

文章编号: 0253-2239(2002)04-0402-05

相位畸变光束二次谐波的相位变化

侯 静¹⁾²⁾ 张雨东¹⁾ 姜文汉¹⁾ 凌 宁¹⁾ 胡诗杰¹⁾

(1) 中国科学院光电技术研究所, 成都 610209
(2) 国防科技大学理学院, 长沙 410073

摘要: 研究了基波相位畸变对二次谐波相位分布的影响。针对具有不同像差、而光强分布为高斯型的光束, 以 KDP 晶体 I 类匹配为例, 数值计算得到了其二次谐波光束的光强分布和相位分布, 分析了基波的像差、离散效应以及衍射效应的影响效果。研究表明不同的像差对于谐波的影响是不同的, 主要取决于由其引起的全口径上相位失配的情况; 离散效应主要带来的是倾斜像差, 其高阶像差的影响随着离散效应的加剧而增大, 而衍射效应的影响在一般情况下都是可忽略的。最后给出了在离散效应和衍射效应的影响可以忽略的情况下, 基波相位畸变对二次谐波影响的近似估算式。

关键词: 二次谐波; 相位畸变; 离散效应; 衍射效应

中图分类号: O437.1 文献标识码: A

1 引 言

人们已对二次谐波(SHG)的产生进行了广泛的研究, 但成熟的理论都以平面波、高斯光束为研究基础, 实际上光束都不可能这样理想。对于相位畸变光束二次谐波的研究是非常有价值 and 实际意义的。Eimerl 等人^[1]建立了单轴晶体二次谐波和三次谐波的傍轴理论, 用于研究寻常光与非寻常光在晶体中的传播, 并对其进行了数值模拟, 但计算主要建立在平面波之上, 对衍射、离散等效应等作了重点考虑。钱列加等^[2]应用空间频谱方法处理相位畸变光束的非线性耦合问题, 也建立了一个相位畸变光束谐波转换的理论模型, 但并未给出解的形式; 在三倍频激光束特性传输变换的近似模型中^[3], 则直接近似认为二倍频的相位扰动是基波的二倍, 三倍频的相位扰动是基波的三倍。侯静等^[4]在理论上研究了单轴晶体 I 类匹配时相位畸变光束二次谐波的转换, 其中考虑了衍射、离散效应, 首次给出了相位畸变小信号解, 之后以 KDP 晶体 I 类匹配为例, 分析了具有用策尼克(Zernike)多项式表述的各阶像差, 光强分布分别为高斯型和超高斯型的光束的二次谐波转换过程, 得到了转换效率变化曲线, 定量得到了各种不同像差对转换效率的影响^[5]。基波相位畸变对二次谐波的横向光强分布和相位分布都会有影

响, 二次谐波相位分布的变化远快于横向光强分布的变化。若基波有相当大的相位畸变, 使二次谐波的光强分布发生明显变化, 如出现两个或多个主峰或条纹分布等, 较典型的例子是聚焦高斯光束的情况^[6], 这样的光强分布变化, 又会导致相位的新变化, 情况更为复杂。

本文重点研究基波具有不同像差, 但像差的存在并不导致二次谐波的横向光强分布图样的明显变化时, 二次谐波的相位变化情况, 这也是一般实际应用符合的条件。以高斯光强分布且具有策尼克像差形式的 1054 nm 基波经 KDP 晶体倍频为例, 本文具体给出了数值计算得到的谐波转换效率、光强分布和相位分布, 分析了基波的不同像差、三波相互作用过程中离散效应以及衍射效应的影响效果。给出了在离散效应和衍射效应的影响可以忽略的情况下, 基波相位畸变对二次谐波影响的近似估算式。

2 理论及计算模型

在近轴近似和慢变幅近似下, 设 x_{yz} 坐标系为光线传播坐标系, 在 I 类匹配过程中, ρ 光复振幅 F 和 e 光复振幅 H 所满足的方程分别为^[1]

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)F + 2in_{o,\omega} \frac{\omega}{c} \frac{\partial F}{\partial z} = -\frac{\omega^2}{c^2} \chi FH \exp(i\Delta kz), \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + [1 - \beta_{2\omega}(\theta) \sin^2 \theta] \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + 2in_{e,2\omega}(\theta) \frac{2\omega}{c} [1 - \beta_{2\omega}(\theta) \cos^2 \theta]^{1/2} \left[\frac{\partial H}{\partial z} + \rho_{2\omega}(\theta) \frac{\partial H}{\partial y} \right] = -\frac{(2\omega)^2}{2c^2} \bar{\chi} F^2 \exp(-i\Delta kz), \quad (2)$$

其中

$$\frac{1}{n_{e,\omega}^2(\theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_{o,\omega}^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_{e,\omega}^2},$$

$$\Delta k = \frac{2\omega}{c} [n_{e,2\omega}(\theta) - n_{o,\omega}],$$

$$\beta_{2\omega}(\theta) = 1 - \frac{n_{e,2\omega}^2(\theta)}{n_{o,2\omega}^2},$$

$$\rho_{2\omega}(\theta) = \frac{-[\beta_{2\omega}(\theta) \sin 2\theta] / 2}{1 - \beta_{2\omega}(\theta) \cos^2 \theta},$$

$$\bar{\chi} = -\chi \sin \theta \sin 2\phi,$$

式中 ω 为基波的频率, $n_{o,\omega}$ 为 o 光的折射率, $n_{e,\omega}$ 为 e 光的折射率, χ 为晶体的非线性系数, $\bar{\chi}$ 为有效非线性系数, θ 为光传播方向与光轴的夹角, ϕ 为方位角。由于我们考虑的是相位畸变光束的倍频, 设基波

$F(x, y, z) = A(x, y, z) \exp[i\Phi(x, y)]$, $\Phi(x, y)$ 为相位因子, 随 x, y, z 变化而变化, 则 $\alpha(x, y) = n_e(x, y) \Delta k(x, y) [\beta(x, y) \rho(x, y) \bar{\chi}(x, y)]$ 等都是在光束全口径内随波前变化而变化的, $\Delta k(x, y)$ 为光束全口径内的相位失配, $\rho(x, y)$ 为离散因子, $\alpha(x, y)$ 为自定义的量。我们仍然采用分隔薄层传播和傅里叶变换的方法来数值求解三波耦合方程^[14, 5]。

以 KDP 晶体为例, 设晶体长度为 10.25 mm, 相位匹配为 I 类, $\theta = 41.19^\circ$, $\phi = 45^\circ$, 非线性系数 $\chi = 0.78$ pm/V。基波波长 λ 为 1054 nm, 峰值功率密度为 2 GW/cm², x, y 方向光强分布均为高斯分布,

$$A(x, y) = A_0 \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right] \exp[i\Phi(x, y)],$$

Table 1 Phase root mean square (RMS) value of fundamental wave and SHG $w_0 = 2.5$ mm

aberration/rad	Z_6		Z_8			
	case i *	case ii * and case iii *	wave front	case i	case ii and case iii	wave front
RMS of Φ		0.2579	Fig. 2(a)	0.2240		Fig. 2(b)
RMS of $\Delta k(x, y)L/2$		0.0542		0.1155		
RMS of Φ_{SHG}	0.5017	0.5016	Fig. 2(c)	0.4449	0.4436	Fig. 2(d)
RMS of $2\Phi - \Phi_{\text{SHG}}$	0.0635	0.0567	Fig. 2(e)	0.1294	0.1182	Fig. 2(f)
conversion efficiency	36.93%	36.95%		36.53%	36.49%	

* Case i : with walk off and diffraction effects ; Case ii : without walk off effects ; Case iii : without walk off and diffraction effects

从计算结果可以看出, 考虑与不考虑衍射效应, 计算结果相同, 此时衍射效应对谐波的影响可以忽略。谐波光束相位畸变的存在一般情况下会使谐波转换效率下降, 离散效应的存在也会使谐波转换效

$\Phi(x, y) = aZ_i, i = 1, 2, \dots, a$ 为系数决定了相位畸变的大小, Z_i 为策尼克多项式。策尼克多项式是广泛应用的进行像差展开的函数, 前几项都有明显的物理意义, 取 $i = 6, 8$ 的策尼克像差为例^[7],

$$Z_6 = \sqrt{6}(x^2 - y^2) \quad (3 \text{ 阶像散}),$$

$$Z_8 = 2\sqrt{2}x[3(x^2 + y^2) - 2] \quad (3 \text{ 阶慧差}).$$

针对像差峰谷值(PV值)为 0.2λ (λ 为基波波长), 高斯光束半径分别为 $w_0 = 2.5$ mm 和 $w_0 = 0.25$ mm 的情况进行计算。为了较好地说明像差、离散效应和衍射效应各自对二次谐波的影响, 我们人为设定离散效应和衍射效应为零进行计算分析。

3 数值模拟结果

1) $w_0 = 2.5$ mm

首先以高斯光束半径为 $w_0 = 2.5$ mm, $i = 6, 8$ 的策尼克像差为例, 像差峰谷值等于 0.2λ 。此时有无像差谐波光强分布并不发生明显的变化, 仍保持高斯型, 如图 1(a)所示。表 1 给出了谐波在基波有像差但 i) 同时考虑离散效应和衍射效应; ii) 不考虑离散效应; iii) 不考虑离散效应和衍射效应三种情况下相位分布均方根值(RMS)以及转化效率的变化情况。图 2 给出了情况 i) 中基波相位 $\Phi(x, y)$, 谐波相位 $\Phi_{\text{SHG}}(x, y)$ 以及 $\Delta\Phi = 2\Phi - \Phi_{\text{SHG}}$ 的三维图; ii) 和 iii) 情况下 Φ_{SHG} 和 $\Delta\Phi$ 的面形形状直观上与情况 i) 的变化都不大, 因此三维图不复给出, 但从表 1 中可看出它们在均方根值上存在差异。

率下降, 但在一定条件下, 二者有可能会有一部分相互补偿, 如表 1 中基波存在第 8 阶策尼克像差时, 人为设定无离散效应时的转换效率反而低于考虑了离散效应的影响所得到的值。

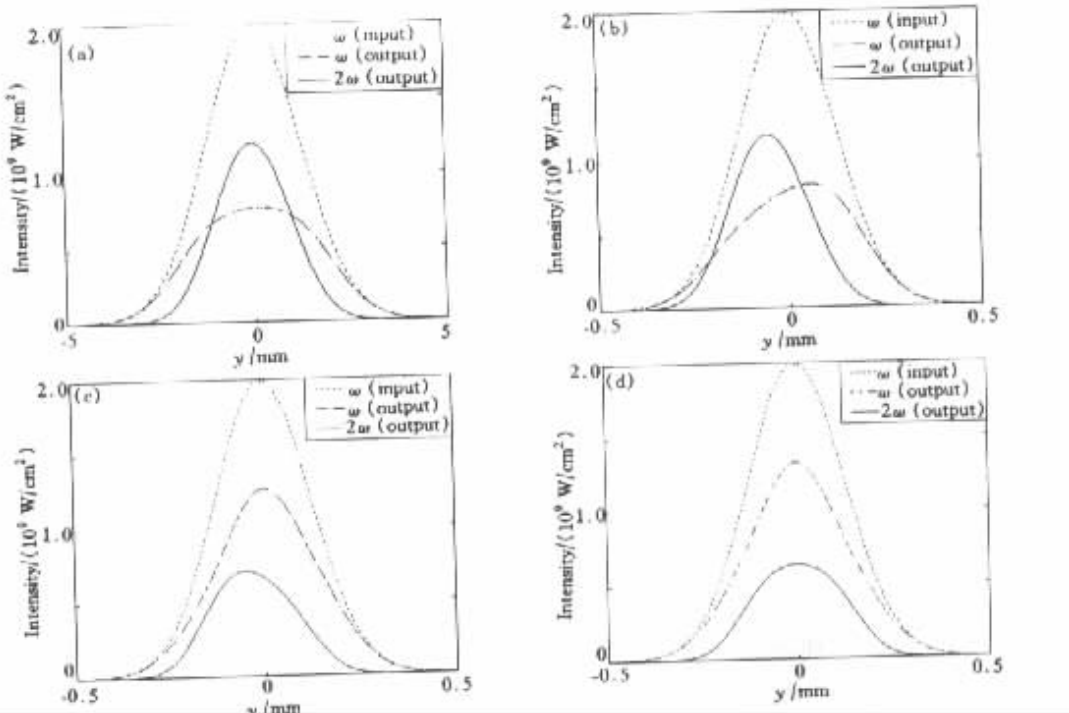


Fig.1 Intensity distribution of fundamental wave and second harmonic wave. (a)Fundamental wave has a radius of $w_0 = 2.5$ mm and no aberrations (b) $w_0 = 0.25$ mm and fundamental wave has no aberrations (c) $w_0 = 0.25$ mm and fundamental wave has aberration of 8th Zernike polynomial (d) $w_0 = 0.25$ mm and fundamental wave has aberration of 8th Zernike polynomial but artificially get rid of walk off effect)

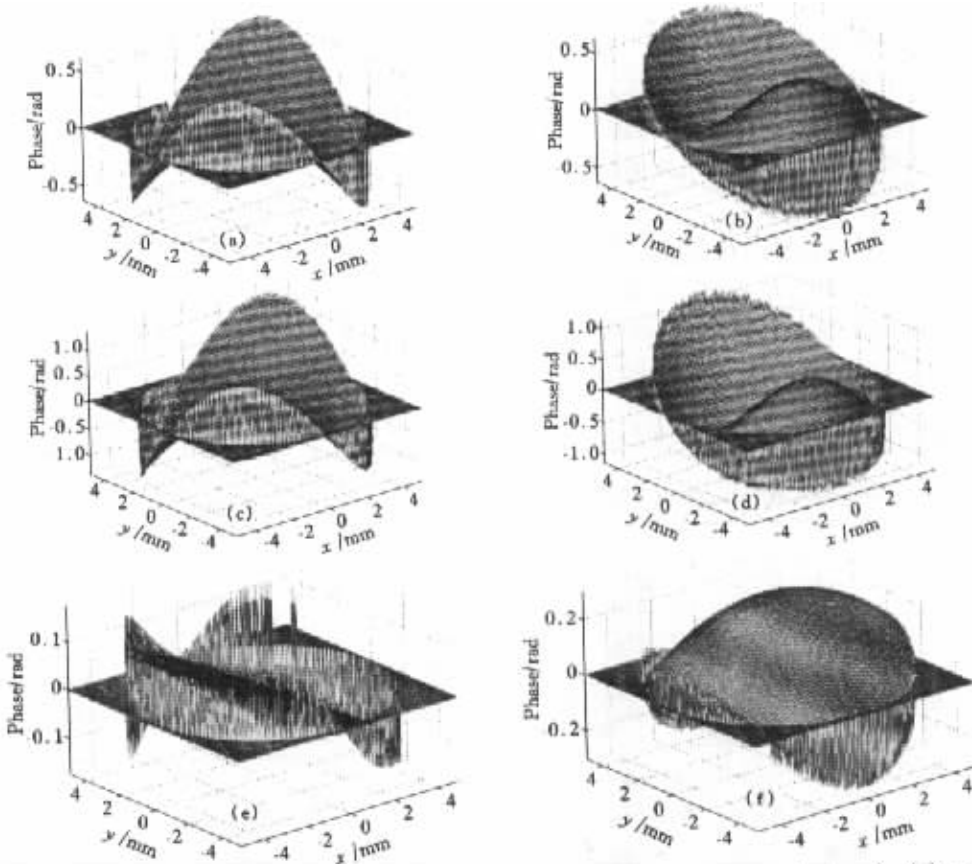


Fig.2 Phase of fundamental wave and second harmonic wave(the radius of fundamental wave is $w_0 = 2.5$ mm). (a)and (b) are phase of fundamental waves , which are aberrations of 6th and 8th Zernike polynomial respectively ; (c)and (d)are phase of second harmonic waves corresponding to (a)and (b) respectively , while (e)and (f) are $\Delta\Phi = 2\Phi_{\text{fundamental}} - \Phi_{\text{SHC}}$ corresponding to (a)and (b) respectively

谐波光束的相位畸变与基波的像差密切相关，在图 3 中直观上有 $\Phi_{\text{SHG}} \approx 2\Phi$ 成立，而 $\Delta\Phi = 2\Phi - \Phi_{\text{SHG}}$ 的面形与大小是由基波的相位畸变的类型和谐波转换实验条件共同决定的。不同的基波的像差， $\Delta\Phi$ 不仅面形形状不同，而且峰谷值也有很大差异。计算中发现，人为忽略离散效应后

$$\Delta\Phi \approx \Delta k(x, y)L/2$$

成立， L 为晶体的长度。

Table 2 Phase RMS value of fundamental wave and SHG. $w_0 = 0.25 \text{ mm}$

aberration/rad	Z_6				Z_8			
	case i *	case ii *	case iii *	wave front	case i	case ii	case iii	wave front
RMS of Φ		0.2579		Fig. 3(a)	0.2240			Fig. 3(b)
RMS of $\Delta k(x, y)L/2$		0.5428			1.1558			
RMS of Φ_{SHG}	0.8295	0.7567	0.7548	Fig. 3(c)	1.1276	1.1987	1.1933	Fig. 3(d)
RMS of $2\Phi - \Phi_{\text{SHG}}$	0.6670	0.5679	0.5668	Fig. 3(e)	1.2550	1.1338	1.1334	Fig. 3(f)
conversion efficiency	36.21%	36.41%	36.41%		25.85%	24.67%	24.68%	

* Case i : with walk off and diffraction effects ; Case ii : without walk off effects ; Case iii : without walk off and diffraction effects

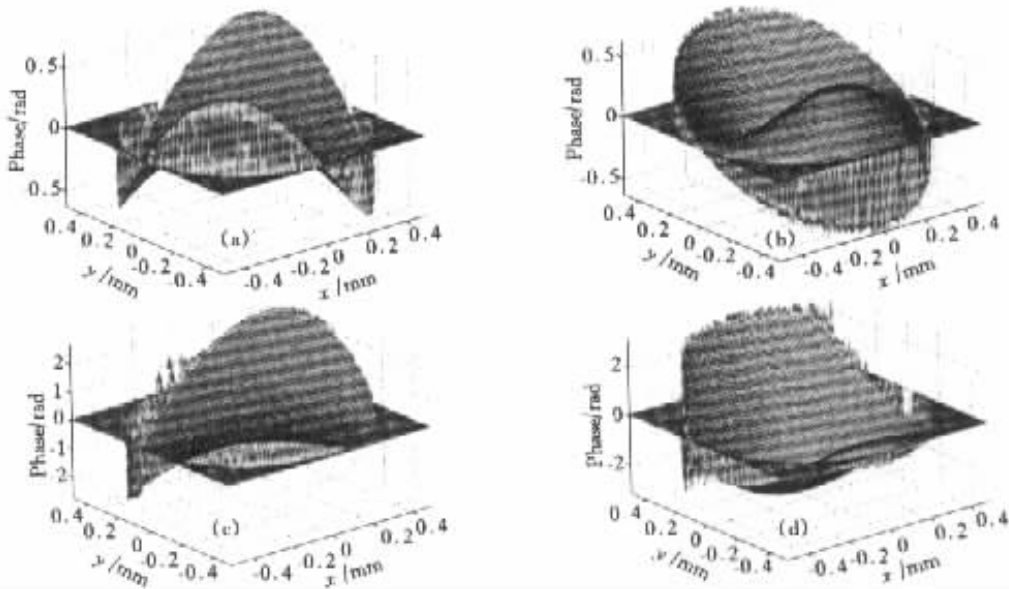


Fig. 3 Phase of fundamental wave and second harmonic wave (the radius of fundamental wave is $w_0 = 0.25 \text{ mm}$). (a) and (b) are phase of fundamental waves, which are aberrations of 6th and 8th Zernike polynomial respectively; (c) and (d) are phase of second harmonic waves corresponding to (a) and (b) respectively

离散效应使谐波光束出射位置偏移原来的中心，由此应该产生较大的倾斜像差，但由于我们的 xyz 坐标是光线传播坐标系，因而倾斜像差从图 3 中没有体现出来。除了倾斜像差，对比表 1 和表 2，离散效应相对严重时，对 Φ_{SHG} 和 $\Delta\Phi = 2\Phi - \Phi_{\text{SHG}}$ 的影响都有所增加，说明离散效应对高阶像差也是有影响的。与 $w_0 = 2.5 \text{ mm}$ 情况相比，光束半径越小，此时谐波的相位发生的变化越大， $\Phi_{\text{SHG}} \approx 2\Phi$ 的关系已不再成立。这是因为半径越小，同样峰谷值的像差所引起的全口径内的相位失配 $\Delta k(x, y)$ 越大，从而对谐波的光强分

2) $w_0 = 0.25 \text{ mm}$

$w_0 = 0.25 \text{ mm}$ 时，其他计算条件同 1)，基波具有 $i = 6, 8$ 的策尼克像差时，结果示于图 1(b) 和图 1(c)，从谐波横向光强分布上看，离散效应对谐波有明显的影响，使谐波光束出射位置偏离了原来的位置，不同的像差转换效率有很大的不同。 $i = 8$ 且人为忽略离散效应后，谐波横向光强分布如图 1(d) 所示。表 2 和图 3 给出了其他相应计算结果。

布和相位分布的影响越严重，转换效率相对而言也有较大的下降，不同的像差的影响效果区别变得明显。但同样我们发现，人为忽略离散效应和衍射效应后有 $\Delta\Phi(x, y) \approx \Delta k(x, y)L/2$ 成立。

综合 1 和 2 得到这样的结论：在离散和衍射效应的影响都可忽略的情况下， $\Delta k(x, y)L/2 \ll 2\Phi$ 时，相位畸变传递到二次谐波，它们之间有 $\Phi_{\text{SHG}} \approx 2\Phi$ 关系。随着 $\Delta k(x, y)L/2$ 的增大，谐波的相位与基波相位畸变的 2 倍的关系不再成立，此时谐波的相位可用 $\Phi_{\text{SHG}} \approx 2\Phi(x, y) - \Delta k(x, y)L/2$ 近似估算。若离散

效应和衍射效应的影响不可忽略,则谐波相位分布由具体实验条件决定。

结论 谐波的相位分布与基波的相位畸变和全口径内的相位失配 $\Delta k(x, y)$ 密切相关, $\Delta k(x, y)$ 主要由原基波相位畸变、光束半径大小以及入射方向等具体实验参数决定;谐波的相位分布同时也受到离散效应和衍射效应的影响,离散效应使谐波出射方向和位置发生变化,其主要带来的是倾斜像差,对于高阶像差的影响随着离散效应的严重而增大,而衍射效应在一般情况下都可忽略。

参 考 文 献

[1] Eimerl D, Auerbach J M. Paraxial wave theory of second and third harmonic generation in uniaxial crystals I. Narrowband pump field. *J. Modern Optics*, 1995, **42** (5):1037 ~ 1067

[2] Qian Liejia, Zhu Baoqiang, Zhang Zhuhong *et al.*. Harmonic generation of phase aberrated laser. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1995, **15** (4):417 ~ 420 (in Chinese)

[3] Qian Liejia, Deng Ximing. Approximate model on transform of beam characteristics in frequency tripling. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1996, **16** (9):1223 ~ 1226 (in Chinese)

[4] Hou Jing, Zhang Yudong, Jiang Wenhan *et al.*. Second harmonic conversion-efficiency of aberrated laser beam. *Chinese J. Laser (B)*, 2001, **10** (6):460 ~ 464

[5] Hou Jing, Zhang Yudong, Jiang Wenhan *et al.*. Second-Harmonic generation of phase aberrated laser beams by type I phase matching in uniaxial crystals. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22** (1):14 ~ 18

[6] Kleinman D A, Ashkin A, Boyd G D. Second-harmonic generation of light by focused laser beams. *Phys. Rev.*, 1966, **145** (1):338 ~ 379

[7] Born M, Wolf E edit. Huang Letian, Chen Ximou, Chen Bingqian. *Principle of Optics* (Translated by Huang Letian, Chenximou) 5th ed. Beijing: Science Press, 1981. 610 ~ 615

Phase Distortion of Second-Harmonic Generation with Phase Aberrated Beam

Hou Jing¹⁾²⁾ Zhang Yudong¹⁾ Jiang Wenhan¹⁾ Ling Ning¹⁾ Hu Shijie¹⁾

(1) Institute of Optics and Electronics, The Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209
(2) Institute of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073

(Received 8 February 2001; revised 15 May 2001)

Abstract: The effect of aberrations of fundamental wave on second harmonic generation especially on the phase of second harmonic (SH) wave is studied. The solution is applied to type I second-harmonic generation in KDP crystal. The results of intensity distribution and phase distortion in second harmonic generation are presented when the fundamental wave are Gaussian beams with aberrations of Zernike polynomials and the effects of different aberration, walkoff and diffraction are analyzed. It is shown that different aberrations have different effects, which is mainly determined by the phase mismatching on the whole aperture; walk off effects bring large tilt and the more serious the effect the more distorted the phase of SH is; and effect of diffraction is neglectable. The approximative formula of SH phase distortion are given when both walkoff and diffraction effects can be ignored.

Key words: second-harmonic generation; phase distortion; walk off effect; diffraction effect