上式为一个近似的非线性薛定谔方程。令

$$U = \sqrt{r}y(s) \exp(i\nu\xi), \quad (7)$$

式中 y 为归一化实值函数, 满足 $0 \leq y(s) \leq 1$ 。代入 (6) 式可得

$$y'' = \chi(\nu + \beta)y - \chi(\alpha + \beta)ry^3, \quad (8)$$

$$(y')^2 = \chi(\nu + \beta)y^2 - (\alpha + \beta)ry^4 + C, \quad (9)$$

利用空间明孤子满足的边界条件 $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, 可求得 $C = 0$ 且

$$\chi(\nu + \beta) = (\alpha + \beta)r, \quad (10)$$

因此 (9) 式变为

$$(y')^2 = (\alpha + \beta)r(y^2 - y^4). \quad (11)$$

若参量选取满足 $(\alpha + \beta)r = 1$, 则可求得 (11) 式的明孤子解为

$$y(s) = \text{sech } s, \quad (12)$$

进而可求得 (6) 式的解为

$$U = \sqrt{r} \text{sech } s \exp[i(1/2 - \beta)\xi]. \quad (13)$$

图 2(a) 给出了由 (13) 式计算出的空间明孤子的动态演化过程。图 2(b) 给出了以 (3) 式或 (4) 式的结果作为入射场, 直接数值求解 (5) 式得到的演化结果。晶体及空间孤子的参量取为 $\alpha = 100, \beta = -50, r = 0.02$ 。比较图 2(a) 和图 2(b) 可以看出, 两种计算方法所得到的结果几乎完全一致。

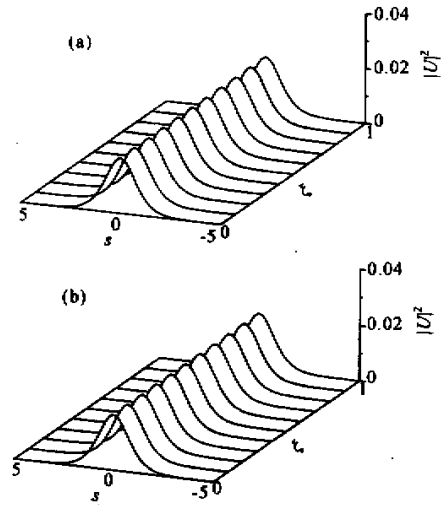


Fig.2 The evolution of a bright soliton under small amplitude condition. (a) Analytical result ; (b) Numerical result

2.2 参量失配条件下弱空间屏蔽光伏明孤子的动态演化

前面讨论弱光强条件下空间屏蔽光伏明孤子动态演化时, 假定晶体参量 α, β 以及光强 r 满足条件 $(\alpha + \beta)r = 1$, 得到了孤波解的解析表达式。解析计算结果与数值计算结果非常吻合。下面讨论参量失配时孤子波的动态演化情况。为此, 定义参量

$$\lambda = (\alpha + \beta)r - 1, \quad (14)$$

$$\Delta|U(\lambda)|^2 = \left| \frac{|U(s=0, \xi=1, \lambda \neq 0)|^2}{|U(s=0, \xi=0, \lambda=0)|^2} - \frac{|U(s=0, \xi=1, \lambda=0)|^2}{|U(s=0, \xi=0, \lambda=0)|^2} \right|. \quad (15)$$

图 3 给出了 $\lambda = -0.2$ 和 $\lambda = 0.2$ 晶体参量取为 $\alpha = 100, \beta = -50$, 光强参量 $r = 0.02$ 时, 以 (13) 式计算结果作为入射场, 再直接数值求解 (5) 式得到的空间孤子的动态演化过程。比较图 3(a) 和图 3(b) 可以发现, $\lambda = -0.2$ 时, 中心光强相对有微小下降; $\lambda = 0.2$ 时, 中心光强相对有微小增加。两种情况下 $\xi = 1$ 处中心光强与 $\xi = 0$ 处中心光强相对误差约 8%。

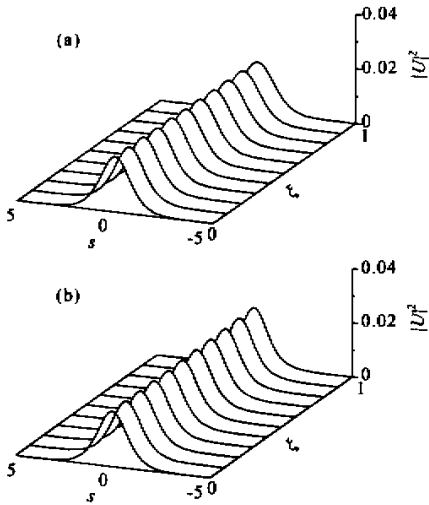


Fig. 3 Dynamical evolution of bright soliton under weakly mismatch condition. (a) $\lambda = -0.2$; (b) $\lambda = 0.2$

前面得出 $\lambda = -0.2$ 和 $\lambda = 0.2$ 时, 中心光强相对误差约 8%, 我们暂且称其为弱失配。强失配情况下, 入射波的演化不再稳定, $\lambda > 0$ 时, 光束中心强度增大, 半峰全宽下降, $\lambda < 0$ 时则相反。图 4 给出了 $\lambda = -0.9$ 和 $\lambda = 1$ 时以(13)式计算结果作为入射场, 再直接数值求解(5)式得到的动态演化过程。为了能直观地了解中心强度和半峰全宽的变化, 图 5 (a) 给出了 t 时的强度包络。为了描述入射波在晶体中的演化随失配参量变化的规律, 前面定义了(15)式。图 5 (b) 给出了由该式定义的 $\Delta |U|^2(\lambda)$ 随 λ

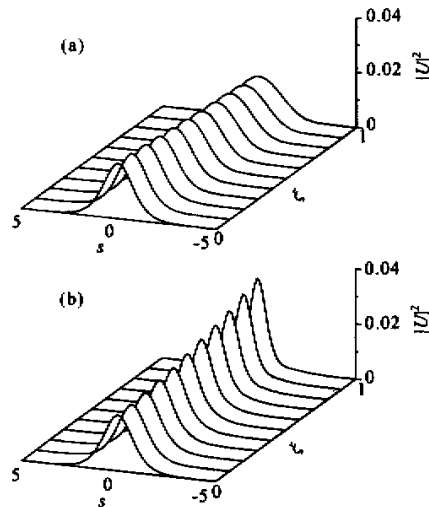


Fig. 4 Dynamical evolution of bright soliton under strongly mismatch condition. (a) $\lambda = -0.9$; (b) $\lambda = 1$

变化的曲线。从图中可以看出, 当 λ 控制在 $|\lambda| < 0.3$ 时, 相对误差即可控制在 10% 以内。

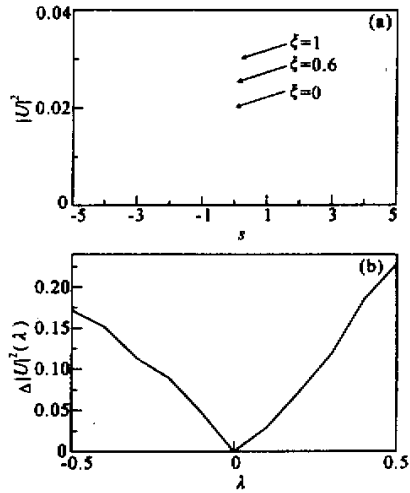


Fig. 5 (a) The evolution intensity envelope with $\lambda = 1$; (b) The variation of $\Delta |U|^2(\lambda)$ with λ

3 弱光强条件下空间屏蔽光伏明孤子的另一个解

前面讨论弱光强条件下空间明孤子解时, 在假定 $(\alpha + \beta)r = 1$ 的前提下, 得到了(13)式所描述的孤波解析表达式。下面讨论 $(\alpha + \beta)r \neq 1$ 时, (11)式的孤波解析表达式。令 $(\alpha + \beta)r = a$, 将(11)式重新整理可得

$$\int \frac{dy}{y\sqrt{1-y^2}} = \pm \sqrt{a} \int ds, \quad (16)$$

积分后可得

$$\ln \left(\tan \frac{\arcsin y}{2} \right) = \pm \sqrt{a} s + C, \quad (17)$$

利用空间明孤子的边界条件 $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ 可求得 $C = 0$ 。由上式可求得(11)式另一种形式的孤波解析表达式为

$$y = \sin\{2\arctan[\exp(\pm\sqrt{a}s)]\}, \quad (18)$$

进而可得孤波包络的解析表达式为

$$U = \sqrt{r} \sin\{2\arctan[\exp(\pm\sqrt{a}s)]\} \times \exp\{(\alpha/2 - \beta)\xi\}. \quad (19)$$

图 6 给出了由(19)式计算出的空间明孤子的动态演化过程以及(19)式的结果作为入射场, 直接数值求解(5)式得到的演化结果。晶体及空间孤子的参量取为 $\alpha = 100$, $\beta = -50$, $r = 0.02$ 。与图 2 比

较可以看出,两种解析方法所得到的结果几乎完全一致。

解决了以往数值求解动态演化方程时必须先数值求解常微分方程或积分方程的问题。同时讨论了参量失配情况下空间屏蔽光伏明孤子的动态演化特性。

参 考 文 献

- [1] Liu Jingsong, Zhang Duying, Liang Changhong. Stability of bright screening-photovoltaic spatial solitons. *Chinese Physics*, 2000, **9**(9): 667~671
- [2] Zhang Duying, Liu Jinsong, Liang Changhong. Solitary evolution of Gauss beam in photovoltaic-photorefractive crystal. *Acta Optica Sinica*(光学学报), 2001, **21**(6): 647~651(in Chinese)
- [3] Zhang Duying, Liu Jinsong, Liang Changhong. The effect of loss on solitary evolution of a Gauss beam in photovoltaic-photorefractive crystal. *Acta Optica Sinica*(光学学报), 2002, **22**(2): 139~143(in Chinese)
- [4] Liu Jinsong, Lu Keqing. Screening-photovoltaic spatial solitons in biased photovoltaic photorefractive crystals and their self-deflection. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1999, **16**(3): 550~556
- [5] Zhang Duying, Liu Jinsong, Liang Changhong. Self-deflection of solitary wave evolution of a Gauss beam in photovoltaic-photorefractive crystal. *Acta Optica Sinica*(光学学报), 2002, **22**(6): 697~701(in Chinese)

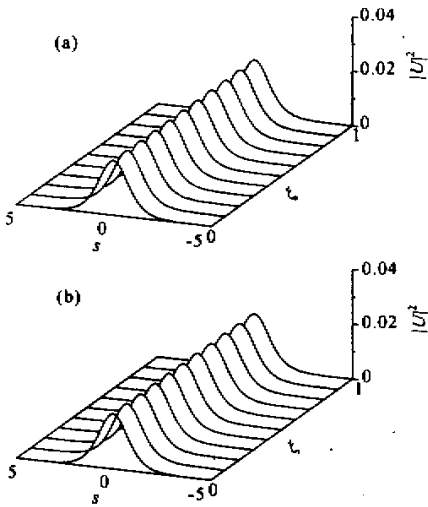


Fig. 6 The evolution of a bright soliton under small amplitude condition. (a) Analytical result ;(b) numerical result

结论 本文在忽略晶体损耗及扩散效应的情况下,得到了弱光强时空间屏蔽光伏明孤子动态演化的两种解析表达式。由这两种解析表达式所得结果与直接通过数值计算方法得到的结果十分吻合。该方法

Dynamic Evolution of Spatial Screening-Photovoltaic Bright Soliton under Weak Amplitude Condition

Zhang Duying Liu Jinsong Liang Changhong

(Institute of Applied Physics, Xidian University, Xi'an 710071)

(Received 14 May 2001; revised 23 July 2001)

Abstract: Neglecting both the crystal loss and the diffusion effect, both the weak light-intensity spatial screening-photovoltaic (SP) bright solitons in the photovoltaic-photorefractive crystal with an applied electric field and their evolution characteristics are discussed. The analytic expression for the spatial screening-photovoltaic bright solitons obtained under the weak light intensity agrees well with the results obtained by the numerical calculation. This practice solves the previous problem that it is necessary to first solve the differential equation or the integral equation while numerically solving the dynamical evolution equation. The dynamical evolution of the spatial screening-photovoltaic bright solitons under the condition of parameter mismatch is also discussed.

Key words: nonlinear optics; spatial soliton; photorefractive effect