

文章编号 : 0253-2239(2002)07-0774-06

任意各向异性介质光栅的严格模式理论分析

唐雄贵 傅克祥 王植恒 刘细成

(四川大学物理系, 成都 610064)

摘要: 将“逆规则”傅里叶级数展开法和反射透射系数阵递推算法进行推广, 对任意面形及任意入射角的电磁各向异性介质光栅衍射特性进行研究。该方法物理概念清晰, 数值计算稳定收敛, 计算速度快, 并与其它方法的计算结果进行了比较。

关键词: 逆规则; 反射透射系数阵算法; 电磁各向异性介质光栅

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

1 引言

在研究光栅衍射问题时傅里叶模方法是一种有效的算法, 目前已基本完善, 但是对于分层中介电常数和磁导率非连续分布情形的光栅问题, 直接使用该方法求解时其收敛性很差(尤其 TM 波的收敛性更为缓慢)。文献 [1] 成功地利用“逆规则”傅里叶级数展开法研究了不连续各向同性周期光栅的衍射, 以保证数值计算的收敛性。1998 年 Li 将该方法用于电各向异性介质光栅的衍射问题的研究^[2], 数值计算表明, 其收敛性也是很好的。该方法适用性广, 不受光栅的介质材料限制, 其快速收敛性使得在数值计算时取较少的模数(子波数)可以达到所要求的精度, 而其模数的减少意味着节约大量计算时间, 因而本文将该方法推广到任意面形、任意光轴取向、任意入射的电磁各向异性介质光栅中以提高其收敛速度。

在计算多分层光栅问题方面已有很多文献提出了多种递推算法, 以提高数值计算的稳定性和速度。典型的有增强透射矩阵算法^[3]、R 矩阵算法及其各变种、S 矩阵算法及其各变种^[4]、反射透射系数阵算法(RTCM)^[5]等。增强透射矩阵算法适合于任何情形, 但计算量大。R 矩阵算法当在台阶数很多时数值结果并不稳定。S 矩阵算法中有些算法并不稳定, 有些算法递推一次的计算量很大。其 S-矩阵算法中稳定而最快的 W-t-S 算法, 是一个“电压型四端网络”物理模型, 其递推一次的计算量为 $46N^3/3$ ^[6] (N 为截断后的子波数), 文献 [2] 已利用该法进行了数值计算。而反射透射系数阵算法是一个“入射、

反射和透射三端网络”的物理模型, 其物理概念清晰, 公式简洁, 数值计算稳定性好和速度快, 其递推一次的计算量为 $26N^3/3$, 近为 W-t-S 算法的二分之一, 但不是一个普适的表达式。本文将反射透射系数阵算法进一步完善, 并将其推广以研究任意电磁各向异性介质分层光栅衍射问题。所以在计算速度方面, 本文的反射透射系数阵算法要快于文献 [2] 的 S-矩阵算法。利用本文的方法计算了各向同性介质光栅衍射问题, 其结果与文献 [7] 一致。也与坐标变换法的结果进行了比较, 其结果同样与文献 [8] 的结果完全一致。最后对该方法的稳定性和收敛性进行了考察, 计算表明, 对于大深度及多分层光栅其结果是稳定的和收敛的。

2 物理模型

对于任意面形的光栅可以用水平多分层的台阶形状对其进行拟合处理, 其拟合的近似程度与分层数及剖分方法有关。为简单起见, 先讨论水平多分层阶梯光栅的衍射问题。其光栅结构如图 1 所示。光栅截面在 $x-z$ 平面内, 光栅沿 y 方向。设在每一分层其介电常数张量和磁导率张量具有周期性, 其周期均为 T , 且每一层的介电常数和磁导率分别用 ϵ_n 、 μ_n 表示, 厚度为 h_n , 有:

$$\epsilon_n(x) = \epsilon_n(x + T), \quad \mu_n(x) = \mu_n(x + T) \quad (1)$$

n 表示层号。用 z_n 表示第 n 层和第 $n + 1$ 层的分界面。在第 n 层中有:

$$\epsilon_n, \mu_n = \begin{cases} \epsilon_{n2}, \mu_{n2} & x \in (T_{n1}, T_{n2}) \\ \epsilon_{n1}, \mu_{n1} & x \in (0, T_{n1}) \cup (T_{n2}, T) \end{cases} \quad (2)$$

第 1 层为空气层, 取 $T_{11} = T_{12} = T/2$, 其中第 n 层

E-mail: txgjly@sohu.com

收稿日期: 2001-05-23; 收到修改稿日期: 2001-09-06

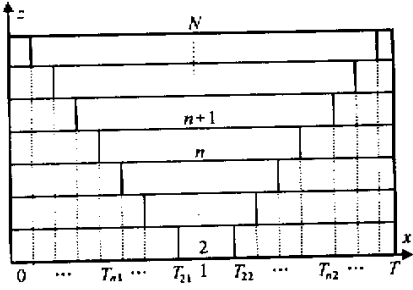


Fig. 1 Structure of multilayer gratings

中介电常数张量和磁导率张量用矩阵表示：

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\epsilon}_n &= \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\mu}_n &= \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

设入射面与 \$x\$-\$z\$ 平面的夹角为 \$\phi\$, 入射光与 \$z\$ 轴的夹角为 \$\theta\$, 电场矢量与入射面的夹角为 \$\psi\$ (入射层为各向同性介质) 则对单位入射的线偏振光有：

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E} \exp[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t], \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \boldsymbol{\sigma} \mathbf{H} \exp[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t], \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} \sigma &= (\epsilon_0 / \mu_0)^{1/2}, \\ \mathbf{k} &= k_0 (\alpha_0 \mathbf{x} + \beta_0 \mathbf{y} + \gamma_0 \mathbf{z}), \\ \mathbf{E} &= E_1 \mathbf{x} + E_2 \mathbf{y} + E_3 \mathbf{z}, \\ \mathbf{H} &= H_1 \mathbf{x} + H_2 \mathbf{y} + H_3 \mathbf{z}, \end{aligned}$$

\$\alpha_0, \beta_0\$ 和 \$\gamma_0\$ 分别表征 \$x, y, z\$ 方向的波矢分量, \$\mathbf{E}\$ 和 \$\mathbf{H}\$ 表示入射电磁场振幅矢量。

3 基本模式场的数学模型

在各分层中电磁场的解必须满足麦克斯韦方程, 其分量形式 (用爱因斯坦约定表示, 为简单起见, 略去层号 \$n\$) 为：

$$\left. \begin{aligned} \xi^{\rho j k} \sigma \partial_j E_k &= i k_0 \mu_{\rho j} H_j, \\ \xi^{\rho j k} \partial_j H_k &= -i k_0 \sigma \epsilon_{\rho j} E_j. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

\$\rho, j, k \in (1, 2, 3)\$, 当 \$\rho, j, k\$ 是偶 (奇) 排列时 \$\xi^{\rho j k} = 1(-1)\$, 否则 \$\xi^{\rho j k} = 0\$。其中符号 \$\partial_1 \rightarrow \partial/\partial x, \partial_2 \rightarrow \partial/\partial y, \partial_3 \rightarrow \partial/\partial z\$, 电磁场分量 \$E_k, H_k\$ 的下标 \$k = 1, 2, 3\$ 分别表示其 \$x, y, z\$ 方向的分量。将第 \$n\$ 层中电磁基本模式场用傅里叶模级数 (对指标 \$m\$ 求和) 展开为 (但是在以下式子中, 电磁场分量的下标仍用 \$x, y, z\$ 表示)：

$$[\boldsymbol{\sigma} \mathbf{E}; \mathbf{H}]_n^T = [E_{xm}, E_{ym}, E_{zm}; -H_{xm}, H_{ym}, H_{zm}]_n^T \times \exp[ik(\alpha_m x + \beta_0 y + \gamma(z - z_n))], \quad (6)$$

其中 \$n\$ 代表层号, \$m\$ 代表傅里叶模编号。\$\alpha_m = \alpha_0 + m\lambda/T, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M\$。而 \$\gamma\$ 为待求的未知量, 表征波矢量的 \$z\$ 分量。

由于傅里叶模方法是在 (5) 式中对每一层不连续的 \$\epsilon(x)\$ 直接作傅里叶级数展开, 该方法没有考虑电磁场以及介电参数在 \$x\$ 方向的连续性, 认为两个互补共点不连续量的乘积作傅里叶级数展开时收敛于原函数, 从而导致该方法的收敛性差。因而本文将 ‘逆规则’ 傅里叶展开法推广到任意电磁各向异性光栅中进行处理, 以提高其收敛速度。将 \$\epsilon(x)\$ 按 ‘逆规则’ 傅里叶模展开并将基本模式场 (6) 式代入 (5) 式得到其矩阵方程组：

$$\left. \begin{aligned} \beta E_z - \gamma E_y &= -P_{11} H_x + P_{12} H_y + P_{13} H_z, \\ \gamma E_x - \alpha E_z &= -P_{21} H_x + P_{22} H_y + P_{23} H_z, \\ \alpha E_y - \beta E_x &= -P_{31} H_x + P_{32} H_y + P_{33} H_z, \\ \beta H_z - \gamma H_y &= -(Q_{11} E_x + Q_{12} E_y + Q_{13} H_z), \\ \gamma H_x + \alpha H_z &= Q_{21} E_x + Q_{22} E_y + Q_{23} H_z, \\ \alpha H_y + \beta H_x &= -(Q_{31} E_x + Q_{32} E_y + Q_{33} H_z), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中 \$\alpha\$ 和 \$\beta\$ 分别是由 \$(\alpha_0, \alpha_{\pm 1}, \dots, \alpha_{\pm M})\$ 和 \$(\beta_0, \beta_0, \dots, \beta_0)\$ 所组成的 \$(2M+1) \times (2M+1)\$ 对角阵, \$E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z\$ 均为 \$(2M+1) \times 1\$ 列阵。其：

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \left[\frac{1}{\mu_{11}} \right]^{-1} & & \left[\frac{1}{\mu_{11}} \right]^{-1} \left[\frac{\mu_{12}}{\mu_{11}} \right] & & \left[\frac{1}{\mu_{11}} \right]^{-1} \left[\frac{\mu_{13}}{\mu_{11}} \right] \\ \left[\frac{\mu_{12}}{\mu_{11}} \right] \left[\frac{1}{\mu_{11}} \right]^{-1} & \left[\frac{\mu_{12}}{\mu_{11}} \right] \left[\frac{1}{\mu_{11}} \right]^{-1} \left[\frac{\mu_{12}}{\mu_{11}} \right] + \left[\mu_{22} - \frac{\mu_{12} \mu_{12}}{\mu_{11}} \right] & \left[\frac{\mu_{12}}{\mu_{11}} \right] \left[\frac{1}{\mu_{11}} \right]^{-1} \left[\frac{\mu_{13}}{\mu_{11}} \right] & & \left[\mu_{23} - \frac{\mu_{12} \mu_{13}}{\mu_{11}} \right] \\ \left[\frac{\mu_{13}}{\mu_{11}} \right] \left[\frac{1}{\mu_{11}} \right]^{-1} & \left[\frac{\mu_{13}}{\mu_{11}} \right] \left[\frac{1}{\mu_{11}} \right]^{-1} \left[\frac{\mu_{12}}{\mu_{11}} \right] + \left[\mu_{23} - \frac{\mu_{12} \mu_{13}}{\mu_{11}} \right] & \left[\frac{\mu_{13}}{\mu_{11}} \right] \left[\frac{1}{\mu_{11}} \right]^{-1} \left[\frac{\mu_{13}}{\mu_{11}} \right] & & \left[\mu_{33} - \frac{\mu_{13} \mu_{13}}{\mu_{11}} \right] \end{bmatrix}$$

其中,

$$[\mu]_s = T^{-1} \int \mu(x) \exp[-i2\pi T^{-1}(r-s)x] dx,$$

\$[\mu]^{-1}\$ 是 \$[\mu]\$ 的逆矩阵。将 \$\mathbf{P}\$ 中的分块矩阵作 \$\mu_{rs} \rightarrow \epsilon_{rs}\$ 对应替换, 就成了 \$\mathbf{Q}\$ 矩阵。因在各向异性介质中

分量互相耦合,六个分量中须用四个分量才能表征电磁基本模式场。由(7)方程组消去其分量 E_z 、 H_z 得到:

$$\Psi = [E_x, E_y, H_y, H_x]^T,$$

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha Q_{33}^{-1} Q_{31} - P_{23} P_{33}^{-1} \beta & -\alpha Q_{33}^{-1} Q_{32} + P_{23} P_{33}^{-1} \alpha & P_{22} - P_{23} P_{33}^{-1} P_{32} - \alpha Q_{33}^{-1} \alpha & -P_{21} + P_{23} P_{33}^{-1} P_{31} - \alpha Q_{33}^{-1} \beta \\ -\beta Q_{33}^{-1} Q_{31} + P_{13} P_{33}^{-1} \beta & -\beta Q_{33}^{-1} Q_{32} - P_{13} P_{33}^{-1} \alpha & -P_{12} + P_{13} P_{33}^{-1} P_{32} - \beta Q_{33}^{-1} \alpha & P_{11} - P_{13} P_{33}^{-1} P_{31} - \beta Q_{33}^{-1} \beta \\ Q_{11} - Q_{13} Q_{33}^{-1} Q_{31} - \beta P_{33}^{-1} \beta & Q_{12} - Q_{13} Q_{33}^{-1} Q_{32} + \beta P_{33}^{-1} \alpha & -\beta P_{33}^{-1} P_{32} - Q_{13} Q_{33}^{-1} \alpha & \beta P_{33}^{-1} P_{31} - Q_{13} Q_{33}^{-1} \beta \\ Q_{21} - Q_{23} Q_{33}^{-1} Q_{31} + \alpha P_{33}^{-1} \beta & Q_{22} - Q_{23} Q_{33}^{-1} Q_{32} - \alpha P_{33}^{-1} \alpha & \alpha P_{33}^{-1} P_{32} - Q_{23} Q_{33}^{-1} \alpha & -\alpha P_{33}^{-1} P_{31} - Q_{23} Q_{33}^{-1} \beta \end{bmatrix}$$

α 、 β 和 γ 表征第 n 层中对应不同级次的波矢量的 x 、 y 、 z 方向的分量,是一个对角阵。 A 是一个 $2N \times 2N$ 的矩阵, $N = 4M + 2$ 为截断后的模式场数, M 为正整数。通过对本征矩阵方程(8)进行求解从而得到其本征值 γ_+^n 、 γ_-^n 和本征矢矩阵

$$W^n = \begin{bmatrix} W_{eu}^n & W_{ed}^n \\ W_{hu}^n & W_{hd}^n \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中 γ_+^n 、 $-\gamma_-^n$ 分别对应上行波、下行波波矢量的 z 分量,各有 N 个。 W^n 是模式场傅里叶展开系数的 $2N \times 2N$ 本征矢矩阵。电磁场的通解是这些模式场解的线性叠加^[5]表示为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_s^n \\ \mathbf{H}_s^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{eu}^n & W_{ed}^n \\ W_{hu}^n & W_{hd}^n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \exp\{ik_0[\alpha x + \beta y + \gamma_+^n(z - z_n) - \omega t]\} \mathbf{u}_+^n \\ \exp\{ik_0[\alpha x + \beta y - \gamma_-^n(z - z_n) - \omega t]\} \mathbf{d}_+^n \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中 $\mathbf{E}_s^n = [E_x, E_y]^T$, $\mathbf{H}_s^n = [H_x, H_y]^T$, 下标 s 表示电磁场沿光栅表面的横向 x 和 y 分量, \mathbf{u}_+^n 和 \mathbf{d}_+^n 分别表示模式场的上行波、下行波在第 n 层上界面 z_n 处的振幅系数的列矩阵。振幅系数阵由边界条件匹配确定,电磁场在第 n 层上界面 z_n 处的边界条件为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_s^n \\ \mathbf{H}_s^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_s^{n+1} \\ \mathbf{H}_s^{n+1} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

4 利用反射透射系数阵递推算法对多层光栅进行求解

在上节中得到了各分层的电磁场的通解及边界条件方程。若对于 $N = 2$ 的情形^[9,10] 则可以直接利用(10)式、(11)式进行求解。但对于图1所示分层 $N \geq 3$ 的情形,本文将各向同性介质光栅的反射透射系数阵方法^[5] 进一步完善并推广到任意电磁各

$$A\Psi = \Psi\gamma, \quad (8)$$

这就是第 n 层基本模式场的横向分量 E_x 、 E_y 、 H_y 和 H_x 所满足的本征方程。其中:

向异性光栅中。其基本思想是把光栅看成一个“入射、反射、透射的三端网络”物理模型。

如图1所示,定义第 n 层上界面 z_n 处的反射系数阵 R_+^n 和透射系数阵 T^n 为:

$$d_+^n = R_+^n \cdot u_+^n, \quad u_-^{n+1} = T^n \cdot u_+^n, \quad (12)$$

其中 u_-^{n+1} 表示第 $n+1$ 层的上行波在下界面 z_{n+1} 处的振幅系数阵, R_+^n 和 T^n 表示入射的各级次波转换成反射、透射的各级次波的 $N \times N$ 矩阵(注意,同一级次的上行波和下行波有两个不同的波矢,与文献[5]的定义略不同)。在第 n 层中 u_+^n 、 u_-^n 、 d_-^n 和 d_+^n 满足:

$$\left. \begin{aligned} u_+^n &= \exp(ik_0 \gamma_+^n h_n) \cdot u_-^n, \\ d_-^n &= \exp(ik_0 \gamma_-^n h_n) \cdot d_+^n, \\ d_-^n &= R_-^n \cdot u_-^n, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中 R_-^n 表示第 n 层的上行波从下界面 z_{n-1} 处传播到上界面 z_n 处经反射再向下传播到下界面 z_{n-1} 处的广义反射系数阵 $\exp(ik_0 \gamma_-^n h_n)$ 和 $\exp(ik_0 \gamma_+^n h_n)$ 均为 $N \times N$ 对角矩阵。由(12)式、(13)式得:

$$R_-^n = \exp(ik_0 \gamma_-^n h_n) \cdot R_+^n \cdot \exp(ik_0 \gamma_+^n h_n). \quad (14)$$

利用(12)式~(14)式,将(10)式代入(11)式经整理得:

$$\begin{bmatrix} W_{eu}^{n+1} + W_{ed}^{n+1} R_-^{n+1} - W_{ed}^{n+1} \\ W_{hu}^{n+1} + W_{hd}^{n+1} R_-^{n+1} - W_{hd}^{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T^n \\ R_+^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{eu}^n \\ W_{hu}^n \end{bmatrix}. \quad (15)$$

由于在最后一层 N 中 $R_-^N \equiv 0$, 利用(15)式则可求出 T^{N-1} 和 R_+^{N-1} , 再利用(14)式可求出 R_-^{N-1} , 这样反复利用(14)式、(15)式可以求各分层的反射透射系数阵。由于入射波已给出,又各分层的反射透射系数阵已求出,所以最后的光栅的反射、透射振幅系数阵已完全确定。

根据反射率和透射率的定义,第 m 级反射和透射率为:

$$\eta_m^R = \bar{S}_{zm}^R / \bar{S}_{zin}, \quad \eta_m^T = \bar{S}_{zm}^T / \bar{S}_{zin}, \quad (16)$$

利用前面求出的反射、透射场和(16)式的定义,从

而可以求出各级的反射率和透射率,式中 \bar{S}_{zm}^R 、 \bar{S}_{zm}^T 分别表示第 m 级反射和透射的子方向能流, \bar{S}_{zin} 表示入射 z 方向能流。

上面讨论的是水平多分层各向异性介质光栅情形。对于图 2 所示的同周期任意面形的多分层光栅, 本文将图 2 进行合理剖分(有等厚分层和等宽分层, 不同的分层方法其数值收敛速度不同), 变成图 1 水平多分层光栅情形, 然后利用本文的模式理论进行求解。在计算时间和数值结果的精度要求方面, 对光栅具体剖分方法要权衡考虑。

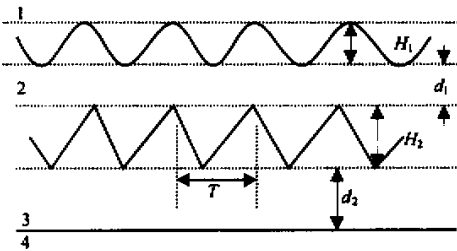


Fig. 2 Structure of gratings with arbitrary profile

5 数值计算

1) 当光栅各层的介电常数和磁导率张量 $\epsilon_{ij} = \delta_{ij}\epsilon$, $\mu_{ij} = \delta_{ij}\mu$ ($i, j \in (1, 2, 3)$) 时, 这就是各向同性光栅。利用本文的算法对文献 [7] 各向同性光栅进行了计算, 其结果与文献 [7] 完全一致, 这间接说明了该方法的正确性(在该特除情形下, 可以将 (7) 式、(8) 式进行一系列的简化, 从而大大减少计算量)。
 2) 当 $N = 2$ 时, 这是单分层情形, 用该方法对文献 [9, 10] 情况进行计算, 与其结果吻合。
 3) 利用本文方法对文献 [2] 中图 4 进行计算, 如图 3 所示(实线、虚线分别表在反射透射系数阵方法的基础上用傅里叶模展开法和“逆规则”傅里叶级数展开法的计算

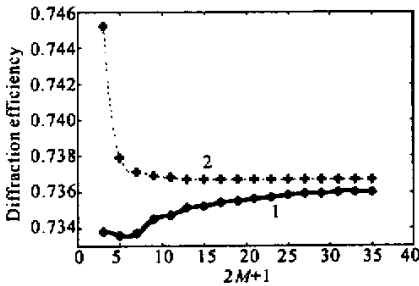


Fig. 3 Convergence comparison of the two methods
 1: Fourier mode expansion method; 2: Fourier series expansion method of inverse rule

结果), 可以看出在数值结果、收敛性方面与文献 [2] 中图 4 完全一致, 且对于文献 [2] 中光栅深宽比很大 (50) 的情形其数值计算也是稳定和快速收敛的。另外, 本文对反射透射系数阵算法与 S 矩阵算法在计算时间方面作了比较, 如图 4 所示(横轴表示子波数, 纵轴表示计算时间, 黑色表反射透射系数阵算法, 灰色表 S 矩阵算法), 由图可看出在计算速度方面反射透射系数阵算法要快于 S 矩阵算法。

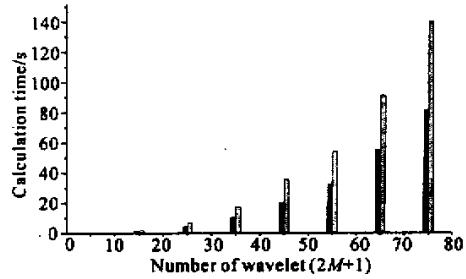


Fig. 4 Comparison of calculation time. Black stands for RTCM, grey stands for S-matrix

对光滑连续面形光栅, 坐标变换法是一种有效简化边界条件的矢量衍射计算方法, 但对于锯齿形或矩形光栅其计算将变得复杂, 且该方法在光栅深宽比方面受到一定的限制。下面将用本文方法对文献 [8] 中图 4(a) 进行计算, 如表 1 所示, 表示在不同的入射角情况下零级 p 偏振反射率 η_p^0 和总衍射效率的计算结果, 参数同文献 [8] 中图 4(a), 从表 1 中看出, 与文献 [8] 利用坐标变换法的计算结果一致。

Table 1. The calculated results with different incidence angle (TM polarization incidence)

θ ($^\circ$)	η_p^0	sum
1	0.1923	1.000
6	0.1959	1.000
11	0.2003	1.000
16	0.1895	1.000
21	0.2131	1.000
26	0.1160	1.000
31	0.0864	1.000
36	0.0226	1.000

本文对图 2 所示的光栅进行了数值计算, 第 1、4 层为空气层, 第 2、3 层介电常数张量分为: $(2.0, 2.5, 2.0)$, $(2.5, 2.0, 2.5)$; 磁导率张量分为: $(1.0, 2.0, 2.5)$, $(2.0, 1.0, 2.5)$; 欧拉角都为 $(0, \pi/4, \pi/4)$, 其它参数为: $T = 0.5\lambda$, $H_1 = H_2 = 1.1\lambda$ (分别指正弦和三角形的槽深), $d_1 = d_2 = 0.3\lambda$ (分别指正弦和三角形下面均匀层的厚度), $\theta = 10^\circ$, $\phi = 0$, $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 对正弦区和三角形区分别采用

等厚分层和等宽分层,层数为 15 层,对均匀区域进行等厚分层,层数为 4 层。

图 5 表示入射光在不同偏振状态入射下的零级透射 p, s 偏振变化曲线(实、虚线分别表零级透射的 s, p 偏振)。由图 5 可以看出,其透射的 p, s 偏振与入射波的偏振态有很大关系,通过选择适当的参数可以设计出一个偏振转换器。其反射透射的总能量很好地满足能量守恒关系式。

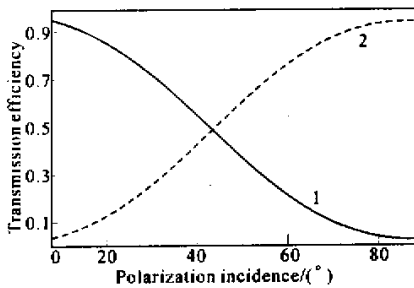


Fig. 5 T_p^0 and T_s^0 with different polarization. 1: s polarization; 2: p polarization

图 6 表示偏振角等于 $\pi/18$ 时零级透射 s 波在数值结果收敛性方面的比较(实、虚线分别表示在反射透射系数阵算法的基础上使用傅里叶模方法和“逆规则”傅里叶法的计算结果),由图看出“逆规则”傅里叶法在反射透射系数阵算法中大大改善了数值计算的收敛速度。通过计算表明,当光栅层的介电常数和磁导率张量在不连续处跃变越大,使用“逆规则”时其数值计算改善收敛速度的效果就越明显。

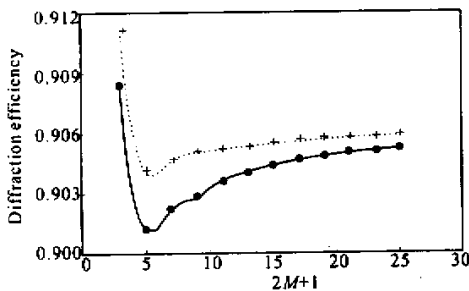


Fig. 6 Convergence comparison of the two methods. 1: Fourier mode expansion method; 2: Fourier series expansion method of inverse rule

另外,对于含有锯齿面形函数的光栅利用坐标变换法计算则相当复杂,为保证数值计算收敛性须利用“逆规则”,而对此光栅进行多分层拟合处理后,再利用模式理论较为简单。

总结 由于“逆规则”傅里叶级数展开法具有快速收

敛性和反射透射系数阵法具有数值计算的稳定性和快速性,本文将它们推广到任意面形、任意光轴取向、任意入射的电磁各向异性介质光栅情形的衍射问题。该方法不仅不受光栅模型、几何结构、介质性质和晶体取向(包括单轴和双轴晶体)的影响而具有普遍适用性,而且其物理概念清晰、公式简洁、计算速度快,数值计算结果的稳定性和收敛性都很好。对于任意面形可以通过进行多层剖分而变成水平分层的多台阶光栅,其具体剖分方法应在计算时间和数值精度之间权衡考虑,这是由于其剖分方法是一种近似处理方法。目前各向异性晶体已在光电信号处理和偏振光的分离方面得到广泛应用,随着对各向异性光栅的研究的深入,该方法对于具体的各向异性光栅的衍射特性分析及设计会产生一定影响。

参 考 文 献

- [1] Li Lifeng. Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1996, **13**(9):1870~1876
- [2] Li Lifeng. Reformulation of Fourier modal method for surface-relief gratings made with anisotropic materials. *J. Mod. Opt.*, 1998, **45**(7):1313~1334
- [3] Moharam M G, Pommet D A, Grann E B. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: Enhanced transmittance matrix approach. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1995, **12**(5):1077~1086
- [4] Cotter N P K, Preist T W, Sambles J R. Scattering-matrix approach to multilayer diffracton. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1995, **12**(5):1097~1103
- [5] Fu Kexiang, Wang Zhiheng, Zhang Dayue *et al.*. A modal theory and recursion RTCM algorithm for gratings of deep grooves and arbitrary profile. *Science in China (A)*, 1999, **42**(6):636~645
- [6] Li Lifeng. Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1996, **13**(5):1024~1035
- [7] Fu Kexiang, Wang Zhiheng, Zhang Dayue *et al.*. The character of high-efficiency reflection of surface sinusoidal dielectric subwavelength grating. *Chinese J. Lasers (A)* (中国激光), 1999, **26**(9):799~802 (in Chinese)
- [8] Harris J B, Preist T W, Sambles J R. Differential formalism for multilayer diffraction gratings made with uniaxial materials. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1995, **12**(9):1965~1973
- [9] Lakhtakia A, Varadan V K, Varadan V V. Reflection and transmission of plane waves at the planar interface of a general uniaxial medium and free space. *J. Mod. Opt.*, 1991, **38**(4):649~657
- [10] Simon M C, Farias D C. Reflection and refraction in uniaxial crystals with dielectric and magnetic anisotropy. *J. Mod. Opt.*, 1994, **41**(3):413~429

Analysis of Rigorous Modal Theory for Arbitrary Dielectric Gratings Made with Anisotropic Materials

Tang Xionggui Fu Kexiang Wang Zhiheng Liu Xicheng
(*Department of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064*)
(Received 23 May 2001 ; revised 6 September 2001)

Abstract : The diffraction properties of electromagnetic anisotropic gratings with arbitrary profile, illuminated at an arbitrary incidence angle are studied, by generalizing Fourier series expansion method of inverse rule and recursive algorithm of reflection-transmission coefficient matrix. The physical concepts are clear in this method, and its numerical calculation, compared with those of other methods, are stable, convergent and fast.

Key words : inverse rule ; reflection-transmission coefficient matrix ; dielectric grating made with electromagnetic anisotropic materials