

文章编号 : 0253-2239(2002)02-0174-04

# 掺铒光波导放大器的速率方程分析

陈海燕<sup>1)2)</sup> 刘永智<sup>1)</sup> 官周国<sup>1)3)</sup> 黄小莉<sup>1)</sup> 张少先<sup>1)</sup>

(1), 电子科技大学光电子技术系宽带光纤传输与通信系统技术国家重点实验室, 成都 610054  
(2), 江汉石油学院数理系, 荆州 434102  
(3), 西南技术物理研究所, 成都 610041

摘要: 用重合积分的方法, 分析了描述掺铒光波导放大器(EDWA)的速率方程, 得到了 980 nm 波段抽运的掺铒光波导放大器增益的隐式解析解, 在此基础上得到了抽运阈值功率的解析表达式。计算了掺铒平面光波导放大器中的光场与铒掺杂浓度分布的重叠因子。讨论了铒掺杂浓度对抽运阈值功率的影响及抽运功率对增益的影响。

关键词: 集成光学; 掺铒光波导; 光放大器; 速率方程

中图分类号: TN252; TN24 文献标识码: A

## 1 引 言

光波导放大器(EDWA)是继光纤放大器(EDFA)之后的又一新型光放大器, 近年来引起人们极大的兴趣<sup>[1-3]</sup>。其特点是体积小(衬底尺寸为厘米量级), 单位长度增益高、便于集成。为了在如此短的器件上获得较大的增益, 掺杂的  $Er^{3+}$  密度比光纤放大器高出两个数量级(约  $10^{26}$  ions/ $m^3$ )。自从 1991 年 Mahmoud 等人<sup>[4]</sup>用离子交换方法制作出光波导放大器以来, 近 10 年里经过大量实验研究, 已开发出多种制作技术<sup>[5]</sup>。

除了大量的实验研究外, 人们对光波导放大器也作了大量的理论工作。描述波导放大器的速率方程组中包含一组非线性方程, 因而大多数只能作数值分析<sup>[6-8]</sup>。相比较而言, 在寻求解析描述方面的工作还做得不多。本文用重叠因子的方法, 对描述掺铒光波导放大器的速率方程进行了研究, 得到了 980 nm 波段抽运的掺铒光波导放大器增益的隐式解析解, 在此基础上得到了抽运阈值功率的解析表达式。并计算了掺铒平面光波导放大器中的光场与铒掺杂浓度分布之间的重叠因子。讨论了铒掺杂浓度对抽运阈值的影响及抽运功率对增益的影响。

## 2 速率-传输方程分析

掺铒光波导放大器的信号放大作用是利用光波

导中掺入的铒( $Er^{3+}$ )在抽运光作用下的受激辐射来实现的。在 980 nm 波段的光抽运下, 掺铒光波导放大器是三能级系统。图 1 是掺铒光波导中  $Er^{3+}$  的能级图。



Fig. 1 Energy level diagram of  $Er^{3+}$

图 2 是掺铒光波导放大器结构简图。

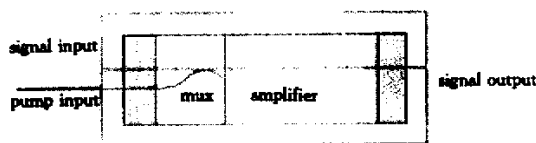


Fig. 2 Amplifier diagram

$Er^{3+}$  吸收由抽运光源发出的光, 被激发到  $^4I_{11/2}$ , 该能级的不稳定性导致无辐射衰减, 使粒子快速转移到亚稳态能级  $^4I_{13/2}$  而形成粒子数反转。由于粒子在亚稳态能级上的寿命(约 10 ms)远大于激发态上的寿命, 因此可以认为激发态上的粒子数为零, 且可保证大多数铒离子能等待形成受激辐射而不至于产生自发辐射。故可不考虑放大的自发辐射(ASE), 从而可用二能级粒子与双波长光场相互作用来描述掺铒光波导放大器。

用下标 p, s 分别标记抽运光和信号光, 速率方程<sup>[6]</sup>可简化为

$$\frac{dN_2(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\sigma_{ap} I_p(x, y, z, t)}{h\nu_p} N_1(x, y, z, t) + \frac{\sigma_{as} I_s(x, y, z, t)}{h\nu_s} N_1(x, y, z, t) - \frac{\sigma_{es} I_s(x, y, z, t)}{h\nu_s} N_2(x, y, z, t) - A_{21} N_2(x, y, z, t), \quad (1)$$

$$N_1(x, y, z, t) + N_2(x, y, z, t) = N_T(x, y, z, t). \quad (2)$$

式中  $N_1$ 、 $N_2$  分别表示基态( $^4I_{15/2}$ )和亚稳态的粒子数密度。 $h\nu_p$ 、 $h\nu_s$  分别表示抽运光和信号光光子的能量。 $\sigma_{ap}$ 、 $\sigma_{as}$  代表基态对抽运光和信号光的吸收截面,  $\sigma_{es}$  为激发态的受激辐射截面;  $A_{21}$  为自发辐射几率,  $A_{21} = 1/\tau_{21}$ ,  $\tau_{21}$  为亚稳态粒子的寿命。 $N_T(x, y, z)$  为  $\text{Er}^{3+}$  掺杂粒子数密度。设光线沿  $z$  方向传播, 在前向抽运的情况下, 忽略波导损耗, 在稳态情况下, 抽运光和信号光沿  $z$  轴的传输方程为<sup>[6]</sup>

$$\frac{dP_p^+(z)}{dz} = -\gamma_p(z)P_p^+(z), \quad (3)$$

$$\frac{dP_s(z, \nu_s)}{dz} = [\gamma_{21}(z, \nu_s) - \gamma_{12}(z, \nu_s)]P_s(z, \nu_s). \quad (4)$$

边界条件

$$\left. \begin{aligned} P_p^+(0) &= P_{p0}, \\ P_s(0, \nu_s) &= P_{s0}(\nu_s). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中  $\gamma_p(z)$ 、 $\gamma_{12}(z, \nu_s)$ 、 $\gamma_{21}(z, \nu_s)$  分别为

$$\gamma_p(z) = \iint_A \psi_p(x, y) \sigma_{ap} N_1(x, y, z) dx dy, \quad (6)$$

$$\gamma_{12}(z, \nu_s) = \iint_A \psi_s(x, y) \sigma_{as} N_1(x, y, z) dx dy, \quad (7)$$

$$\gamma_{21}(z, \nu_s) = \iint_A \psi_s(x, y) \sigma_{es} N_2(x, y, z) dx dy, \quad (8)$$

式中  $A$  为波导区的横截面面积,  $\psi_p(x, y)$ 、 $\psi_s(x, y)$  分别为抽运光和信号光的归一化强度。

在波导中, 光场可写成场横向分布与纵向变化的两个函数之积, 即

$$\left. \begin{aligned} I_p(x, y, z) &= \psi_p(x, y) I_p(z), \\ I_s(x, y, z) &= \psi_s(x, y) I_s(z). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

类似地, 粒子数分布也可写成

$$N_{1,2}(x, y, z) = f(x, y) N_{1,2}(z), \quad (10)$$

其中  $f(x, y)$  为归一化的掺杂(横向)分布函数。

$N_{1,2}$  分别为基态和亚稳态上  $\text{Er}^{3+}$  数密度。

引入光波模场与  $\text{Er}^{3+}$  掺杂分布之间的重合积分  $\Gamma$ , 它与半导体激光器采用的限制因子类似, 其定义为

$$\Gamma_{p,s} = \iint \psi_{p,s}(x, y) f(x, y) dx dy, \quad (11)$$

积分区域为掺铒波导范围。

在稳态情况下, 对(1)式、(2)式横向积分, 有<sup>[9]</sup>

$$\frac{\sigma_{ap} \Gamma_p P_p^+(z)}{Ah\nu_p} N_1(z) + \frac{\sigma_{as} \Gamma_s P_s(z)}{Ah\nu_s} N_1(z) - \frac{\sigma_{es} \Gamma_s P_s(z)}{Ah\nu_s} N_2(z) - \frac{N_2(z)}{\tau_{21}} = 0, \quad (12)$$

$$N_1(z) + N_2(z) = N_T. \quad (13)$$

利用(6)式~(11)式可将(3)式、(4)式写为

$$\frac{dP_p^+(z)}{dz} = -\sigma_{ap} N_1(z) \Gamma_p P_p^+(z), \quad (14)$$

$$\frac{dP_s(z, \nu_s)}{dz} = [\sigma_{es} N_2(z) - \sigma_{as} N_1(z)] \Gamma_s P_s(z, \nu_s). \quad (15)$$

由(12)式~(15)式, 并利用(5)式, 可推得

$$\begin{aligned} [G(z)] \exp(-\gamma \Gamma_s \sigma_{es} N_T z) &= \\ 1 - \frac{\nu_p P_{s0}}{\nu_s P_{p0}} [G(z) - 1] - & \\ \frac{[\ln G(z) + \Gamma_s \sigma_{as} N_T z] Ah\nu_p}{\tau_{21} P_{p0} \Gamma_s (\sigma_{as} + \sigma_{es})} &, \end{aligned} \quad (16)$$

其中  $\gamma = \frac{\Gamma_p \sigma_{ap}}{\Gamma_s (\sigma_{as} + \sigma_{es})}$ ;  $G(z) = \frac{P_s(z)}{P_{s0}}$  (单位为 dB) 表示放大器的增益。(16)式即为光波导放大器增益的隐式解析式。

在抽运阈值下, 信号光通过长度为  $L$  的波导后功率保持不变, 即  $G(L) = 1$ , 代入(16)式有

$$P_{\text{pth}} = \frac{Ah\nu_p \sigma_{as} N_T L}{\tau_{21} (\sigma_{es} + \sigma_{as}) [1 - \exp(-\gamma \Gamma_s \sigma_{es} N_T L)]}. \quad (17)$$

(17)式即为抽运阈值功率的表达式。可见, 在不计上转和放大自发辐射的情况下, 掺铒光波导放大器的阈值抽运功率和掺铒光纤放大器一样, 与信号光光强无关。

### 3 重合积分 $\Gamma$ 的计算

以典型的三层非对称掺铒平面光波导为例进行计算, 其结构如图3, 波导参数为折射率  $n_2 = 1.6$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_3 = 1.51$ , 入射信号光波长  $\lambda_s =$

1.531  $\mu\text{m}$ 。抽运光波长  $\lambda_p = 0.98 \mu\text{m}$ , 厚度  $h = 1000 \text{ nm}$ , 以上数据来自文献 [6]。设光波(信号光与抽运光)沿  $z$  轴传播, 波导中的光场分布(TE 模)为<sup>[10]</sup>

$$E_y = \begin{cases} A \exp[-\beta_1(x-h)] & x > h, \\ B \cos \beta_2 x + C \sin \beta_2 x & h > x > 0, \\ D \exp(\beta_3 x) & x < 0. \end{cases} \quad (18)$$

式中  $A, B, C, D$  为任意常数,

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n_{\text{eff}}^2 - n_1^2}, \\ \beta_2 &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n_2^2 - n_{\text{eff}}^2}, \\ \beta_3 &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n_{\text{eff}}^2 - n_3^2}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$\lambda$  为光波波长,  $n_{\text{eff}}$  为有效折射率。由连续条件:  $E_y, \partial E_y / \partial x$  在  $x = 0, h$  处连续, 可得色散方程

$$\tan \beta_2 h = \frac{\beta_2(\beta_1 + \beta_3)}{\beta_2^2 - \beta_1 \beta_3}. \quad (20)$$

利用数值计算即可分别求得光波导中增益介质对信号光和抽运光的有效折射率分别为:  $n_{\text{eff}_s} = 1.5227$ ,  $n_{\text{eff}_p} = 1.5240$  和  $1.5813$ 。将所求得的有效折射率代入连续条件, 并利用归一化条件即可求得光场分布  $\psi_{p,s}(x, y)$  本文中为  $\psi_{p,s}(x)$ 。在均匀掺杂的情况下, 利用(11)式, 可求得信号光和抽运光与  $\text{Er}^{3+}$  掺杂分布之间的重合积分分别为  $\Gamma_s = 0.53, \Gamma_p = 0.58$ 。

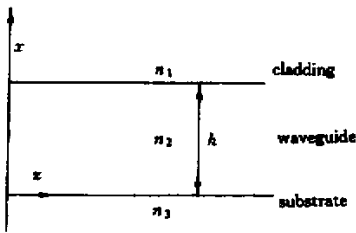


Fig. 3 Planar waveguide geometry and refractive index profile<sup>[6]</sup>

## 4 讨 论

利用文献 [6] 给出的有关参数:

$$\begin{aligned} N_0 &= 1.0 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}, \\ \sigma_{\text{es}} &= 5.41 \times 10^{-25} \text{ m}^2, \\ \sigma_{\text{as}} &= 5.36 \times 10^{-25} \text{ m}^2, \\ \sigma_{\text{ap}} &= 2.58 \times 10^{-25} \text{ m}^2, \\ \nu_p &= 3.061 \times 10^{14} \text{ Hz}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nu_s &= 1.9595 \times 10^{14} \text{ Hz}, \\ h &= 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \\ \tau_{21} &= 10 \text{ ms}, \\ A &= 3. \times 10^{-12} \text{ m}^2, \end{aligned}$$

和计算值  $\Gamma_p = 0.58, \Gamma_s = 0.53$ , 设输入信号光功率  $P_s = 1 \mu\text{W}$ 。

### 4.1 增益阈值

图 4 为在不同铒掺杂浓度下, 抽运阈值功率与光波导长度的关系曲线。从图可看出, 在一定的掺杂浓度下, 波导越长, 抽运阈值越高; 在同一波导长度下, 掺杂浓度愈高, 抽运阈值也愈高。这是因为波导长度增加或掺杂浓度较高时, 波导对信号光的吸收增加, 为了使信号光通过波导后功率保持不变, 则应增加抽运功率, 即抽运阈值提高。

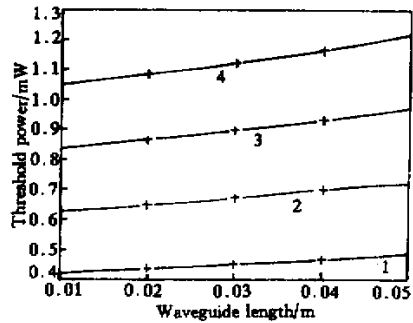


Fig. 4 Waveguide length versus threshold at different doped concentration (1:  $N_T = 1.0 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}$ , 2:  $N_T = 1.5 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}$ , 3:  $N_T = 2.0 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}$ , 4:  $N_T = 2.5 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}$ )

### 4.2 增益特性

利用(16)式, 用牛顿迭代法可以计算光波导放大器的增益。图 5 为不同长度下小信号增益随抽运功率变化的曲线。从图上可以看出在一定的抽运功率(高于阈值)下, 波导长度越长, 增益越大。在同一波导长度下, 随着抽运功率的增加, 增益随着增加且逐渐趋于饱和, 这是由于抽运光引起的增益饱和。

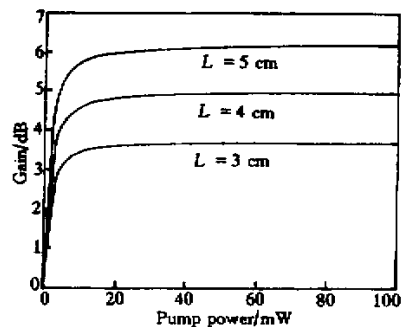


Fig. 5 Pumping power versus gain

这与文献 [6] 的结果一致。

**结论** 本文在忽略放大自发辐射的情况下,用重合积分方法分析了用于描述掺铒光波导放大器的均匀加宽三能级结构的速率方程和传输方程,得到了 980 nm 波段抽运的掺铒光波导放大器增益的隐式解析解,在此基础上得到了抽运阈值功率的解析表达式。计算了平面掺铒光波导放大器中的光场与铒浓度掺杂分布之间的重叠因子。这对光波导放大器的设计有一定的指导作用。

### 参 考 文 献

- [1] Nykolak G, Haner M, Becker P C *et al.*. Systems evaluation of an  $\text{Er}^{3+}$ -doped planar waveguide amplifier. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1993, **5**(10):1185~1187
- [2] Ohtsuki T, Honkanen S, Najafi S I *et al.*. Gain characteristics of a high concentration  $\text{Er}^{3+}$ -doped phosphate glass waveguide. *J. Appl. Phys.*, 1995, **78**(6) 3617~3621
- [3] Choi Y B, Cho S H. Er-Al codoped silicate planar light waveguide-type amplifier fabricated by radio-frequency sputtering. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(4) 263~265
- [4] Abouelleil M M, Ball G A, Nighan W L. Low-loss erbium-

- doped ion-exchanged channel waveguides. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(24):1949~1951
- [5] Cheng Haiyan, Guan Zhonguo, Liu Yongzhi. Recent progress in Er-doped optical glass waveguide amplifiers. *Semiconductor Optoelectronics*(半导体光电), 2000, **21**(6) 381~383(in Chinese)
- [6] Pasquale F D, Zoboli M. Analysis of erbium-doped waveguide amplifiers by a full-vectorial finite-element method. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 1993, **11**(10):1565~1573
- [7] Caccavale F, Segato F, Mansour I. A numerical study of erbium doped active  $\text{LiNbO}_3$  waveguides by the beam propagation method. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 1997, **15**(12) 2294~2299
- [8] Vermelho M V D, Ulf P, Stewart A J. Simple and accurate procedure for modeling erbium-doped waveguide amplifiers with high concentration. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 2000, **18**(3) 401~407
- [9] Du Geguo, Chen Guofu, Liu Dongfeng. Theoretical studies on the distribution of pump power for 980 nm-pumped erbium-doped fiber amplifier. *Acta Optica Sinica*(光学学报), 2000, **20**(2):175~180(in Chinese)
- [10] Ye Peida, Wu Yizun eds. *Fundation Theory for Waveguide Technology*(光波导技术基本理论). Beijing: People's Post and Telecommunications Publishing House, 1984. 77~78(in Chinese)

## Rate Equation Analysis of Erbium-Doped Optical Waveguide Amplifiers

Chen Haiyan<sup>1)2)</sup> Liu Yongzhi<sup>1)</sup> Guan Zhonguo<sup>1)3)</sup> Huang Xiaoli<sup>1)</sup> Zhang Shaoxian<sup>1)</sup>

(1), Department of Opto-Electronic Technology, National Key Laboratory of Broad-Band Optical Fiber Transmission and Communication Network Technology, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054

(2), Department of Mathematics and Physics, Jiangnan Petroleum University, Jingzhou 434102

(3), South-West Institute of Technical Physics, Chengdu 610041

(Received 23 October 2000; revised 22 December 2000)

**Abstract:** The rate equations for integrated erbium-doped waveguide amplifiers (EDWA's) pumped at 980 nm wavelength are analyzed using overlapping factors methods. An analytical implicit gain solution of EDWA's is derived. Based on which an analytical threshold expression of pumping power is obtained, and overlapping factors between the erbium concentration and the pumping and signal light field intensity distribution inside the erbium-doped planar optical waveguide amplifiers are calculated. The effect of erbium-doped concentration on pump threshold power and the effect of pump power on gain are discussed.

**Key words:** integrated optics; erbium-doped optical waveguide; optical amplifiers; rate equations