

文章编号 : 0253-2239(2002)02-0157-04

稀薄等离子体中激发尾波场的共振条件*

余华德 陈朝阳 余 玮 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所强光光学开放实验室, 上海 201800)

摘要: 研究了在稀薄等离子体中强激光激发尾波场的情况, 发现尾波场的激发与入射激光的脉冲宽度有共振现象。在光强很小情况下, 共振所需要的入射激光脉冲宽度为 $\lambda_p/2$, 随着光强的增大共振激光脉冲宽度减小。同时发现在稀薄等离子体中激发的尾波势场与等离子体的密度几乎无关, 而激发的尾波场最大电场强度与等离子体的密度有关。

关键词: 稀薄等离子体; 尾波场; 共振条件

中图分类号: O53 文献标识码: A

1 引 言

激光尾波加速器(Laser Wake Field Accelerator)能够作为很紧凑的高能电子源, 自 Tajima 等^[1]于 1979 年提出以来, 已经引起了实验^[2,3]和理论上的关注^[4,5]。当一束强激光在等离子体中传播时, 有质动力会使等离子体中的电子偏离平衡位置。因为离子质量远大于电子, 我们可以认为离子静止不动。激光通过等离子体后, 电荷的不平衡产生了等离子体波, 这就是尾波(wake wave)。与这个波相联系的径向电场能够非常大(大于 10 GeV/m), 通过外界注入或者由等离子体提供的电子在很短距离内(几个毫米)能够被加速到较高的能量(10 MeV ~ 100 MeV)。当电子振荡超过等离子体能承受的最大幅度, 尾波会发生波破裂(wave-breaking)。考虑一束脉冲光斑的尺寸为 L 的激光入射到波长为 λ_p 的等离子体中的情形, 一般认为 L 近似于 $\lambda_p/2$ 时, 激发的静电场最大^[1,6], 这就是尾波激发的共振条件。引入重要的光强参数

$$a_0 = eA_0 / (mc^2) \approx 8.5 \times 10^{-10} \lambda_0 I_0^{1/2},$$

式中 A_0 为激光矢势的模, λ_0 是以 μm 为单位的激光波长, I_0 是以 W/cm^2 为单位的激光功率。则 $a_0 \ll 1$ 时, 尾波为正弦或余弦型, 激光脉冲的宽度近似等于等离子体波的半周期时, 大幅度的等离子体波被激光脉冲激发。但随着入射激光光强的增加(如 $a_0 \approx$

1), 尾波波型会发生变化, 尾波被激发的条件也发生了改变, $L \approx \lambda_p/2$ 不再成立。本文用数值方法计算了不同光强的激光在不同密度的等离子体中产生的尾波共振条件, 研究了尾波激发的共振条件改变的规律。同时发现尾波获得的激光能量主要依赖于入射激光的光强, 与等离子体的密度关系不大。

2 基本方程组

考虑一束短脉冲平面波激光在均匀的气态稀薄等离子体中传播, 在电子运动的时间尺度上, 我们可以认为等离子体中的离子保持静止。等离子体中的电子对激光脉冲的响应可用下面的方程描述^[7]:

$$v_{\perp} = a/\gamma, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma v_z) = \frac{\partial}{\partial z}(\varphi - \gamma), \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}n = -\frac{\partial}{\partial z}(nv), \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi = n - Zn_i, \quad (4)$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbf{a} = n\mathbf{v} + \frac{\partial}{\partial t}(\nabla\varphi), \quad (5)$$

式中各物理量已经归一化了, v 是用 c 归一后的电子速度, \mathbf{a} 和 φ 分别为用 mc^2/e 归一后的矢势和标势, m 为电子质量, e 为基本电荷电量, c 为真空中的光速, 时间由 ω^{-1} 归一, 空间坐标用 k^{-1} 归一, 其中 ω 和 k 分别为激光在真空中的圆频率和波数, $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$ 为相对论因子, n 为用临界密度 n_c 归一化后的电子密度, n_i 和 Z 分别为离子密度和电荷数。运用准静态假设^[4]近似, 引入坐标系

* 国家科委 863 高科技(863-416-1)和上海应用物理中心资助课题。

$$\xi = z - v_g t, \quad \tau = t,$$

其中, $v_g = (1 - Zn_i)^{1/2}$ 为激光在等离子体中传播的群速度, $\gamma = Zn_i^{-1}$, 则(1)式和(2)式变为研究尾波场激发的常微分方程和代数方程组:

$$\varphi - \gamma + \gamma v_z v_g = -1, \quad (6)$$

$$n v_z - n v_g = -Zn_i v_g, \quad (7)$$

$$\gamma^2 = 1 + a^2 + (\gamma v_z)^2, \quad (8)$$

$$\frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} = v_g \left[1 - Zn_i \frac{(1 + a^2)}{(1 + \varphi)^2} \right]^{-1/2} - 1. \quad (9)$$

应该指出的是, 本文只考虑激光与稀薄等离子体的相互作用, 由于 $n \ll n_c$, 即 $\lambda_p \gg \lambda_0$, $\lambda_p = 2\pi(1 - Zn_i)/Zn_i$ 为用 k^{-1} 归一后的等离子体波长, λ 为激光脉冲的波长, 忽略了尾波场对激光光场的影响. 因此, 在上述方程组中 a 的形式是已知的.

3 计算结果

在用数值方法解这个方程组前, 我们简要讨论一下在非相对论即 $a \ll 1$ 的情况, 这时(5)式和(6)式变为

$$(1 - v_g)v_z + a^2/2 - \varphi = 0, \quad (10)$$

$$\left(\frac{d^2}{d\xi^2} + k_p^2 \right) \varphi = \frac{1}{2} k_p^2 a^2. \quad (11)$$

这里我们认为

$$(2\varphi - a^2)v_g^2 \ll 1, \quad k_p = 2\pi/\lambda_p.$$

为了简洁地看出尾波场激发的共振现象, 取入射激光脉冲为 $a^2 = a_0^2 \cos(\pi\xi/L)$ ($|\xi| < L/2$), 并且在其他地方 $a \equiv 0$, 则激光脉冲的光斑尺寸为 L . (7)式和(8)式的解为

$$\varphi = A \sin(k_p \xi) + B \cos(k_p \xi) + \frac{a_0^2 \cos(\pi\xi/L)}{2(1 - \lambda_p^2/4L^2)}, \quad (12)$$

式中 A, B 为常数. 显然当 L 近似于 $\lambda_p/2$ 时共振发生, 大幅度的尾波场被激发. 所以共振条件为激光的脉冲宽度接近等离子体波长的一半, 这已经被广泛地采纳.

考虑圆偏振的高斯型激光脉冲

$$a^2 = a_0^2 \exp(-\xi^2/L^2),$$

数值求解(6)式得到尾波场的势场 φ^p 和相应的电场 $E^p = \partial\varphi^p/\partial\xi$, 如图1~图3所示. 当激光强度低时, 如图1中 $a_0 = 0.1$ 情况, 尾波场近似认为是正弦或余弦函数, 尾波场的平均势能为零. 当激光光强 $a_0 > 1$ 时, 如图2、图3, 尾波场的形状已经不再是

正余弦函数, 平均势能为正值, 意味着等离子体从激光场中获得了能量, 产生强激光作用下的等离子体电子辐射^[4].

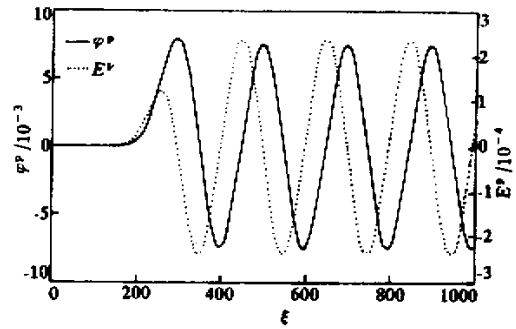


Fig.1 The wake potential and the strength of the wake-field versus the position $\xi = z - v_g t$ ($a_0 = 0.01, Zn_i = 0.001, L = 4\lambda_p$)

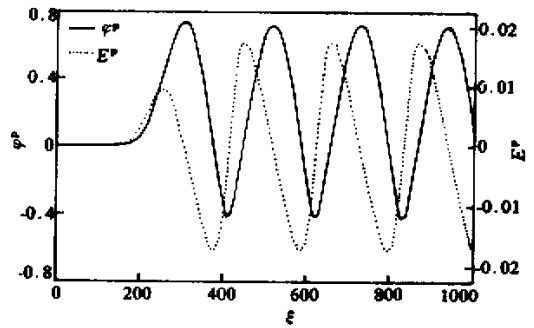


Fig.2 The wake potential and the strength of the wake-field versus the position $\xi = z - v_g t$ ($a_0 = 1, Zn_i = 0.001, L = 4\lambda_p$)

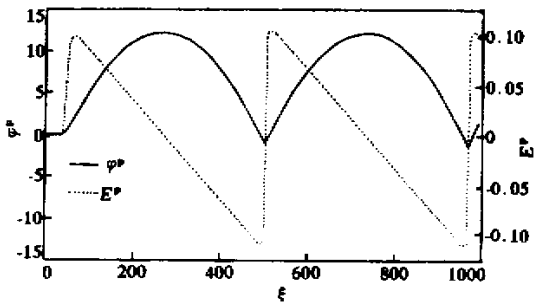


Fig.3 The wake potential and the strength of the wake-field versus the position $\xi = z - v_g t$ ($a_0 = 5, Zn_i = 0.001, L = 4\lambda_p$)

图4显示了在不同强度的入射激光脉冲作用下激发的等离子体波的最大势能和激光强度平方比值随脉冲宽度的变化. 当 $a \ll 1$ 时, 激光脉冲宽度与激发的等离子体波最大势能的变化关系会保持不变. 高斯型激光光束在 $2L/\lambda_p = 1.0$ 附近共振. 如 $a_0 =$

0.1 时,从图 4 可看出共振条件仍为 $L \approx \lambda_p/2$ 即有效脉冲宽度等于等离子体波长的一半时,激发的等离子体波场最大。但随着入射光强的增大,尾波激发所需的共振条件发生了变化,光强越大,“共振”所要求的激光脉冲宽度越短;“共振”激光脉冲宽度 L 应小于 $\lambda_p/2$ 。如 $a_0 = 5$ 时, $L \approx \lambda_p/8$ 。这主要归咎于电子在强激光下的相对论性运动。

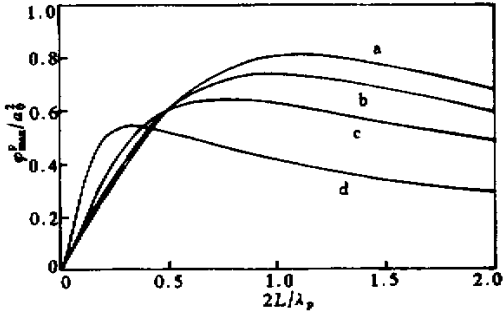


Fig. 4 The ratio of the maximum wake potential of wake-field to the square of the laser intensity versus the laser pulse width with different laser intensity ($Zn_i = 0.001$) a: $a_0 = 0.1$; b: $a_0 = 1$; c: $a_0 = 2$; d: $a_0 = 5$

图 5 显示了在不同强度的入射激光脉冲作用下激发的等离子体波的最大场强和激光强度比值随脉冲宽度的变化。同图 4 一样可以看出,在一定强度的激光脉冲入射下,激发的尾波场的最大场强也存在共振现象。随着光强的增大,“共振”所要求的激光脉冲宽度越短。但对比图 4 和图 5 就知道,一般情况下,激发等离子体波的最大势能所需的“共振”激光脉冲宽度与激发的尾波场的最大场强所需的“共振”激光脉冲宽度是不一致的。

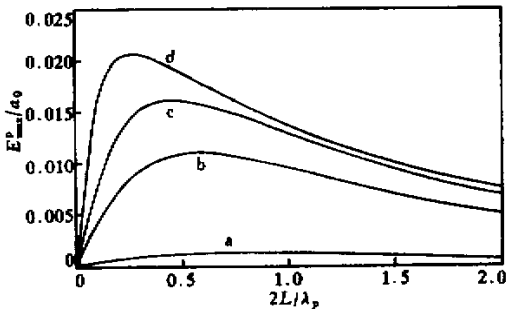


Fig. 5 The ratio of the strength of the wake-field to the laser intensity versus the laser pulse width with different laser intensity ($Zn_i = 0.01$) a: $a_0 = 0.1$; b: $a_0 = 1$; c: $a_0 = 2$; d: $a_0 = 5$

图 6 显示了不同等离子体密度情况下激发的等离子体波最大幅度和激光强度平方比值随激光脉冲

宽度的变化。在等离子体密度相差 100 倍的情况下;“共振”所要求的激光脉冲宽度很接近,同时激发的等离子体的势能很相近。图 7 显示了不同等离子体密度情况下激发的等离子体波最大场强幅度和激光强度比值随激光脉冲宽度的变化,可以看到等离子体通过尾波获得的激光能量主要依赖于光强,电子密度主要改变激发等离子体波的电场强度。对于稀薄的等离子体,电子密度越小,激光能激发的电场越弱。但因为同时等离子体的波长变大,也就是激光有质动力导致的电荷分离的距离变大,等离子体能够获得能量并未显著减小。

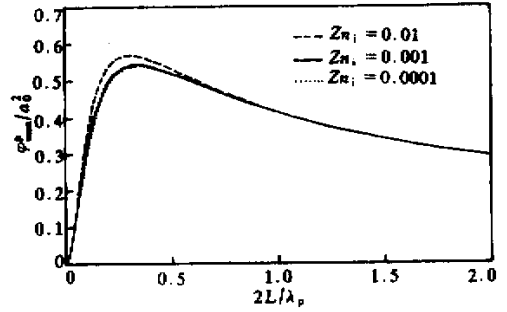


Fig. 6 The ratio of the maximum wake potential of wake-field to the square of the laser intensity versus the laser wave width in the case of different background plasma density ($a_0 = 5$)

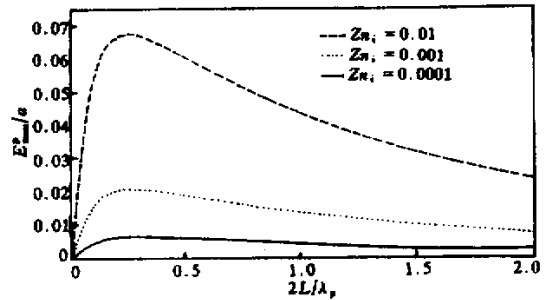


Fig. 7 The ratio of the strength of the wake-field to the laser intensity versus the laser pulse width in the case of different background plasma density ($a_0 = 5$)

考虑(9)式,当

$$v_E [1 - Zn_i(1 + a^2)(1 + \varphi)^2]^{1/2} < 1$$

时,

$$d^2 \varphi / d\xi^2 > 0,$$

尾波场不再震荡,而是指数衰减。这种情况称为等离子体波破裂。在出现波破裂情况下,理想的最大尾波场势能为

$$\varphi_{\max} = (1 + a^2)^{1/2} - 1.$$

然而实验上的最大尾波场势能要比理想值小,这主

要有两方面的原因,一方面在等离子体波峰值附近的等离子体密度要求趋向无限大,这与等离子体的压力相矛盾;一方面沿等离子体波相速度方向有很大热速度的电子可能被俘获,而被俘获的电子不可避免地会使尾波场衰减。

小结与讨论 我们用一常微分方程和代数方程组研究了强激光在稀薄等离子体中激发尾波场的特点,发现尾波场的激发与入射激光的脉冲宽度有共振现象。随着光强的不断增大,共振所需要的入射激光脉冲宽度也要不断减小,从光强很弱时的脉冲宽度 $L \approx \lambda_p/2$ 变到光强很大时的 $L \approx \lambda_p/8$ 。同时发现在稀薄等离子体中激发的尾波势场与等离子体的密度几乎无关,只有激发的尾波场最大电场强度与等离子体的密度相关,等离子体通过尾波获得的激光能量主要依赖于光强。在我们的计算中,考虑到等离子体密度很低,忽略尾波场对激光光场的影响是个很好的近似,若等离子体密度不太低,则尾波场对激光光场的影响必须加以考虑,需要一组完全自恰的方程组去求尾波激发问题,这将在下一步工作中

解决。

参 考 文 献

- [1] Tajima T, Dawson J M. Laser electron accelerator. *Phys. Rev. Lett.*, 1979, **43**(4) 267~270
- [2] Modena A, Najmudin Z, Dangor A E *et al.*. Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves. *Nature*, 1995, **377**(6550) 606~608
- [3] Nakajima K, Fisher D, Kawakubo T *et al.*. Observation of ultrahigh gradient electron acceleration by a self-modulated intense short laser pulse. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**(22) 4428~4431
- [4] Sprangle P, Esarey E, Ting A. Nonlinear theory of intense laser-plasma interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(17) 2011~2014
- [5] Esarey E, Sprangle P, Krall J *et al.*. Overview of plasma-based accelerator concepts. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 1996, **24**(2) 252~288
- [6] Dalla S, Lontano M. On the maximum longitudinal electric field of a large amplitude electron plasma wave excited by a short electromagnetic radiation pulse. *Phys. Lett. (A)*, 1993, **173**(6) 456~461
- [7] Esarey E, Ting A, Sprangle P *et al.*. Nonlinear analysis of relativistic harmonic generation by intense laser in plasma. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 1993, **21**(1) 95~104

Resonant Condition for Wake-Field Excitation in Rare Plasma

Yu Huade Chen Zhaoyang Yu Wei Xu Zhizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 2 March 2001; revised 19 April 2001)

Abstract: The wake-field excitation by intense laser pulse in rare plasma is investigated. The wake-field excitation depends on laser pulse width. The resonant condition is given, as the laser intensity increases, the optimum laser pulse width decreases from the half of the plasma wavelength in a very low laser intensity. In rare plasma, the strength of the wake-field depends on the background plasma density, while the maximum wake potential of wake-field is dependent on it.

Key words: rare plasma; wake-field; resonant condition