

文章编号 : 0253-2239(2002)03-0276-05

对迭代最小二乘法天文像复原方法的改进^{*}

刘 忠 邱耀辉 楼 柯 卢汝为

(中国科学院云南天文台, 国家天文观测中心, 天文光学联合开放实验室, 昆明 650011)

摘要: 在天文斑点成像技术中, Hofmann 等提出的迭代最小二乘法——积木法, 能避免在由被观测目标像的重谱复原相位谱时复杂的相位递推过程, 因而相位误差的传递和积累也被消除了。但在该方法中, 存在着新的问题: 需要大量投放积木块的迭代次数和长时间的处理过程。为提高该方法的工作效率, 用“迭代位移叠加法”对目标斑点图进行预处理, 经少数几次位移叠加的步骤后, 很快就提供了目标像的基本结构和分布, 得到了积木块投放点的位置, 从而避免了盲目投放, 大大减少了迭代投放的次数, 显著地提高了该方法的效率。

关键词: 重谱; 积木法; 迭代位移叠加法

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A

1 引 言

为消除大气湍流对天文成像的严重干扰, 实现望远镜衍射受限分辨率成像, 在斑点成像技术研究领域中新方法不断出现, 其中的斑点干涉术^[1]和重谱法或斑点掩模法^[2]可分别复原天文目标的具有衍射受限截止频率的傅里叶模和相位, 而由重谱复原目标傅里叶相位是其核心和难点, 它是一个较为复杂的由低频初始相位向高频相位逐步递推的过程, 递推过程中将遇到很多实际问题^[3,4]: 如对重谱巨大信息量的处理对策, 研究合理的相位递推路径和区域, 相位缠绕问题, 递推过程中相位误差的传递和积累问题等^[5,6]。Hofmann 等^[7,8]于 1990 年提出了以目标重谱作为拟合标准的最小二乘法或积木法像复原技术, 它抛弃了模复原和相位复原的递推过程, 因此完全回避了上述诸多问题, 可直接在空间域中得到目标的复原像。但实践表明, 该法面临的新问题是投放的积木块数量巨大, 迭代次数多, 每次迭代均需计算目标重谱, 计算量也因此大大加重。为了提高工作效率, 减少迭代次数是缩小计算量的关键, 我们用空域迭代位移叠加法^[9]对目标一系列斑点图进行预处理, 可快速确定天文目标像的几何结构和像元分布的精确位置, 从而为积木法的积木块投放提供了明确投放点, 大大减少了投放迭代的次数, 提

高效益, 并保证了高像质复原。

2 目标像与重谱的关系

用斑点掩模法, 人们对被观测目标的一系列短曝光像——斑点图, 进行三阶矩统计, 即计算其平均三重自相关的傅里叶变换对——目标斑点图的平均重谱, 并计算参考星(目标近旁一点源单星)的一系列短曝光斑点像的平均重谱得到斑点掩模法传递函数, 用之对目标平均重谱进行消卷积, 可得到目标 $\alpha(x)$ 的傅里叶谱 $\alpha(u)$ 的重谱 $O^{(3)}(u, v)$, 其中 $\alpha(x)$ 为目标强度分布或原像, x 为空间 2 维坐标变量, u, v 均为 2 维空间频率坐标变量, 重谱为 4 维函数。在求目标重谱的过程中, 必须对目标和参考星一系列斑点图平均重谱中存在的非线性噪声、探测器的附加噪声、光子噪声等多种噪声产生的偏差进行改正^[10-12], 才可得到具有望远镜衍射受限截止频率的目标重谱, 其定义为

$$O^{(3)}(u, v) = \alpha(u)\alpha(v)\alpha(-u-v). \quad (1)$$

设目标重谱的相位为 β , 而目标谱相位为 φ , 则显然存在如下相位关系:

$$\beta(u, v) = \varphi(u) + \varphi(v) - \varphi(u+v), \quad (2)$$

由此得到下面的相位递推公式:

$$\varphi(u+v) = \varphi(u) + \varphi(v) - \beta(u, v). \quad (3)$$

在实际计算中, 用的是 4 维式表示, 设

$$u = (u_1, u_2), \quad v = (v_1, v_2),$$

则有 4 维的相位递推公式如下:

$$\begin{aligned} \varphi(u_1 + v_1, u_2 + v_2) &= \varphi(u_1, u_2) + \varphi(v_1, v_2) - \\ &\beta(u_1, u_2)(v_1, v_2). \end{aligned} \quad (4)$$

^{*} 国家自然科学基金(19183001)和中科院天文口基金资助课题。

E-mail: gfb@public.km.yn.cn

收稿日期 2000-10-18; 收到修改稿日期 2001-03-26

对目标谱和重谱进行归一化处理后有

$$\alpha(0) = 1, \quad O^{(3)}(0, \rho) = 1,$$

当令 $v = 0$ 时, (1) 式变为斑点干涉术的功率谱 $O^{(2)}(u)$:

$$O^{(2)}(u) = \alpha(u)\alpha(-u) = |\alpha(u)|^2, \quad (5)$$

其中 $|\alpha(u)|$ 为目标的傅里叶模, 得到了模和相位后, 就复原得到目标的傅里叶谱

$$\alpha(u) = |\alpha(u)| \exp[i\varphi(u)],$$

对 $\alpha(u)$ 作傅里叶逆变换即得目标复原像 $\alpha(x)$ 。

实践表明, 由目标重谱可得到目标高分辨率复原像, 目标像与其重谱间必存在着——对应关系。但在由 4 维重谱相位递推目标相位的过程中将遇到很多影响复原效果的实际问题, 如由重谱巨大信息量中怎样选用高信噪比相位信息, 如何选择相位递推路径和区域, 怎样回避相位缠绕问题, 如何减少递推过程中相位误差的传递和积累问题等。显然这是一个复杂的递推过程。

3 积木法原理简述

为了避开上述复杂的相位递推过程, 1990 年 Hofmann 等利用目标像与其重谱之间的一一对应关系, 提出了以目标重谱为收敛标准的最小二乘迭代法, 即积木法, 它直接在空间域中用望远镜的衍射受限点扩展函数作为基本构件 (block) 去构筑目标像, 当构筑到像的重谱与由斑点掩模法得到的具有望远镜衍射受限截止频率的重谱相一致时, 就得到了目标高分辨率复原像, 对应于傅里叶频率域中, 相当于未经相位递推和模的复原就同时复原得到了目标的傅里叶相位和模, 可见其优越性。

对一个线性成像系统, 当目标 $\alpha(x)$ 在其等晕区内时, 所成的像 $o_k(x)$ 应满足下面的卷积成像公式:

$$o_k(x) = \alpha(x) \otimes t(x), \quad (6)$$

其中 $t(x)$ 为望远镜的点扩展函数 (\otimes 为卷积算符)。该成像过程可等价地理解为: 得到的像是由一组相同的、具有正值的望远镜的点扩展函数 $t(x)$ 相加的结果:

$$o_k(x) = \sum_{m=1}^k t(x - x_m), \quad (7)$$

其中 k 为点扩展函数 $t(x)$ 的总数, $t(x - x_m)$ 表示已被加上的第 m 个点扩展函数, x_m 为其 2 维空间坐标。这是积木法的理论出发点, 它以望远镜的点扩展函数 $t(x)$ 作为最基本的材料, 在空间域中重建目标

像; 将已消除了各种噪声偏差后的目标重谱 $O^{(3)}(u, v)$ 作为判断建筑目标像的对比标准, 每投放一个 $t(x)$, 与此标准进行一次比较。具体过程是: 每次在空间域中的某处加入一个峰值为 1 的 $t(x)$, 得到一幅新图, 变换到傅里叶域中计算该新图的 4 维重谱, 表示为 $O^{(3)}(u, v; x')$, 其中 x' 为 2 维空间坐标变量, 把它与目标重谱之间在整个频谱上差的平方作为判断迭代过程收敛的“距离函数” $d(x')$, 看其是否为最小。积木法是一个反复迭代过程, 目标重谱是迭代过程收敛的标准。上述过程可表示为: 基于 (7) 式, 第 $k+1$ 次迭代是在其上的某位置 $x = x'$ 处加一个点扩展函数, 得到:

$$o_{k+1}(x; x') = o_k(x) + t(x - x'), \quad (8)$$

然后判断 x' 的选择是否能使“距离函数”

$$d_{k+1}(x') = \int |O_{k+1}^{(3)}(u, v; x') - O^{(3)}(u, v)|^2 du dv \quad (9)$$

为最小, 其中 $O_{k+1}^{(3)}(u, v; x')$ 为 $o_{k+1}(x; x')$ 的重谱, 若非最小, 则抛弃之, 继续迭代。当 $d_{k+1}(x')$ 收敛到某个合理值时终止迭代, 也就得到了目标的复原像。由于每个迭代循环都要在空域和频率域中交替计算, 特别是重谱的计算耗时较多, 并需在图像范围内搜索每个像元, 使计算时间很长。

4 用空域迭代位移叠加法预测目标结构和像元位置

显然, 如果能预先知道被复原目标像结构和像元的准确位置, 就可排除盲目投放积木块, 大大减少投放次数, 从而显著缩减计算量。我们于 1998 年提出的空域迭代位移叠加法 (简称 ISA 法), 无需重谱的计算, 可直接在空间域中得到目标像的几何结构, 恰好可实现上述愿望。

空域迭代位移叠加法的出发点是: 理论和实践都表明, 大气-望远镜综合成像系统的瞬时点扩展函数 (对一点源单星的瞬时成像——斑点图) 由众多斑点组成, 第 j 幅用 $p_j(x)$ 表示, 每幅斑点中存在着一个强度值最大的点源单星的衍射受限像, 即强度最大的望远镜的衍射受限点扩展函数

$$p_j(x) = a_{mj} h(x + x_{mj}) + f_j(x), \quad (10)$$

其中 $h(x)$ 为无大气影响的望远镜衍射受限点扩展函数, a_{mj} 、 x_{mj} 分别为其强度值最大的点源单星的衍射受限像的强度值和位置, $f_j(x)$ 为其他斑点成员。若以各斑点图强度最大的斑点为基准点对所有

N 幅斑点图进行位移叠加,平均后即得到空域迭代位移叠加法的点扩展函数 $p_i(x)$:

$$p_i(x) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N p_j(x - x_{mj}) = ah(x) + g(x), \quad (11)$$

其中

$$ah(x) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a_{mj}h(x + x_{mj} - x_{mj})$$

为 N 幅斑点图位移叠加结果中点源单星的望远镜衍射受限点扩展函数, a 为强度平均值,

$$g(x) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f_j(x - x_{mj})$$

为各斑点图其他部分的平均结果。

大气-望远镜综合成像系统的瞬时点扩展函数与目标的卷积就得到了目标的瞬时像——目标的斑点图,用 $i_j(x)$ 表示,有

$$i_j(x) = \alpha(x) \otimes p_j(x) = \alpha(x) \otimes a_{mj}h(x + x_{mj}) + \alpha(x) \otimes f_j(x), \quad (12)$$

其中自然也存在一个强度最大的目标衍射受限像 $\alpha(x) \otimes a_{mj}h(x + x_{mj})$,但其混于众多的其他斑点 $\alpha(x) \otimes f_j(x)$ 之中,须用专门的技术去确定该“强度最大的目标衍射受限像”的位置,例如相关迭代运算法,它用目标的初始信息与目标的每幅斑点图进行相关运算,以得到的相关极大点为斑点图位移叠加的基准点,叠加平均的结果作为新的目标信息,将新信息再与各斑点图进行相关运算……,如此反复迭代至收敛,最后按空域迭代位移叠加法的要求使所有的一系列斑点图中的强度最大的目标衍射受限像相互对齐,相加平均后的结果可表示为目标与空域迭代位移叠加法的点扩展函数的卷积:

$$i(x) = \alpha(x) \otimes [ah(x) + g(x)] = \alpha(x) \otimes ah(x) + \alpha(x) \otimes g(x), \quad (13)$$

其中 $i(x)$ 为目标一系列斑点图按空域迭代位移叠加法位移叠加的结果,结果中 $\alpha(x) \otimes ah(x)$ 为目标高分辨的衍射受限像, $\alpha(x) \otimes g(x)$ 为其他众斑点叠加平均的低分辨率结果,在实际操作时空域迭代位移叠加法点扩展函数由观测目标近旁一点源单星的一系列斑点图进行空域迭代位移叠加法的处理后得到,用它对 $i(x)$ 消卷积^[13] 就可得到目标的复原像。用上述空域迭代位移叠加法进行的大量天文像复原实验表明,在不要求对目标进行精确复原(只求目标像的几何结构而不计各像元的相对强度比)时,仅经不多的几次迭代,得到的结果显示出其几何

结构已不再改变(继续迭代仅仅是目标各部分相对强度的精确化),如此就可较快地得到目标像的几何结构——各像元的精确位置,这样的中间结果正好能满足上述对积木法的预处理的要求。

5 天文目标斑点图观测及像复原实验

被处理的资料是 1995 年 8 月 1 日夜用云南天文台一米口径望远镜观测的,目标为双星 ADS16800 和 ADS16173,望远镜终端接 2 维光子计数斑点像探测系统^[14],使用 486/66M 微机(2G 存储空间)记录和处理数据,光学系统的滤光器中心波长为 530 nm,波带宽 50 nm,等效焦距为 125 m,每幅斑点图曝光时间 1/50 秒,观测的目标 ADS16800 和参考星斑点图各为 3000 幅和 2496 幅;ADS16173 和参考星斑点图各为 3000 幅和 2535 幅。其中由星表知双星 ADS16800 两成员具有相同的光亮度,均为 8.1^m,亮度适中,且它们的光谱型相同,均为 F7V,可避免因光谱型差异造成的测量误差,角距为 0.2"左右(见星表^[15]),在一米口径理论分辨率内,图 1 和图 2 分别为双星 ADS16800 和双星 ADS16173 的一幅斑点图,每幅图的大小为 128 × 128 像元。观测期间大气视宁度参数 r_0 约为 10 cm,在此条件下用传统的长曝光天体摄影术时,大气-望远镜综合系统的分辨率仅为 1",不能分辨此二目标。

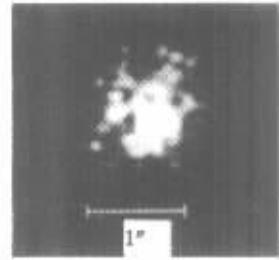


Fig. 1 One of the speckle images of binary ADS16800

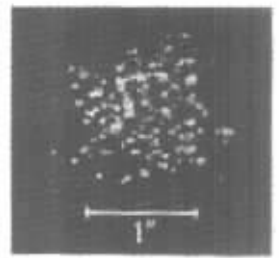


Fig. 2 One of the speckle images of binary ADS16173

图 3 为双星 ADS16173 的长曝光像,看不出任何双星结构的迹象。图 4、图 5 分别为用积木法得

到的 ADS16800 和 ADS16173 高分辨率复原像。

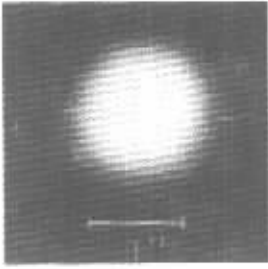


Fig. 3 The long-exposure image of binary ADS16173

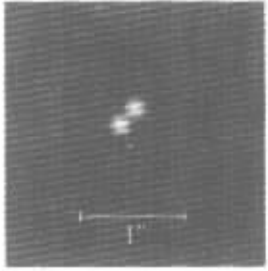


Fig. 4 The reconstructed image of binary ADS16800

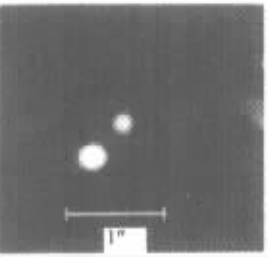


Fig. 5 The reconstructed image of binary ADS16173

对 ADS16800 的结果为：双星两成员的强度比为 0.94:1.00，角距为 0.17"（星表预测值为 0.23"），用其他方法得到同样的结果，证明此数值正确。对 ADS16173 星表给出值为 0.60:1.00，而测得亮度比为 0.55:1.00，两成员的光谱型不同将对亮比的测量结果有一定影响；实测的两成员角距为 0.48"（此值与星表预测值相同）。以上图中给出的标度为 1"空间距。

下面我们分别对用未经改进的原积木法和用空域迭代位移叠加法预处理的改进型积木法进行像复原处理的结果进行初步比较：目标像复原结果均如上所示，但所花时间或迭代次数相差很大。两双星的迭代次数：当采用经空域迭代位移叠加法预处理的改进型积木法时，由于目标各成员的具体位置已明确，做到有的放矢地投放。特定义此仅按目标结构的投放数为“目标像的直接堆砌次数”，设为 S ，本次观测的每目标的 S 均约为 100 次。由于图的大小为 128×128 像元，当用原积木法时，投放次数一般为 $128 \times 128 + S = 16484$ 次；若采用区域预定的

投放法，事先用斑点干涉术或其他方法大致探测目标所在的范围，如以结构紧密的双星 ADS16800 为例，可预测其范围约为 16×16 像元，则仅在此范围内投放，也需迭代次数为 $16 \times 16 + S = 356$ 次，双星 ADS16800 是最简单的、扩散区最小的目标，对于一般目标可想而知，经空域迭代位移叠加法预处理的改进型积木法将大大减少迭代投放次数，明显缩短计算时间，提高效率数十到上百倍。

结语 基于目标像与其重谱之间一一对应关系的积木法，直接在空间域中成像，可避免由重谱相位递推目标相位的复杂过程和随之产生的误差传递和积累问题；但在未知目标结构的情况下，积木法的积木块投放具有盲目性，使投放迭代次数很多，计算量巨大。用我们近年提出的空域迭代位移叠加法对目标斑点图进行预处理，不需进行重谱的相关计算，可直接在空间域中复原目标衍射受限像，因此其处理和计算具有相对简单性，用它作积木法的预处理需时极少。大量实验表明，只需用空域迭代位移叠加法迭代的初期中间结果就可得到目标的几何结构，即目标各个成员的具体位置，按此位置改进有的放矢地投放，能有效排除积木法的盲目投放性，仅需投放构成目标像的“直接堆砌数”，可大大提高积木法的运行效率。所进行的天文目标像复原实验表明，对于结构复杂程度不同的目标，分别可缩短投放迭代次数和计算量几十到数百倍。

参 考 文 献

- [1] Labeyrie A. Attainment of diffraction limited resolution in large telescopes by Fourier analyzing speckle patterns in star images. *Astron. Astrophys.*, 1970, (1) 85~87
- [2] Lohmann A W, Weigelt G P, Wirmitzer B. Speckle masking in astronomy-triple correlation theory and application. *Appl. Opt.*, 1983, 22(24):4028~4037
- [3] Bartelt H, Lohmann A W, Wirmitzer B. Phase and amplitude recovery from bispectra. *Appl. Opt.*, 1984, 23(18) 3121~3129
- [4] Meng J, Aitken G J M. Phase errors in near-axis bispectral stellar image reconstruction. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1994, 11(6):1736~1747
- [5] Haniff C A. Least-squares Fourier phase estimation from the modulo 2π bispectrum phase. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1991, 8(1):134~140
- [6] Takajo H, Takahashi T. Least-squares phase recovery from the bispectrum phase: An algorithm for a two-dimensional object. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1991, 8(7):1038~1047
- [7] Hofmann K H, Weigelt G. Image reconstruction from the bispectrum using an iterative algorithm and applications of

- the method to astronomical objects. *Proc. SPIE*, 1990, **1351**:522~525
- [8] Hofmann K H, Weigelt G. Iterative image reconstruction from the bispectrum. *Aston. Astrophys*, 1993, **278**(1): 328~339
- [9] Liu Zhing, Qiu Yaohui, Lu Ruwei. Reconstruction of video image through turbulent atmosphere. *Proc. SPIE*, 1998, **3561**:326~331
- [10] Wirmitzer B. Bispectra analysis at low light levels and astronomical speckle masking. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1985, **2**(1):14~21
- [11] Pehlemann E, Hofmann K H, Weigelt G. Photon bias compensation in tribblecorrelation imaging and observation of R136. *Astron. Aatrophs.*, 1992, **256**(2):701~714
- [12] Liu Zhong, Qiu Yaohui, Lou Ke *et al.*. A positive restriction method to correct noise bias terms in bispectrum and the experiment in astronomical high resolution image reconstruction. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(2):163~170(in Chinese)
- [13] Qiu Yaohui, Liu Zhong, Lu Ruwei *et al.*. The application of CLEAN algorithm to astronomical image reconstruction working in spatial domain. *Publications of Yunnan Observatory*(云南天文台台刊), 2000, (2):1~9(in Chinese)
- [14] Lu Ruwei, Wang Feng, Lou Ke *et al.*. The new speckle image detection system of Yunnan Observatory. *Publications of Yunnan Observatory*(云南天文台台刊), 1998, (1):59~64(in Chinese)
- [15] Yan Lingsan, Chu Zhongyuan, Pan Da. *General Catalogue of Ephemerides and Apparent Orbits of 736 Visual Binary Stars.* (736 对目视双星历表和视轨道总表). Shanghai :Shanghai Science and Technology Press, 1985. 286(in Chinese)

An Improvement of Iterative Least-Square Astronomical Image Reconstruction Method

Liu Zhong Qiu Yaohui Lou ke Lu Ruwei

(*United Laboratory of Astronomy, National Astronomical Observatories, Yunnan Observatory, The Chinese Academy of Sciences, Kunming 650011*)

(Received 18 October 2000 ; revised 26 March 2001)

Abstract : In astronomical speckle imaging technique, the method of iterative least-square (building block) proposed by Hofmann *et al.* can avoid the complex phase retrieving process when phase spectrum was recovered from the bispectrum of an observed object image, and so the phase error transmission and accumulation were removed too. But this method needs a great quantity of iterative steps of putting blocks and a long term processing. For to raise the efficiency of the method, the means of " iterative shift-and-add " was used for pretreating the speckle images of the object. After a few steps of shift and adding, the basic structure and distribution of the object image were provided quickly and the position of points putting blocks was got, and so blind putting was avoided, thus the iterative steps were reduced greatly and the efficiency of the method can be increased obviously.

Key words : bispectrum ; building block ; iterative shift-and-add method