第 22 卷 第 4 期
2002 年 4 月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol.22,No.4
April,2002

文章编号:0253-2239(2002)04-0385-04

具有非线性缺陷的光子晶体的局域模*

江海涛 刘念华

(南昌大学材料科学研究所,南昌 330047)

摘要: 采用传输矩阵的方法,严格导出了一维具有克尔非线性缺陷的光子晶体的局域模频率方程。局域模频率依赖于局域光强。取负克尔系数时,随着局域光强的增加,局域模频率从下带边出现,在带隙间上升,最后消失在上带边。在给定入射光频率下,随着入射光强的变化,系统呈现出双稳态。这种光学双稳态性质是由局域模频率的移动引起的。

关键词: 光子晶体;克尔非线性;局域模;双稳态

中图分类号:O437⁺.1 **文献标识码:**A

1 引 言

光子晶体是具有周期性的介电结构,它具有光子带隙,类似于半导体能带中的导带和禁带。在一维光子晶体中引入缺陷后,在禁带中将出现缺陷模频率,与该频率共振的光可以隧穿通过光子晶体,这一性质可用于光学延迟线设计[1]。由于缺陷模频率处的电磁波模式态密度非常大,当缺陷为非线性介质时,较强的局域光场有利于非线性效应的产生。特别是缺陷层的介电函数具有克尔非线性时,系统在光学响应中能够出现双稳态、多稳态及光学限制等特性[2]。光学双稳态系统在光学数字技术中应用广泛,可用于制作光学逻辑元件、存储元件及光学晶体管等[2~4]。

对于含一个非线性缺陷的一维光子晶体,对缺陷层的介电函数采用 δ 函数近似,可以得到系统光学非线性响应的精确表达式,进而讨论形成双稳态的条件[2]。双稳态是由于局域模频率的移动引起的[3]。本文对线性层及非线性 δ 层均采用传输矩阵的方法,严格导出了该系统的局域模频率方程。

2 局域模频率方程

考虑一个由介电层 A 和 B 交替堆砌而成的多层系统。A 层和 B 层的折射率分别为 n_A 和 n_B,实际厚度分别为 a 和 b,光学厚度均为 $\lambda_0/4$(λ_0 为四分之一波堆截止带中心频率对应的波长)。晶格周期 $d = a + b$。将处于系统中心的 A 层电介质用一非线性 δ 层 C 取代,系统结构变为 …ABABCBABA…。假设 z 轴的方向为从左至右,C 的位置定为原点 0,电磁波沿 z 方向进入该系统。

假设 δ 层的介电函数具有克尔非线性的形式,即介电函数依赖于 δ 层中局域光场的强度,则 δ 层附近的场方程为:

$$\frac{d^2}{dz^2}E(z) + \frac{\omega^2}{c^2}n_B^2E(z) + \frac{\omega^2}{c^2}(\alpha + \beta|E(z)|^2)E(z)\delta(z) = 0. \qquad (1)$$

将特征波长 λ_0 取作长度单位,引入无量纲的物理量:$z \to \tilde{z} = \frac{z}{\lambda_0}$,$\omega \to \tilde{\omega} = \frac{\omega\lambda_0}{2\pi c}$,$\alpha \to \tilde{\alpha} = \frac{\alpha}{\lambda_0}$,$\beta \to \tilde{\beta} = \frac{\beta}{\lambda_0|\beta_0|}$($\beta_0$ 是 β 的单位),同时将无量纲的电场强度定义为:

$$\tilde{E}(\tilde{z}) = \sqrt{|\beta_0|}E(\tilde{z}), \qquad (2)$$

利用上面无量纲的物理量改写(1)式,去掉其中的波浪号,得到无量纲化后的场方程:

$$\frac{d^2}{dz^2}E(z) + 4\pi^2\omega^2n_B^2E(z) + 4\pi^2\omega^2(\alpha + \beta|E(z)|^2)E(z)\delta(z) = 0. \qquad (3)$$

在原点附近,利用 $E(z)$ 的连续性,得:

$$E(0^+) = E(0^-) = E(0), \qquad (4)$$

$$E'(0^+) - E'(0^-) = -4\pi^2\omega^2[\alpha + \beta|E(0)|^2]E(0). \qquad (5)$$

令

$$\psi(z) = E(z), \qquad (6)$$

---

* 教育部骨干教师计划(2000-65-J-9)、国家自然科学基金(19947005)和江西省自然科学基金资助课题。

E-mail:jht77@263.net

收稿日期:2001-02-26;收到修改稿日期:2001-06-11

$$\phi(z) = \frac{1}{2\pi\omega}E'(z), \tag{7}$$

代入(4)式及(5)式,得:

$$\psi(0^+) = \psi(0^-) = \psi(0), \tag{8}$$

$$\phi(0^+) - \phi(0^-) = -2\pi\omega[\alpha + \beta|\psi(0)|^2]\psi(0). \tag{9}$$

令

$$\boldsymbol{\chi}(z) = \begin{bmatrix} \psi(z) \\ \phi(z) \end{bmatrix}, \tag{10}$$

将(8)式及(9)式写成矩阵形式:

$$\boldsymbol{\chi}(0^+) = W\chi(0^-), \tag{11}$$

其中,

$$\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2\pi\omega[\alpha + \beta|\psi(0)|^2] & 1 \end{bmatrix}. \tag{12}$$

对线性部分,用传输矩阵的方法[5],有

$$\boldsymbol{\chi}(z + \Delta z) = \boldsymbol{M}_\mu(\Delta z)\boldsymbol{\chi}(z), \tag{13}$$

其中,

$$\boldsymbol{M}_\mu(\Delta z) = \begin{bmatrix} \cos 2\pi n_\mu \omega \Delta z & n_\mu^{-1}\sin 2\pi n_\mu \omega \Delta z \\ -n_\mu \sin 2\pi n_\mu \omega \Delta z & \cos 2\pi n_\mu \omega \Delta z \end{bmatrix} \qquad \mu = \mathrm{A}, \mathrm{B}. \tag{14}$$

由(13)式得到:

$$\boldsymbol{\chi}(0) = \boldsymbol{M}_\mathrm{B}(b)\boldsymbol{M}_\mathrm{A}(a)\boldsymbol{\chi}(-d) = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{\chi}(-d). \tag{15}$$

决定光子带隙的色散方程为:

$$\cos(Kd) = \frac{1}{2}\mathrm{tr}\boldsymbol{Q}, \tag{16}$$

当 $|1/(2\mathrm{tr}\boldsymbol{Q})| < 1$ 时,得到导带,此时布洛赫波数 K 为实数,它给出传播的布洛赫波;当 $|1/(2\mathrm{tr}\boldsymbol{Q})| > 1$ 时,得到禁带,此时布洛赫波数为复数,可表示为

$$K = m\pi/d + \mathrm{i}K_\mathrm{i} \quad (m = 1, 2, 3, \cdots),$$

其实部为 $m\pi/d$,对应布里渊区的边界,虚部为 K_i,布洛赫波变为迅衰波。

该系统可看作为两个半无限的周期性线性晶格通过一非线性 δ 层相互耦合在一起。设

$$\xi_1 = \phi(0^-)/\psi(0^-), \tag{17}$$

$$\xi_2 = \phi(0^+)/\psi(0^+), \tag{18}$$

对于局域模,在半无限周期区域,布洛赫波数 $K = m\pi/d + \mathrm{i}K_\mathrm{i}$,则由布洛赫定理及(15)式可得:

$$\xi_1 = (q_{22} - \gamma)/q_{12}, \tag{19}$$

$$\xi_2 = -(q_{22} - \gamma)/q_{12}, \tag{20}$$

其中,

$$\gamma = \mathrm{sgn}(\eta)(|\eta| - \sqrt{\eta^2 - 1}), \tag{21}$$

$$\eta = \frac{1}{2}\mathrm{tr}\boldsymbol{Q}, \tag{22}$$

q_{ij} 为 $\boldsymbol{Q}$ 的矩阵元。

跨越一个非线性 δ 层的波函数由矩阵 W 联接:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -\xi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2\pi\omega[\alpha + \beta|\psi(0)|^2] & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ \xi_1 \end{bmatrix}, \tag{23}$$

由此得:

$$-\xi_1 = -2\pi\omega[\alpha + \beta|\psi(0)|^2] + \xi_1. \tag{24}$$

于是得到局域模频率方程:

$$(q_{22} - \gamma) - \pi\omega[\alpha + \beta|\psi(0)|^2]q_{12} = 0 \quad (q_{12} \neq 0). \tag{25}$$

方程的解(即局域模频率的值)记为 Ω。设 A 层折射率 $n_\mathrm{A} = 2.5$,B 层折射率 $n_\mathrm{B} = 1.5$,$n_\mathrm{A}a = n_\mathrm{B}b = \lambda_0/4$。取 $\alpha = 1$,$\beta = -0.05$,δ 层中局域光场的强度任取为 18,得到光子带隙和局域模频率以及与该局域模相对应的场强分布,分别如图 1(a)和图 1(b)所示。由图 1(b)可见,在局域模频率下,电场强度的绝大部分被局域在非线性 δ 层附近,在远离 δ 层的区域,场强迅速衰减。

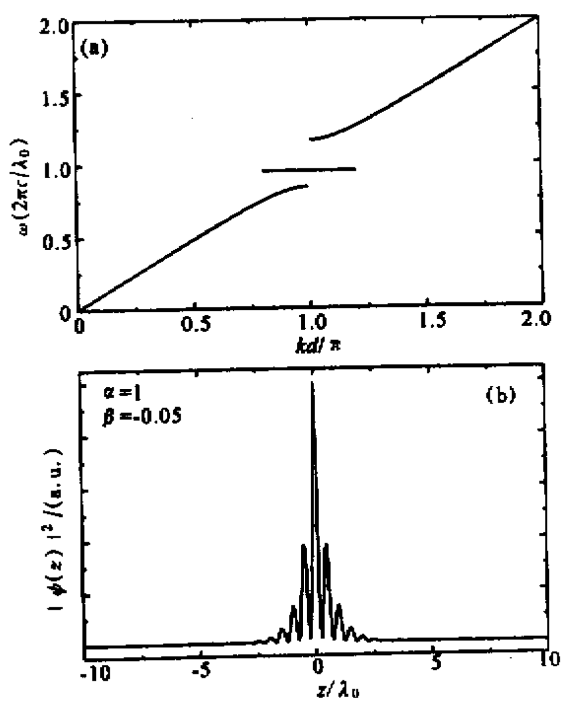

Fig.1 (a) The dispersion relation of frequency vs the Bloch wave number and the level of the localized mode; (b) The electric field distributions of the localized mode indicated in (a)

当局域光场强度 $|\psi(0)|^2$ 变化时,局域模频率随之发生变化。它们的变化关系如图 2 所示。当局域光场强度逐渐增加时,在带隙的下通带开始出现一个局域模频率。随着局域光场强度的继续加大,从下通带出现的局域模频率逐渐移向带间,进而移向带隙顶。当局域光场强度再增加时,局域模频率消失在上通带间。当两线性系统加入一线性缺陷时,随着缺陷层介电函数与低折射率层介电函数的比值的增加,局域模频率将从上通带中出现,在带隙间单调下降,进而消失在下通带中[6]。同样,当两线性系统加入一负的克尔非线性缺陷时,随着缺陷层内局域光强的增加,缺陷层的介电函数与低折射率层介电函数的比值逐渐减小,导致局域模频率从下带边出现,在带隙间上升,最后消失在上带边。

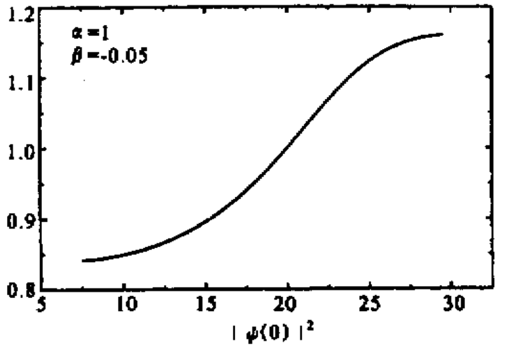

Fig.2　The localized mode frequency as a function of the localized light intensity

3　双稳态

考虑一位于空气中的有限层系统,其周期数为 $2n$,最左边一层的左表面坐标为 z_{-n},最右边一层的右表面坐标为 z_n。

在 $z < z_{-n}$ 的区域,有入射波 ψ_I 与反射波 ψ_R,

$$E(z) = A\exp[\mathrm{i}2\pi\omega(z - z_{-n})] + B\exp[-\mathrm{i}2\pi\omega(z - z_{-n})], \tag{26}$$

$$E'(z) = \mathrm{i}2\pi\omega A\exp[\mathrm{i}2\pi\omega(z - z_{-n})] - \mathrm{i}2\pi\omega B\exp[-\mathrm{i}2\pi\omega(z - z_{-n})], \tag{27}$$

即

$$\psi(z) = E(z) = \psi_I + \psi_R, \tag{28}$$

$$\phi(z) = \frac{1}{2\pi\omega}E'(z) = \mathrm{i}\psi_I - \mathrm{i}\psi_R. \tag{29}$$

在 $z > z_n$ 的区域,只有透射波 ψ_T,

$$\phi(z) = \mathrm{i}\psi_T, \tag{30}$$

由

$$\chi(z_n) = [M_A(a)M_B(b)]^n\chi(0^+), \tag{31}$$

即

$$\begin{bmatrix}\psi(z_n)\\ \phi(z_n)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}x_{11} & x_{12}\\ x_{21} & x_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\psi(0^+)\\ \phi(0^+)\end{bmatrix}, \tag{32}$$

$$\begin{bmatrix}\psi(0^+)\\ \phi(0^+)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}x_{22} & -x_{12}\\ -x_{21} & x_{11}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\psi_T\\ \mathrm{i}\psi_T\end{bmatrix}, \tag{33}$$

得到:

$$|\psi(0)|^2 = |\psi_T|^2(x_{12}^2 + x_{22}^2). \tag{34}$$

另一方面,入射光场与透射光场的关系为:

$$\chi(z_n) = [M_A(a)M_B(b)]^n W[M_B(b)M_A(a)]^n\chi(z_{-n}), \tag{35}$$

即

$$\begin{bmatrix}\psi(z_n)\\ \phi(z_n)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}y_{11} & y_{12}\\ y_{21} & y_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\psi(z_{-n})\\ \phi(z_{-n})\end{bmatrix}, \tag{36}$$

$$\begin{bmatrix}\psi_I + \psi_R\\ \mathrm{i}\psi_I - \mathrm{i}\psi_R\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}y_{22} & -y_{12}\\ -y_{21} & y_{11}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\psi_T\\ \mathrm{i}\psi_T\end{bmatrix}, \tag{37}$$

其中,y_{11}、y_{12},y_{21}、y_{22} 是 ω 与 $|\psi_T|^2$ 的函数。所以,

$$|\psi_I|^2 = \frac{1}{4}[(y_{11} + y_{22})^2 + (y_{21} - y_{12})^2]|\psi_T|^2. \tag{38}$$

取 $\alpha = 1$,$\beta = -0.05$,$n = 8$,$\omega = 0.85\omega_0$(ω_0 为 1/4 波堆的特征频率),入射光强 $|\psi_I|^2$ 记为 I_{in},得到如图 3 所示的光学双稳态。两阈值入射光强分别为 I_1 及 I_2($I_1 > I_2$)。当入射光频率 ω 偏离 $0.85\omega_0$ 时,系统仍会出现光学双稳态,但此时的阈值入射光强 I_1 将增大。

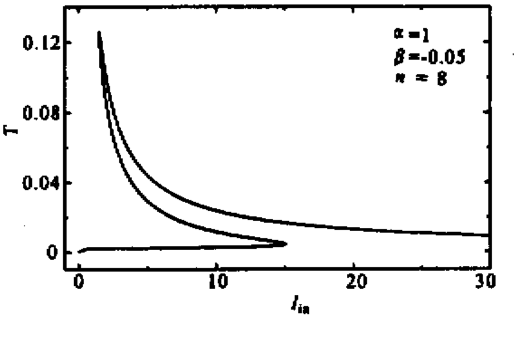

Fig.3　The system transmittance as a function of incident light intensity(incident light frequency is $0.85\omega_0$)

该系统实际上是一个两边为布拉格反射镜的非线性法布里-珀罗腔。系统的双稳态响应是由其局域模(腔模)频率受到光强的非线性调制而移动引起的。对上述给定的系统结构和材料参量,入射光频率 ω 取$0.85\omega_0$ 时,局域模频率受到光强的非线性调制作用较大,导致系统出现双稳态所需的阈值入射光强 I_1 较小。对双稳态形成过程的具体分析如下:

起初,由于入射光强 I_{in} 较低,δ 层中的局域光场强度也较低,非线性调制较弱,局域模频率 Ω 与入射光频率 ω 相差较大,系统透射率较低,处于"低通态"。随着 I_{in} 的增加,δ 层中的局域光强逐渐加大,导致非线性调制增强,Ω 将逐渐移向 ω(如图 2 所示),透射率因此而缓慢增加。当 I_{in} 增至阈值光强 I_1 时,非线性调制已使得 Ω 几乎等于 ω,导致系统的透射率有一个跳跃式上升,系统由处于"低通态"变为处于"高通态"。以后当 I_{in} 继续增加时,尽管 Ω 会略微偏离 ω,但由于此时的透射光强 I_{out} 会随 I_{in} 的增加而增加,系统维持在"高通态"。相反地,当 I_{in} 从一高于 I_1 的值开始下降时,因为此时系统处在"高通态",δ 层中的局域光强仍较高,较高的局域光强产生的非线性效应使得 Ω 保持在 ω 的附近,直至 I_{in} 降至低于另一阈值光强 I_2 时,较弱的非线性效应已无法使 Ω 保持在 ω 附近,导致系统的透射率有一个跳跃式下降,系统由处于"高通态"变为处于"低通态"。

结论 采用传输矩阵的方法,研究了光经过一维掺非线性 δ 层光子晶体时的传播特性,严格导出了局域模频率方程。局域模频率依赖于缺陷层内局域光场的强度。取负克尔系数时,随着局域光强的增加,局域模频率从下带边出现,在带隙间上升,最后消失在上带边。在给定入射光频率下,随着入射光强的变化,系统呈现出双稳态。这种光学双稳态性质是由局域模频率的移动引起的。

参 考 文 献

[1] Zhu S Y, Liu N H, Zheng H *et al*.. Time delay of light propagation through defect modes of one-dimensional photonic band-gap structures. *Opt. Commun.*, 2000, **174**(2):139~144

[2] Lidorikis E, Bush K, Li Q M *et al*.. Optical nonlinear response of a single nonlinear dielectric layer sandwiched between two linear dielectric structures. *Phys. Rev.* (*B*), 1997, **56**(23):15090~15099

[3] Wang R Z, Dong J M, Xing D Y. Dispersive optical bistability in one-dimensional doped photonic band gap structures. *Phys. Rev.* (*E*), 1997, **55**(5):6301~6304

[4] Lidorikis E, Soukoulis C M. Pulse-driven switching in one-dimensional nonlinear photonic band gap materials: A numerical study. *Phys. Rev.* (*E*), 2000, **61**(5):5825~5829

[5] Liu Nianhua. Defect modes of stratified dielectric media. *Phys. Rev.* (*B*), 1997, **55**(7):4097~4100

[6] Figotin A, Gorentsveig V. Localized electromagnetic waves in a layered periodic dielectric media with a defect. *Phys. Rev.* (*B*), 1998, **58**(1):180~188

Localized Mode of Photonic Crystal with a Nonlinear Defect

Jiang Haitao Liu Nianhua

(*Institute of Materials Science*, *Nanchang University*, *Nanchang* 330047)

(Received 26 February 2001; revised 11 June 2001)

Abstract: The frequency equation for the localized mode of one dimensional photonic crystal with a nonlinear defect is exactly derived by means of a transfer matrix method. The localized mode frequency depends on the localized light intensity. With the increase of the localized light intensity, the localized mode frequency will arise from the lower edge of the gap, then increase, and vanish near the upper edge of the gap for the case that Kerr coefficient is negative. When incident light frequency is given, with the varing incident light intensity, the system exhibits bistability. The bistability feature is due to the shifting of the localized mode frequency.

Key words: photonic crystal; Kerr nonlinearity; localized mode; bistability