

文章编号 : 0253-2239(2002)02-201-05

用平面映射边界条件的伽辽金法分析 耦合脊形光波导*

肖金标 孙小菡 张明德 丁 东

(东南大学电子工程系, 南京 210096)

摘要: 用平面映射边界条件的伽辽金法分析耦合脊形光波导的结果表明, 耦合脊形光波导的耦合能力随脊高增加而减小, 随波导间距增加呈指数衰减。给出了耦合脊形光波导所承载的偶、奇模电场分布, 其结果与采用其它方法得出的结果吻合得较好, 可以优化波导光电子器件的结构参数。另外, 平面映射边界条件避免了非物理反射, 待求矩阵小, 计算效率高。

关键词: 耦合脊形光波导; 伽辽金法; 平面映射边界条件; 耦合长度

中图分类号: TN252 文献标识码: A

1 引 言

近年来全光网(AON)的迅猛发展促使波导光电子器件的需求不断激增, 耦合脊形光波导是构成定向耦合器型光开关、马赫-曾德尔干涉仪型光调制器等关键波导光电子器件的基本结构之一^[1,2], 而这两类器件的性能对耦合脊形光波导的结构参数如波导间距、波导脊高非常敏感, 研制时须反复选取才能使器件性能达到最佳, 这样势必增加制作成本, 延长制作周期。若制作之前对这两个结构参数进行理论分析, 便能达到节省成本, 缩短制作周期的目的。

传统耦合模理论^[3]及改进型耦合模理论^[4]是分析耦合光波导的经典方法, 但两者均忽略了包层的泄漏能量, 局限性较大。数值方法如有限差分法(FDM)^[5]、有限元法(FEM)^[6]、光束传播法(BPM)^[7], 近似方法如横向谐振衍射法(TRD)^[8], 没有这一限制, 但数值方法导致计算大矩阵, 计算效率低, 横向谐振衍射法繁琐复杂。伽辽金法将待求电场展开成级数形式, 如正弦级数^[9]、厄米-高斯级数^[10]等, 待求矩阵小, 计算效率高。特别在应用平面映射边界条件^[11]后避免了边界截断, 消除了非物理反射, 可以求解任意截面光波导的正规模, 包括矩形光波导^[11]、梯形截面脊形光波导等^[12], 但单个脊

形光波导的本征值分析对优化基于耦合脊形光波导的光电子器件的结构参数没有多大实际意义, 为此本文运用这一方法分析耦合脊形光波导, 旨在寻求波导间距及脊高对耦合能力的影响, 以及耦合脊形光波导所承载的偶、奇模的有效折射率及其电场分布, 为优化光开关及光调制器的结构参数奠定基础。

2 方法描述

在慢变包络及弱导近似下, 单色光的耦合脊形光波导标量波方程为

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} + k_0^2 [n^2(x, y) - \bar{n}^2] u(x, y) = 0, \quad (1)$$

式中 k_0 为自由空间波数, \bar{n} 为有效折射率, $n(x, y)$ 描述了耦合脊形光波导横向截面的折射率分布, $u(x, y)$ 为其任一偶、奇模的电场分量。引入如下变换:

$$x = \sigma_x \tan[\pi(\xi - 0.5)], \quad (2a)$$

$$y = \sigma_y \tan[\pi(\eta - 0.5)], \quad (2b)$$

式中 σ_x, σ_y 为转换比例因子, 通过(2)式, 无限平面 $x \in [-\infty, +\infty], y \in [-\infty, +\infty]$ 转换为单位平面 $\xi \in [0, 1], \eta \in [0, 1]$, 此时(1)式变为

$$\left(\frac{d\xi}{dx}\right)^2 \frac{\partial^2 u(\xi, \eta)}{\partial \xi^2} + \frac{d^2 \xi}{dx^2} \frac{\partial u(\xi, \eta)}{\partial \xi} + \left(\frac{d\eta}{dy}\right)^2 \frac{\partial^2 u(\xi, \eta)}{\partial \eta^2} + \frac{d^2 \eta}{dy^2} \frac{\partial u(\xi, \eta)}{\partial \eta} + k_0^2 [n^2(\xi, \eta) - \bar{n}^2] u(\xi, \eta) = 0, \quad (3)$$

* 高等学校博士学科点专项科研基金(98028638)资助课题。

E-mail: jbxiao@seu.edu.cn

收稿日期 2001-01-08; 收到修改稿日期 2001-04-05

将电场 $u(\xi, \eta)$ 在区间 $\xi \in [0, 1]$, $\eta \in [0, 1]$ 展成全域正弦级数, 且为正交完全集, 即

$$u(\xi, \eta) = \sum_{k=1}^{N \times N} c_k \phi_k(\xi, \eta) = \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N c_{p,q} 2\text{sin}(\pi p \xi) \text{sin}(\pi q \eta), \quad (4)$$

其中正整数 N 为所取级数项, $c_{p,q}$ 为展开系数, 且有如下关系:

$$\phi_k = 2\text{sin}(\pi p \xi) \text{sin}(\pi q \eta), \quad (5)$$

$$p = \text{int}\left(\frac{k-1}{N}\right) + 1, \quad (6a)$$

$$q = \text{mod}(k-1, N) + 1, \quad (6b)$$

式中 int 表示取整, mod 表示求余。将(4)式代入(3)式, 并应用迦辽金法, 得到如下矩阵本征值方程

$$AC = \beta^2 C, \quad (7)$$

各矩阵元如下

$$A_{k',k} = \int_{\xi=0}^1 \int_{\eta=0}^1 \left[\left(\frac{d\xi}{dx} \right)^2 \frac{\partial^2 \phi_k}{\partial \xi^2} + \frac{d^2 \xi}{dx^2} \frac{\partial \phi_k}{\partial \xi} + \left(\frac{d\eta}{dy} \right)^2 \frac{\partial^2 \phi_k}{\partial \eta^2} + \frac{d^2 \eta}{dy^2} \frac{\partial \phi_k}{\partial \eta} + k_0^2 n^2(\xi, \eta) \phi_k \right] \phi_{k'} d\xi d\eta, \quad (8)$$

$$\beta^2 = k_0^2 \bar{n}^2, \quad (9)$$

$$C = [c_1, c_2, c_3, \dots, c_{N \times N}]^T, \quad k', k = 1, 2, 3, \dots, N \times N, \quad (10)$$

$A_{k',k}$ 中前 4 个二重积分利用正弦函数的正交性, 可获得解析表达式^[11]。通过求解矩阵 A 的本征值可同时获得耦合脊形光波导所承载的偶、奇模的有效折射率 n_e 及 n_o , 从而得到它们的传播常数 $\beta_e = k_0 n_e$ 及 $\beta_o = k_0 n_o$, 相应的本征矢即为(4)式的展开系数, 从而获得偶、奇模的电场分布。

3 数值结果与分析

图 1 所示为耦合脊形光波导横向尺寸及折射率分布。 n_1 为芯层折射率, n_2 为下包层折射率, n_3 为上包层折射率。

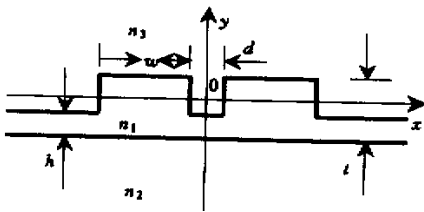


Fig. 1 Cross section of the coupled rib optical waveguides

表 1 给出了耦合脊形光波导的参数, 其中下包层为 GaAlAs, 芯层为 GaAs, 通过控制 Al 的浓度, 可改变下包层折射率, 上包层为空气, 工作波长均为 $1.55 \mu\text{m}$ 。坐标原点为 $w + d/2, t/2$ 。

Table 1. Parameters of the coupled rib optical waveguides

structure	n_1	n_2	n_3	$w/\mu\text{m}$	$d/\mu\text{m}$	$t/\mu\text{m}$	$h/\mu\text{m}$
1	3.44	3.34	1.0	2.0	2.0	1.3	0.2
2	3.44	3.36	1.0	3.0	2.0	1.0	0.9
3	3.44	3.43	1.0	4.0	2.0	6.0	3.5
4	3.44	3.40	1.0	3.0	1.0	1.0	0.2~0.9

计算之前, 必须对转换比例因子 σ_x, σ_y 进行优化选择, 使所求解快速收敛, 并保证场形不弯曲变形。根据文献[11], 只要选取 $\sigma_x = w + d/2, \sigma_y = t/2$ 便能满足要求。表 2 给出了表 1 中结构 1 不同 σ_x 值及级数项值时 ($\sigma_y = t/2$) 其偶 (n_e) 奇 (n_o) 模的有效折射率。由表可见, 当选取 $\sigma_x = w + d/2$ 时, 级数项 $N = 20$ 可满足精度要求, 而选取 $\sigma_x > w + d/2$ 或 $\sigma_x < w + d/2$ 时要达到 $\sigma_x = w + d/2$ 的收敛解, 必须增加级数项, 如 $N = 30$ 甚至更多。

Table 2. Effective indices of the even and odd modes supported by structure 1 varying with N and σ_x

$\sigma_x/\mu\text{m}$	effectiv index	N				
		10	15	20	25	30
1	n_e	3.351228504	3.377341461	3.381522181	3.385133108	3.388453081
	n_o	3.341314185	3.377279815	3.381509885	3.385064787	3.388452355
3	n_e	3.354822805	3.386693981	3.388532729	3.388544907	3.388545184
	n_o	3.354701473	3.385536087	3.388524924	3.388543567	3.388544288
5	n_e	—	3.362246934	3.385034088	3.388275862	3.388544065
	n_o	—	3.347329459	3.381692250	3.388188159	3.388521246

选择 $N=20$, 计算表 1 中前三种耦合脊形光波导偶模(n_e)、奇模(n_o)的有效折射率, 并与文

献 [7, 8] 的结果比较, 见表 3, 本文结果接近文献 [8] TRD 法获得的严格解。

Table 3. Comparison of effective indices of the even and odd modes supported by structure 1~3 for different methods

structure \ method	effective index	this paper	TRD ^[8]	FDM ^[8]	BPM ^[7]
1	n_e	3.388532729	3.388841027	3.391472377	3.39218
	n_o	3.388524924	3.388841027	3.391470106	3.39099
2	n_e	3.395383563	3.395739365	3.396053426	3.39697
	n_o	3.394408194	3.394802846	3.395097526	3.39588
3	n_e	3.436918367	3.436820329	3.437034755	3.43692
	n_o	3.436099832	—	3.436459357	3.43609

图 2 是结构 4 偶、奇模的有效折射率随 h 变化关系, 其中参数 $d=1.0 \mu\text{m}$ 。由图可见, 偶、奇模有效折射率随 h 增大而增大, 并且它们的差值亦增大。由耦合长度 l_c 的定义^[13]

$$l_c = \frac{\pi}{k_0(n_e - n_o)}, \quad (11)$$

可知两波导的耦合长度 l_c 随脊高($t-h$) 增加而增大, 因而耦合能力随脊高增加而减小。

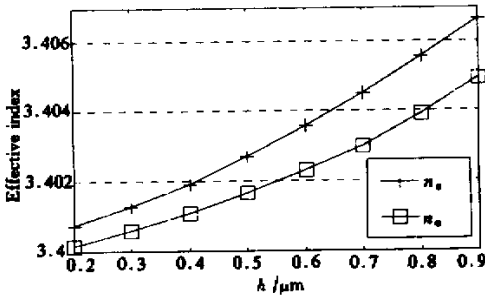


Fig.2 Variation of n_e and n_o in structure 4 as a function of h

图 3 是结构 2 的耦合长度 l_c 随波导间距 d 的变化关系, 可见 l_c 随 d 的增大近似指数增长, 表明两脊形光波导耦合能力随波导间距 d 的增加呈指数衰减。当波导间距 d 大于 $8 \mu\text{m}$ 时, 偶、奇模有效折射率相等, 耦合消失, 此时传播常数为 $\beta = (\beta_e + \beta_o)/2$ 相当于两独立脊形光波导。在 $d=1 \mu\text{m}$ 与 $d=3 \mu\text{m}$ 时, 耦合长度分别为 0.44 mm 和 1.40 mm , 文献 [13] 的结果为 0.45 mm 与 1.47 mm , 文献 [13] 同时给出了采用快速傅里叶变换-光束传播法得出的结果, 分别为 0.48 mm 与 1.40 mm , 本文结果与他们的结果吻合较好。

因此若采用结构 2 作为定向耦合器型光开关时, 波导间距必须小于 $8 \mu\text{m}$, 而用其作马赫-曾德尔

干涉仪型光调制器时波导间距则必须大于 $8 \mu\text{m}$ 。若波导间距调整受限时可通过控制脊高来优化器件结构, 如光开关多采用低脊波导, 而光调制器多采用高脊波导。

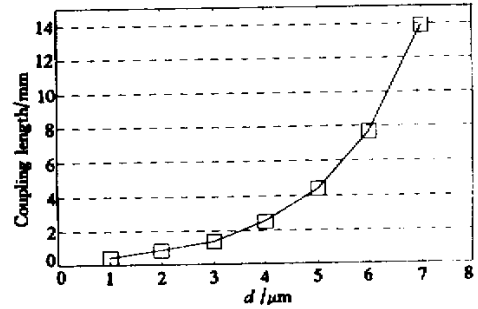


Fig.3 Variation of l_c in structure 2 as a function of d

图 4 给出了结构 4 当 $h=0.9 \mu\text{m}$, $0.5 \mu\text{m}$, $0.2 \mu\text{m}$ 时偶、奇模的电场分布。由图可见电场明显向底层薄膜两侧渗透, 空气包层的电场迅速衰减。 h 越小, 电场越集中在芯层区, 两侧渗透减小。

结论 本文采用平面映射边界条件的伽辽金法分析了耦合脊形光波导。分析表明耦合脊形光波导所承载的偶、奇模电场明显向底层薄膜两侧渗透, 空气包层的电场迅速衰减, 脊越高, 偶、奇模有效折射越小, 它们的差值也增大, 表明两波导的耦合能力随脊高增加而减小, 电场越集中在芯层区, 耦合长度随波导间距的增加近似指数增长, 说明两脊形光波耦合能力随波导间距的增加呈指数衰减。

本文结果与采用其它方法得出的结果吻合较好, 可以用来优化波导光电子器件的结构参数。另外, 平面映射边界条件避免了非物理反射, 待求矩阵小, 计算效率高。

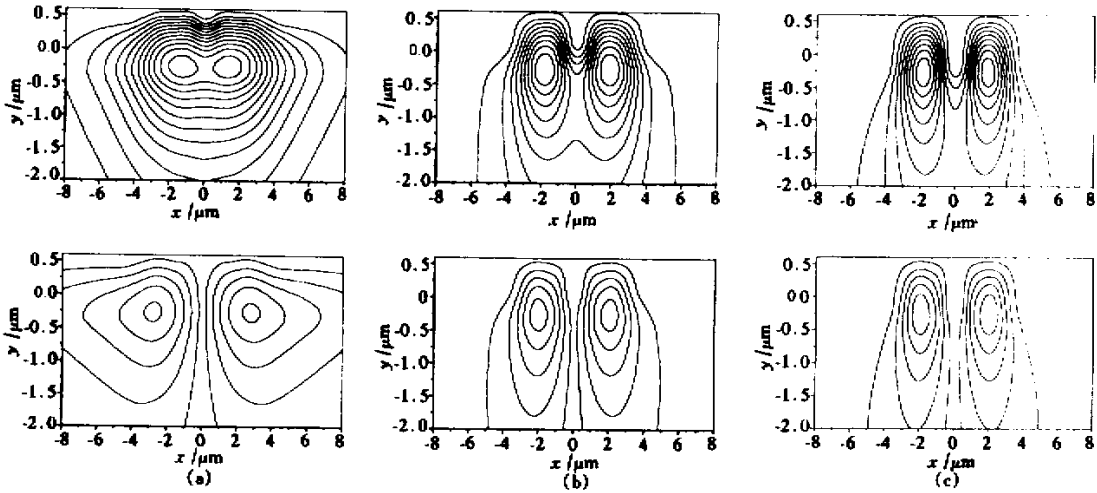


Fig. 4 Field intensity distributions of the even (top) and odd (bottom) modes supported by structure 4 varying with different h . (a) $h = 0.9 \mu\text{m}$; (b) $h = 0.5 \mu\text{m}$; (c) $h = 0.2 \mu\text{m}$

参 考 文 献

- [1] Winchant J F, Renaud M, Erman M *et al.*. InP digital optical switch: Key element for guided-wave photonic switching. *IEE Proceedings-J*, 1993, **140**(5): 301~307
- [2] Laliew C, Loveth S W, Zhang X B *et al.*. A linearized optical directional-coupler modulator at $1.3 \mu\text{m}$. *J. Lightwave Technol.*, 2000, **18**(9): 1244~1249
- [3] Pierce J R. Coupling of modes of propagation. *J. Appl. Phys.*, 1954, **25**(1): 179~83
- [4] Marcatili E. Improved coupled-mode equations for dielectric guides. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1986, **QE-22**(6): 988~993
- [5] Schulz N, Bierwirth K, Arndt F *et al.*. Rigorous finite-difference analysis of coupled channel waveguides with arbitrarily varying index profile. *J. Lightwave Technol.*, 1991, **9**(10): 1244~1253
- [6] Chew W C, Nasir M A. A variational analysis on anisotropic, inhomogeneous dielectric waveguides. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1989, **37**(4): 661~668
- [7] Feit M D, Fleck Jr. J A. Analysis of rib waveguides and couplers by the propagating beam method. *Opt. Soc. Am. (A)*, 1990, **7**(1): 73~79
- [8] Rozzi T, Husain M N, Zappelli L. Rigorous analysis of multiple coupled rib waveguides. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1992, **40**(4): 706~715
- [9] Henry C H, Verbeek B H. Solution of the scalar wave equation for arbitrarily shaped dielectric waveguides by two-dimensional Fourier analysis. *J. Lightwave Technol.*, 1989, **7**(2): 308~313
- [10] Gallawa R L, Goyal I C, Tu Y *et al.*. Optical waveguide modes: An approximate solution using Galerkin's method with Hermite-Gauss basis functions. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1991, **QE-27**(3): 518~522
- [11] Hwelett S J, Ladouceur F. Fourier decomposition method applied to mapped infinite domains: Scalar analysis of dielectric waveguides down to modal cutoff. *J. Lightwave Technol.*, 1995, **13**(3): 375~383
- [12] Qin Weiping, Fang Dagang. Eigen analysis of a rib optical waveguide with trapezoidal cross section using variable transformed Galerkin's method. *J. Microwaves* (微波学报), 2000, **16**(2): 207~213 (in Chinese)
- [13] Marcuse D. *Theory of Dielectric Optical Waveguides*. New York: McGraw-Hill, 1992
- [14] Noro H, Nakayama T. A new approach to scalar and semivector mode analysis of optical waveguides. *J. Lightwave Technology*, 1996, **14**(6): 1546~1556

Analysis of Coupled Rib Optical Waveguides Using Galerkin Method Based on the Plane Mapped Boundary Conditions

Xiao Jinbiao Sun Xiaohan Zhang Mingde Ding Dong

(Department of Electronic Engineering, Southeast University, Nanjing 210096)

(Received 8 January 2001; revised 5 April 2001)

Abstract: The coupled rib waveguides are analyzed by using Galerkin method based on the plane

mapped boundary conditions. The results indicate that the coupling ability decreases with increasing of the rib height and attenuates exponentially with increasing of the waveguides separation. The field intensity distributions of the even and odd modes supported by the coupled rib optical waveguides are obtained. Comparatively agreeing with those previously published, the results can be used to optimize the structural parameters for photonic devices. In addition, the plane mapped boundary conditions eliminate the non-physical reflection, and the small matrix derived from this method promotes the computational efficiency.

Key words: coupled rib optical waveguides; Galerkin method; plane mapped boundary conditions; coupling length

【编者的话】

本刊加入“万方数据——数字化期刊群”的声明

为了实现科技期刊编辑、出版发行工作的电子化,推进科技信息交流的网络化进程,我刊现已入网“万方数据——数字化期刊群”,所以,向本刊投稿并录用的稿件文章,将一律由编辑部统一纳入“万方数据——数字化期刊群”,进入因特网提供信息服务。凡有不同意见者,请别投它刊。本刊所付稿酬包括刊物内容上网服务报酬,不再另付。

“万方数据——数字化期刊群”是国家“九五”重点科技攻关项目,截止2000年6月已有1500种期刊全文上网(网址:<http://www.chinainfo.gov.cn/periodical>)。本刊全文内容按照统一格式制作编入“万方数据——数字化期刊群”,读者可上因特网进入“万方数据——数字化期刊群”查询浏览本刊内容,也欢迎各界朋友通过“万方数据——数字化期刊群”向我刊提出宝贵意见、建议,或征订本刊。

《光学学报》编辑部

2002年2月

敬告作者

根据“中国学术期刊(光盘版)”和“美国工程信息公司(EI)数据库”的要求,本刊将对刊登的论文增加下列内容:

1. 论文第一作者简介(30~50字)。可按以下顺序列出:姓名(出生年月)、性别、民族(汉族可省略)、籍贯、职称、学位、研究方向。在简介前加“作者简介:”作为标识。

2. 电子信箱

3. 文章参考文献类型标识:M——专著(书);C——论文集;J——期刊文章;D——学位论文;R——报告;S——标准;P——专利。[参考文献的题目、作者(3位以上写满3位)、年、卷、期、起止页码均须给全并准确]

希作者在投稿时提供以上信息,谢谢合作。

《光学学报》编辑部

2002年2月