文章编号:0253-2239(2002)11-1400-04

# 含色散与非线性媒质的光子晶体的简正耦合模\*

### 江海涛 刘念华

#### (南昌大学材料科学研究所,南昌 330047)

摘要: 利用传输矩阵方法及对色散媒质采用洛伦兹振子模型,研究了一维含色散媒质的光子晶体的简正耦合模, 并计算了该结构的复有效折射率。在光学双稳态中,与仅含非线性媒质的光子晶体相比,得到了低得多的阈值入 射光强。

关键词: 光子晶体;耦合模;克尔非线性;双稳态 中图分类号:0734<sup>+</sup>.1 文献标识码:A

## 1 引 言

近年来,光与一维光子晶体微腔中的媒质的相 互作用问题越来越受到人们的关注<sup>[1~3]</sup>。当腔中含 色散媒质(例如二能级体系、半导体量子阱)时,光与 色散媒质的相互作用使得单一纵腔模与色散媒质的 共振相互耦合而形成腔极化激元,该极化激元又称 为简正耦合模<sup>12]</sup>。在反射谱、透射谱及发光实验 中 均可观察到光学共振的简正模分裂11。因为由 简正模耦合(NMC)形成的腔极化激元有较大的德 布罗意波长 因而利用简正模耦合微腔有可能制造 出高效优质的发光二极管、低阈值的相干光发射器 及滤波器等1]。当腔中含非线性媒质(例如克尔介 质 时 由于腔模受到光场强度的非线性调制而移 动、系统在光学响应中能够出现双稳态、多稳态及光 学限制等特性<sup>[4~8]</sup>。因此,非线性光子晶体微腔可 用于光学开关、逻辑门及光学双稳记忆器件的制造 **中**<sup>[1,2,4~8]</sup>

对于腔中仅含色散媒质的光子晶体微腔和仅含 非线性媒质的光子晶体微腔,人们均作过详细研究。 本文对于腔中同时含有色散与非线性媒质的光子晶 体微腔进行研究。

## 2 线性耦合模

考虑一个由 A 和 B 交替堆砌而成的多层系统。

E-mail :nhliu@ncu.edu.cn

收稿日期 2001-11-12; 收到修改稿日期 2002-01-16

 $A 层和B 层的折射率分别为<math>n_A$ 和 $n_B$ ,实际厚度分别为a和b,光学厚度均为 $\lambda_0/4(\lambda_0$ 为1/4 波堆截止带中心频率对应的波长)。将处于系统中心的 A用色散媒质 C 取代,系统结构变为 …ABABCBABA…。假设 z轴的方向为从左至右,C的位置定为原点0,电磁波沿 z方向进入该系统。

用洛伦茲振子模型来模拟色散媒质的线性共振 极化率:

$$\chi_{\rm res} = -\frac{G}{(\hbar\omega - \hbar\omega_{\rm A}) + i\gamma}, \qquad (1)$$

其中  $\omega$  为光场频率  $\omega_A$  为振子共振频率  $\gamma$  为振子 的半高全线宽 ,G 正比于振子的振动强度(依赖于 跃迁矩阵元及振子的密度 )。

设 *C* 层很薄 ,即其厚度远小于  $\lambda_0$  ,则其介电函数可用 δ函数模型表示为<sup>4  $\beta$  3</sup>

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_B + \frac{\chi_{\rm res}}{\varepsilon_0} \delta(z).$$
 (2)

C 层附近的场方程为

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2} E(z) + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\omega) E(z) = 0.$$
 (3)

将共振极化率  $\chi_{res}(\omega)$ 简记为  $\chi(\omega)$ ,上式可化为

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2} E(z) + \frac{\omega^2}{c^2} n_B^2 E(z) +$$

$$\mu_0 \omega^2 \chi(\omega) (z) E(z) = 0.$$
 (4)

跨越色散媒质的波函数由矩阵 W 联接:

$$\begin{bmatrix} E(0^{+}) \\ \frac{c}{\omega}E'(0^{+}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\mu_{0}\omega c\chi(\omega) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(0^{-}) \\ \frac{c}{\omega}E'(0^{-}) \end{bmatrix},$$
(5)

现在求 W 的矩阵元 w 21 :

<sup>\*</sup> 教育部骨干教师资助计划(2000-65-J-9),863 计划 ICF 主题(863-416-1-10-5)资助课题。

$$w_{21} = -\mu_0 \omega c \chi(\omega) = \frac{\omega \mu_0 c G}{(\hbar \omega - \hbar \omega_A) + i \gamma} , (6)$$

设  $\omega = \tilde{\omega} \frac{2\pi c}{\lambda_0} = \tilde{\omega} \omega_0 \, \mu_0 c G/\hbar = \xi \, \gamma (\hbar \omega_0) = \Gamma ,$   $\sigma = \omega_A/\omega_0$ ,这里  $\tilde{\omega}$  是一个无量纲的数,表示以  $2\pi c/\lambda_0$ 为单位的频率值。下面我们将  $\tilde{\omega}$  记为 $\omega$ ,即 用  $\omega$ 表示无量纲的频率值  $\tilde{\omega}$ 。将它们代入(6)式得 到

$$w_{21} = \frac{\omega\xi}{(\omega - \sigma) + i\Gamma} , \qquad (7)$$

ξ为无量纲的耦合强度, Γ 为约化后的振子的半极 大线宽, σ则为约化后的振子的共振频率。对线性 (远离共振)部分,用传输矩阵的方法<sup>9]</sup>,有

$$\chi(z + \Delta z) = M_{\mu}(\Delta z)\chi(z), \quad (8)$$

其中,

$$M_{\mu}(\Delta z) = \begin{bmatrix} \cos(2\pi n_{\mu}\omega\Delta z) & n_{\mu}^{-1}\sin(2\pi n_{\mu}\omega\Delta z) \\ -n_{\mu}\sin(2\pi n_{\mu}\omega\Delta z) & \cos(2\pi n_{\mu}\omega\Delta z) \end{bmatrix},$$
$$\mu = A, B \qquad (9)$$

$$\diamondsuit \qquad \chi(z) = \begin{bmatrix} E(z) \\ \frac{c}{\omega} E'(z) \end{bmatrix}, \qquad (10)$$

设系统的周期数为 2N,最左边一层的左表面坐标为  $z_N$ ,最右边一层的右表面坐标为  $z_N$ 。则入射光场与透射光场的关系为

$$\chi(z_N) = \chi(\omega)\chi(z_N), \quad (11)$$

这里

X(ω) = [  $M_A(a)M_B(b)$ ]<sup>N</sup> W[  $M_B(b)M_A(a)$ ]<sup>N</sup> 是连接  $z_N$  与  $z_N$  处的矩阵乘积。

由 x(ω)容易算出单色场的透射系数为

$$f(\omega) = \frac{2}{[x_{11}(\omega) + x_{22}(\omega)] + [x_{21}(\omega) - x_{12}(\omega)]}.$$
(12)

其中 x<sub>ij</sub> 为 X 的矩阵元。

设材料 A 的折射率  $n_A = 2.5$  材料 B 的折射率  $n_B = 1.5$  ,忽略材料 A、B 对光的吸收。当腔中不含 色散媒质 ,即  $\xi = 0$  时 ,在频率带隙的中心处出现一 共振透射峰 ,这就是光子晶体微腔的单一纵腔模 (如 图 1 虚线所示 )。当腔中含色散媒质时 ,由于光与色 散媒质的相互作用 ,单一纵腔模将分裂为简正耦合 模 如图 1 实线所示 )。

当色散媒质的共振频率与腔模频率相等时( $\sigma$  = 1)随着振子半极大线宽  $\Gamma$  的减小,振子吸收峰的峰值增加,宽度减小,如图  $\chi$ (a)所示。对不同的

吸收系数,算出相应的简正模耦合透射谱,如图 2 (b)所示。从图 2 可以看出,在频率带隙中心处,随 着振子吸收系数的增加,带隙中心的透射率逐渐下 降,所以图 1 中原带隙中心共振峰处透射率的降低 是由于色散媒质的吸收引起的。



Fig.1 The dashed line indicates the single longitudinal cavity mode of l-D photonic crystal without dispersive defect ; the solid line indicates the normal coupled modes of l-D photonic crystal with dispersive defect.  $\Gamma = 0.001$ ,  $\xi = 0.05$ ,  $\sigma = 1$ , N = 3



Fig.2 (a) Oscillator absorption coefficient for a constant coupled strength and HWHM homogeneous broadenings : solid line :  $\Gamma = 0.005$  ; dash dotted line :  $\Gamma = 0.01$  ; dotted line :  $\Gamma = 0.015$  ; (b) Corresponding NMC transmittance spectra for  $\sigma = 1$ 

现在引入复有效折射率来描述该系统的色散关 系<sup>[10]</sup>,一维光子晶体的透射系数为

 $t(\omega) = x(\omega) + iy(\omega) = \sqrt{T} \exp(i\phi_1),(13)$ 其中  $\phi_1 = \arctan(y/x) \pm m\pi(m \in Z),T$ 为透射率。 在透射谱的带隙中,光的传播被禁戒,因而结构的有 效折射率  $n_{eff}$  应为复数。特别是在带隙中,由于入射 波与反射波之间强烈抵消,光波变为迅衰场,有效折  $t = \exp(\ln \sqrt{T})\exp(i\phi_t) = \exp(i\phi) = x + iy$ 可得

$$i\phi = i\phi_1 + \ln\sqrt{T} = i\left(\frac{\omega}{c}n_{\text{eff}}D\right)$$
, (14)

其中 D 为结构的物理长度。由(14)式可得

$$n_{\text{eff}}(\omega) = \frac{c}{\omega D} \left[ \phi_1 - \frac{1}{2} \ln \left( x^2 + y^2 \right) \right]. \quad (15)$$

从方程式可见,对共振透射, $T = x^2 + y^2 = 1$ ,有效 折射率的虚部 In( $n_{eff}$ )为零;在带隙中,透射系数 小,散射损耗大,光波变为迅衰波。对未含色散媒质 的系统,由于带隙中间存在一共振透射峰,In( $n_{eff}$ ) 在该峰处为零,如图3虚线所示;对含色散媒质的系统,由于带隙中间的共振模被湮灭并分裂为左右两 个耦合模,In( $n_{eff}$ )在原共振峰处跃变为一较大值, 而在新生成的两个耦合模附近趋近于零,如图3实 线所示。



Fig. 3 The dashed line ( solid line ) indicates the imaginary part of complex effective refractive of 1-D photonic crystal without ( with ) dispersive defect.  $\hat{\xi} = 0.05$ ,  $\Gamma = 0.001$ ,  $\sigma = 1$ , N = 3

# 3 光学双稳态

假设光子晶体微腔中同时含有色散与非线性媒质 质 其中跨越非线性媒质的波函数由矩阵 W<sub>1</sub>联 接<sup>[5]</sup>:

$$W_{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2\pi\omega[\alpha + \beta | E(0)|^{2} ] & 1 \end{bmatrix}, (16)$$

跨越色散媒质的波函数由矩阵  $W_2$  联接:

$$W_{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\omega\xi}{(\omega - \sigma) + i\Gamma} & 1 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

则跨越色散与非线性媒质的波函数的联接矩阵为  $W = W_1 W_2 =$ 

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2\pi\omega \left[ \alpha + \beta \right] E(0)^{2} ] + \frac{\omega\xi}{(\omega - \sigma) + i\Gamma} \end{bmatrix} . (18)$$

在  $z < z_{-N}$  的区域,有入射波  $E_1$  与反射波  $E_R$ ;在  $z > z_N$  的区域,只有透射波  $E_T$ 。  $\chi(z_N) = [M_A(a)M_B(b)]^N \chi(0^+),$  (19)

$$|E(0)|^2 = f(|E_T|^2),$$
 (20)

$$\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z}_{\mathrm{N}}) = [\boldsymbol{M}_{A}(\boldsymbol{a})\boldsymbol{M}_{B}(\boldsymbol{b})]^{\mathrm{N}} \times$$

$$W[M_{B}(b)M_{A}(a)]^{N}\chi(z_{-N}), \qquad (21)$$

$$\begin{bmatrix} E_{\mathrm{I}} + E_{\mathrm{R}} \\ iE_{\mathrm{I}} - iE_{\mathrm{R}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}(\omega, E_{\mathrm{T}}) & y_{12}(\omega, E_{\mathrm{T}}) \\ y_{21}(\omega, E_{\mathrm{T}}) & y_{22}(\omega, E_{\mathrm{T}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{\mathrm{T}} \\ iE_{\mathrm{T}} \end{bmatrix},$$
(22.)

$$E_{\rm I} |^2 = \frac{1}{4} \left[ \left( y_{11} + y_{22} \right)^2 + \left( y_{21} - y_{12} \right)^2 \right] |E_{\rm T}|^2.$$
(23)

由此可以算出任一给定入射光频率下,透射光 强(或透射率)随入射光强的变化关系。对于腔中含 克尔非线性的光子晶体微腔,由于腔模受到光场强 度的非线性调制而移动,系统在光学响应中能够出 现双稳态、多稳态及光学限制等特性<sup>[4-8]</sup>。对双稳 态形成过程的具体分析见文献 5]。

事实上 光波在一维光子晶体中传播时 介电层 起着散射势的作用。散射势的强度依赖于介电函数 的大小。当在一维光子晶体中加入缺陷层后,由于 缺陷层与周期性结构的相互作用 在系统的结构和 材料参量给定合适的情况下,将会在光子带隙中引 入本征局域模式。局域模频率在光子带隙中的位置 依赖于缺陷层介电函数的大小(散射势的强弱)。对 于仅含克尔非线性缺陷的一维光子晶体 缺陷处的 散射势具有光场强度依赖关系的特点 这意味着局 域模频率依赖于局域光强。取负克尔系数时,随着 缺陷层内局域光强的增加 缺陷层的介电函数逐渐 减小(散射势逐渐减弱),导致局域模频率从下带边 出现 在带隙间上升 最后消失在上带边5〕。对于同 时含有色散与克尔非线性缺陷的一维光子晶体 缺 陷处的介电函数不仅依赖于局域光强 而且还依赖 于入射光频率。从色散媒质的线性共振极化率  $\gamma_{res}$ 的表达式(1)式 可以看出 ,当  $\omega < \omega_A$  时 , $\gamma_{res}$ 的实 部 Re( $\gamma_{res}$ )>0;当 $\omega > \omega_A$ 时,Re( $\gamma_{res}$ )<0。故由 (2)式可见,当 $\omega > \omega_1$ 时,色散层的介电函数(散射 势 将减小(减弱)。

另一方面,色散材料存在吸收,吸收将会降低腔中的局域光强,对非线性有一定的抑制作用。现在考虑吸收对系统光学双稳态的影响。假设入射光从 "低通态'跃至'高通态'所需的阈值光强为 *I*<sub>1</sub>,入射 光从"高通态'跃至'低通态"所需的阈值光强为 *I*<sub>2</sub>。 给定 ω = 0.85,  $\sigma = 0.82$ , α = 1, β = -0.05, π  $\Gamma = 0.001$ , 算得色散媒质的吸收系数为 0.05,  $I_1 = 5$ ,  $I_2 = 1.57$ ; π  $\Gamma = 0.01$ , 算得色散媒质的吸收系数为 0.425,  $I_1 = 6.28$ ,  $I_2 = 2.63$ 。这说明由于吸收的存在,  $I_1$  及  $I_2$ 将会有所增大。但在上述参量下 吸收的影响不及色散机制对缺陷层介电函数的影响。因此在  $ω = 0.85 > \sigma = 0.82$ (无量纲化后), β = -0.05 < 0(负克尔系数)的条件下, 色散机制的作用将使得缺陷层的个电函数减小得更多。因而只需更弱的入射光强就可使本征局域模移动到线性共振模的附近。

所以在给定合适的材料及结构参量的情况下,由 于色散机制的作用,与不含色散媒质的非线性光子晶 体微腔相比,入射光从"低通态'跃至'高通态'所需的 阈值光强 *I*<sub>1</sub> 将大为降低。*I*<sub>2</sub> 的变化情况与 *I*<sub>1</sub> 类似, 只是 *I*<sub>2</sub> 的降低程度比 *I*<sub>1</sub> 小得多,如图 4 所示。阈值 入射光强的降低意味着光学双稳态器件可工作在不 太强的光强下,这就降低了强光对非线性材料造成损 害的可能性,从而提高了光学双稳态器件的实用性。



Fig.4 The solid line ( dashed line ) indicates the nonlinear bistability of 1-D photonic crystal with ( without ) dispersive defect.  $n_{\rm A} = 2.5$ ,  $n_{\rm B} = 1.5$ ,  $\xi = 0.05$ ,  $\Gamma = 0.001$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\beta = -0.05$ ,  $\omega = 0.85$ ,  $\sigma = 0.82$ , N = 3

结论 利用传输矩阵方法及对色散媒质采用洛伦兹

振子模型,研究了含色散与非线性媒质的一维光子 晶体的光学双稳性质。由于色散机制的作用,与不 含色散媒质的非线性光子晶体微腔相比,我们得到 了低得多的形成双稳态所需的阈值入射光强。

#### 参考文献

- [1] Khitrova G, Gibbs H M, Jahnke F et al.. Nonlinear optics of normal-mode-coupling semiconductor microcavities. Rev. Modern Phys., 1999, 71(5):1591 ~ 1639
- [2] Carusotto I, La Rocca G C. Nonlinear optics of coupled semiconductor microcavities. *Phys. Lett.* (A), 1998, 243(4) 236 ~ 242
- [3] Ram R J, Imamoglu A. The Exciton Boser : Cooperative Phenomena in Microcavity Excitons. In: Microcavities and Photonic Bandgaps : Physics and Applications. Rarity J, Weisbuch C eds. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1996
- [4] Liu N H, Zhu S Y, Chen H. Localized electromagnetic modes of one-dimensional modulated photonic band-gap structures. *Phys. Rev.* (B), 2001, 64(16):165105-1~ 165105-10
- [5] Jiang Haitao, Liu Nianhua. Localized mode of photonic crystal with a nonlinear defect. Acta Optica Sinica(光学 学报), 2002, 22(4)385~388(in Chinese)
- [6] Lidorikis E, Bush K, Li Q M et al.. Optical nonlinear response of a single nonlinear dielectric layer sandwiched between two linear dielectric structures. Phys. Rev. (B), 1997, 56 (23):15090 ~ 15099
- [7] Wang R Z, Dong J M, Xing D Y. Dispersive optical bistability in one-dimensional doped photonic band gap structures. *Phys. Rev.* (E), 1997, 55(5) 6301 ~ 6304
- [8] Lidorikis E, Soukoulis C M. Pulse-driven switching in onedimensional nonlinear photonic band gap materials : A numerical study. *Phys. Rev.* (E), 2000 61(5) 5825 ~ 5829
- [9] Liu Nianhua. Defect modes of stratified dielectric media. *Phys. Rev.* (B), 1997, 55(7) 4097 ~ 4100
- [10] Zhu S Y, Liu N H, Zheng H et al.. Time delay of light propagation through defect modes of one-dimensional photonic band-gap structures. Opt. Commun., 2000, 174(2):139~144

### Normal Coupled Modes of Photonic Crystal with Dispersive and Nonlinear Media

Jiang Haitao Liu Nianhua

(Institute of Materials Science, Nanchang University, Nanchang 330047)

(Received 12 November 2001; revised 16 January 2002)

**Abstract**: By means of transfer matrix method, the normal coupled modes of one-dimensional photonic crystal with dispersive media are discussed. The dispersive media are described by a Lorentz oscillator model. The complex effective index of the structure is calculated. It is found that the threshold intensity of nonlinear bistability of the one-dimensional photonic crystal with dispersive media is much lower than that without dispersive media.

Key words : photonic crystal ; coupled mode ; Kerr nonlinearity ; bistability