第 22 卷 第 4 期
2002 年 4 月
光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA
Vol.22, No.4
April, 2002

文章编号: 0253-2239(2002)04-0407-03

利用原子与光场的非最大纠缠态传送薛定谔猫态*

叶 柳[1),2)] 郭光灿[1)]

(1), 中国科学技术大学量子信息与量子计算开放实验室, 合肥 230026
2), 安徽大学物理系, 合肥 230039)

摘要: 利用二能级原子与腔场的共振相互作用 Jaynes-Cummings(J-C) 模型, 制备出原子与光场的纠缠态, 通过改变相互作用时间, 可以控制纠缠态的纠缠程度。提出了利用这个原子与光场的非最大纠缠态, 通过大失谐的 J-C 模型传送腔场的薛定谔猫态的方案。

关键词: J-C 模型; 纠缠态; 薛定谔猫态

中图分类号: O431.2 **文献标识码:** A

1 引 言

自从 Bennett 等人[1] 提出利用一对自旋为 1/2 的纠缠粒子对实现量子态传送的方案以来, 关于量子隐形传态的各种方案相继出现, 其中有基于 Bell 基联合测量实现量子态传送的模型[2]; Braunstein 等人[3] 指出了利用量子计算机中的受控非门和单个量子比特操作所构成的量子回路实现量子隐形传态; Vaidman 等人[4] 提出用非局域测量方法实现量子态的隐形传送。

近年来, 人们提出了一系列基于腔量子电动力学的量子隐形传态的方案[5~8]。奥地利因斯布鲁克大学的 Zeilinger 研究小组[9] 和意大利学者[10] 先后报道了实验上实现量子隐形传态, 使得量子隐形传态倍受人们的关注。但这些方案都是采用最大纠缠态作为量子通道来实现量子隐形传送的, 事实上, 最大纠缠态的制备是难以实现的, 因此采用非最大纠缠态传送量子态具有实际意义, 于是文献[11, 12]分别提出采用两粒子纠缠态和采用两对粒子纠缠态作为量子通道传送未知粒子态的方案。另外, 人们又提出了一些用非最大纠缠态几率传送两粒子纠缠态的方法[13,14]。

本文提出采用两个原子与两个腔场的相互作用, 制备出两个原子与相干光场的非最大纠缠态, 来传送光场的薛定谔猫态, 传送的成功几率与原子和光场之间的纠缠度有关。

2 制备原子与光场的纠缠态

考虑一个二能级原子与单模光场相互作用的 J-C 模型。在偶极和旋转波近似下, 这一系统的哈密顿量为

$$H = \omega_a S_z + \omega_c a^+ a + \lambda(a^+ S^- + a S^-), \tag{1}$$

其中 ω_a 和 ω_c 分别为原子跃迁频率和腔场的频率, S_z 和 $S^{\pm}$ 为原子算符, a 和 a^+ 分别为腔场的湮灭和产生算符, λ 为原子和场的耦合常数。如果原子跃迁频率与腔场的频率的失谐 Δ 远大于耦合常数, 可以得到该系统的有效哈密顿量为

$$H = \omega_a S_z + \omega_c a^+ a + 2(\lambda^2/\Delta) S_z a^+ a. \tag{2}$$

在相互作用绘景中, 系统的态矢满足薛定谔方程

$$\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}|\psi(t)\rangle}{\mathrm{d}t} = H_1|\psi(t)\rangle,$$

其中 H_1 为相互作用哈密顿量。在共振相互作用时,

$$H_1 = \lambda(a^+ S^- + a S^+);$$

在大失谐情况下,

$$H_1 = 2(\lambda^2/\Delta) S_z a^+ a.$$

整个系统的时间演化规律为

$$|\psi(t)\rangle = \exp(-\mathrm{i}H_1 t)|\psi(0)\rangle,$$

其中 $|\psi(0)\rangle$ 为系统的初态。

假设第一个二能级原子在进入真空腔场之前, 处于激发态, 这样系统的初态为

$$|\psi(0)\rangle = |e\rangle_1|0\rangle.$$

设这个原子与腔场的共振作用时间为 τ_1, 则经过 τ_1 时间的相互作用后, 整个原子–腔场系统的态矢为

$$|\psi(\tau_1)\rangle = \cos(\lambda\tau_1)|e\rangle_1|0\rangle - \mathrm{i}\sin(\lambda\tau_1)|g\rangle_1|1\rangle. \tag{3}$$

---

* 安徽省教育厅自然科学资助课题。

E-mail: liuy61@263.net

收稿日期: 2001-04-06; 收到修改稿日期: 2001-06-11

经过相互作用时间 τ_1 以后,让第一个原子穿过一个经典场,使它作如下跃迁

$$|e\rangle_1 \to |g\rangle_1, \qquad |g\rangle_1 \to -|e\rangle_1,$$

这时,系统的态为

$$|\psi(\tau_1)\rangle = \cos(\lambda\tau_1)|g\rangle_1|0\rangle + \mathrm{i}\sin(\lambda\tau_1)|e\rangle_1|1\rangle. \tag{4}$$

现在把第二个处于基态的二能级原子注入腔中,设它与腔场的共振相互作用时间为 τ_2,则经过 τ_2 时间的相互作用后,系统的态矢为

$$\begin{aligned}|\psi(\tau_1+\tau_2)\rangle = {} & \cos(\lambda\tau_1)|g\rangle_1|g\rangle_2|0\rangle + \\ & \mathrm{i}\sin(\lambda\tau_1)\cos(\lambda\tau_2)|e\rangle_1|g\rangle_2|1\rangle + \\ & \sin(\lambda\tau_1)\sin(\lambda\tau_2)|e\rangle_1|e\rangle_2|0\rangle.\end{aligned} \tag{5}$$

假设探测腔场处于真空态 $|0\rangle$,则系统坍缩为

$$|\psi(\tau_1+\tau_2)\rangle = N[\cos(\lambda\tau_1)|g\rangle_1|g\rangle_2 + \sin(\lambda\tau_1)\sin(\lambda\tau_2)|e\rangle_1|e\rangle_2], \tag{6}$$

N 为归一化系数。不失其一般性,(6) 式也可写为

$$|\psi\rangle_{12} = \alpha|g\rangle_1|g\rangle_2 + \beta|e\rangle_1|e\rangle_2, \tag{7}$$

其中 $\alpha = N\cos(\lambda\tau_1)$,$\beta = N\sin(\lambda\tau_1)\sin(\lambda\tau_2)$。通过调节原子与腔场相互作用时间,可以改变 α、β 的大小,但它们满足 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$。

这时将处于(7) 式的一纠缠原子注入初始为相干态 $|\mathrm{i}\alpha\rangle$ 的腔场 2 中,在大失谐的情况下,经过 τ 时间的相互作用,原子-腔场系统的态矢为

$$|\psi(\tau)\rangle = \alpha|g\rangle_1|g\rangle_2|\mathrm{i}\alpha\exp(\mathrm{i}\lambda^2\tau/\Delta)\rangle_2 + \beta|e\rangle_1|e\rangle_2|\mathrm{i}\alpha\exp(-\mathrm{i}\lambda^2\tau/\Delta)\rangle_2, \tag{8}$$

通过调节原子的速度以控制原子与腔场的作用时间,使 $\tau = \pi\Delta/(2\lambda^2)$,从而使(8) 式成为

$$|\psi\rangle_{a+c} = \alpha|g\rangle_1|g\rangle_2|-\alpha\rangle_2 + \beta|e\rangle_1|e\rangle_2|\alpha\rangle_2. \tag{9}$$

这样就可以获得了两个原子与腔场的纠缠态,α、β 决定了它们之间的纠缠程度。

3 用部分纠缠态传送薛定谔猫态

假设待传送的腔 1 量子态初始处于如下的叠加态

$$|\psi\rangle_1 = u|\alpha\rangle_1 + v|-\alpha\rangle_1, \tag{10}$$

其中 $|\alpha\rangle_1$ 和 $|-\alpha\rangle_1$ 为两个相位相反的相干态,u 和 v 为未知的叠加系数。为了实现量子态的传送,对粒子 1 和腔场 1 进行 Bell 态测量,这时原子 2 和腔场 2 组成的系统将投影为

$$\langle\Psi^{\pm}|\psi\rangle_1\otimes|\psi\rangle_{a+c} = \frac{\beta u}{\sqrt{2}}|e\rangle_2|\alpha\rangle_2 \pm \frac{\alpha v}{\sqrt{2}}|g\rangle_2|-\alpha\rangle_2, \tag{11}$$

$$\langle\Phi^{\pm}|\psi\rangle_1\otimes|\psi\rangle_{a+c} = \frac{\alpha u}{\sqrt{2}}|g\rangle_2|-\alpha\rangle_2 \pm \frac{\beta v}{\sqrt{2}}|e\rangle_2|\alpha\rangle_2, \tag{12}$$

$|\Psi^{\pm}\rangle$ 和 $|\Phi^{\pm}\rangle$ 为 Bell 基,$\otimes$ 表示二个态的直积。

$$|\Psi^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle_1|\alpha\rangle_1 \pm |g\rangle_1|-\alpha\rangle_1),$$

$$|\Phi^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle_1|\alpha\rangle_1 \pm |e\rangle_1|-\alpha\rangle_1).$$

让原子 2 穿过经典场,使它有一个适当的跃迁

$$|g\rangle_2 \to \beta|g\rangle_2 + \alpha|e\rangle_2,$$
$$|e\rangle_2 \to \alpha|g\rangle_2 - \beta|e\rangle_2,$$

这时,(11)式、(12)式分别变为

$$\begin{aligned}\langle\Psi^{\pm}|\psi\rangle_1\otimes|\psi\rangle_{i+c} = {} & \frac{\alpha\beta}{\sqrt{2}}(u|\alpha\rangle_2 \pm v|-\alpha\rangle_2)|g\rangle_2 - \\ & \frac{1}{\sqrt{2}}(\beta^2 u|\alpha\rangle_2 \mp \alpha^2 v|-\alpha\rangle_2)|e\rangle_2,\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}\langle\Phi^{\pm}|\psi\rangle_1\otimes|\psi\rangle_{a+c} = {} & \frac{\alpha\beta}{\sqrt{2}}(u|-\alpha\rangle_2 \pm v|\alpha\rangle_2)|g\rangle_2 + \\ & \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha^2 u|-\alpha\rangle_2 \mp \beta^2 v|\alpha\rangle_2)|e\rangle_2.\end{aligned} \tag{14}$$

从上面分析可知,假如对纠缠态与腔场 1 组成的系统实施原子 1 和腔 1 的 Bell 测量为 $|\Psi^{+}\rangle$,并且探测到原子 2 处于基态,这时腔 1 的初态被成功地传送到了腔 2。另一方面,若得到其他的探测结果,则腔 2 也坍缩到其他相应的相干叠加态。这些相干叠加态与腔 1 的初态相差一个幺正变换。然而在目前的腔量子电动力学的范围内,无法找到一个实际可行的机制来产生这样的幺正变换。因此腔 1 的薛定谔猫态成功地传送到腔 2 的几率为 $\alpha^2\beta^2/2$。

结论 采用二个两能级原子与光场的相互作用,能制备出原子与光场的纠缠态,通过控制原子与光场的相互作用时间,可以调节原子与光场的纠缠程度。利用原子与光场的非最大纠缠态可以几率传送光场的薛定谔猫态,成功的几率为 $\alpha^2\beta^2/2$。由于制备最大纠缠态难度较大,实际上易做到的通常是非最大纠缠态,所以本文的研究具有实际意义。

参 考 文 献

[1] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C *et al*.. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(13):1895~1899

[2] Davidovich L, Zagury N, Brune M *et al*.. Teleportation of an atomic state between two cavities using nonlocal microwave fields. *Phys. Rev.* (*A*), 1994, **50**(2):R895 ~ R898

[3] Braunstein S L, Mann A. Measurement of the Bell operator and quantum teleportation. *Phys. Rev.* (*A*), 1995, **51**(3):R1727 ~ R1730

[4] Vaidman L. Teleportation of quantum states. *Phys. Rev.* (*A*), 1994, **49**(2):1473 ~ 1476

[5] Cirac J L, Parkins A S. Schemes for atomic state teleportation. *Phys. Rev.* (*A*), 1994, **50**(6):R4441 ~ R4444

[6] Moussa M H Y. Teleportation of a cavity-radiation-field state: An alternative scheme. *Phys. Rev.* (*A*), 1996, **54**(6):4661 ~ 4669

[7] Zheng S B, Guo G C. Teleportation of an unknown atomic state through the Raman atom-cavity-field interaction. *Phys. Lett.* (*A*), 1997, **232**(2):171 ~ 174

[8] Zheng S B, Guo G C. Teleportation of superpositions of macroscopic states of cavity field. *Phys. Lett.* (*A*), 1997, **236**(3):180 ~ 182

[9] Bouwmeaster D, Pan J W, Mattle K *et al*.. Experimental quantum teleportation. *Nature*, 1997, **390**(6660):575 ~ 579

[10] Boschi D, Branca S, artuni F D *et al*.. Exparimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **80**(6):1121 ~ 1125

[11] Li W L, Li C F, Guo G C. Probabilistic teleportation of two-particle entangled state. *Phys. Rev.* (*A*), 2000, **61**(3):034301

[12] Feng X L, Gong S Q, Wang Z Y *et al*.. Teleportation of an unknown quantum state via partly entangled states. *Chin. Phys. Lett.*, 2000, **17**(10):703 ~ 704

[13] Shi B S, Jiang Y K, Guo G C. Probabilistic teleportation of two-particle entangled state. *Phys. Lett.* (*A*), 2000, **268**(3):161 ~ 164

[14] Lu H, Guo G C. Teleportation of a two-particle entangled state via entanglement swapping. *Phys. Lett.* (*A*), 2000, **276**(5):209 ~ 212

Teleportation of Schrödinger Cat State Via a Nonmaximally Entangled State of Atoms and Cavity Field

Ye Liu[1),2)]　Guo Guangcan[1)]

(1), *Laboratory of Quantum Communication and Quantum Computation, University of Science and Technology of China, Hefei* 230026
2), *Department of Physics, Anhui University, Hefei* 230039)

(Received 6 April 2001; revised 11 June 2001)

Abstract: The entangled state of atom-cavity field is prepared based on the Jaynes-Cummings model of two-level atom-cavity resonant interaction. Through changing the interaction times, the entanglement degree of the entangled state can be controlled. A scheme is proposed for teleportation of Schrödinger cat state of cavity field by using the non-maximally entangled atom-cavity states via the J-C model with large detuning.

Key words: J-C model; entangled state; Schrödinger cat state