

文章编号 : 0253-2239( 2002 )11-1354-04

# 二阶偏振模色散对高速高斯光脉冲 在单模光纤中传输的影响

饶 敏 孙小菡 张明德

( 东南大学电子工程系 , 南京 210096 )

摘要 : 研究二阶偏振模色散 (PMD) 对高斯光脉冲在单模光纤中传输产生的影响 , 给出输出光脉冲的时域表达式。分析表明 , 输出光脉冲在每个基本偏振态上仍保持高斯形状 , 但其频率啁啾及脉宽等特性都已改变 , 文中对这些变化与二阶偏振模色散之间的关系进行了讨论。通过比较 10 Gb/s 和 40 Gb/s 的光传输系统中二阶偏振模色散的影响 , 可以发现 , 若规定脉冲展宽不能超过脉宽的十分之一 , 40 Gb/s 系统所能容忍的二阶偏振模色散极限值比 10 Gb/s 系统小一个数量级。

关键词 : 二阶偏振模色散 ; 高斯脉冲 ; 频率啁啾 ; 脉冲展宽

中图分类号 : TN929 文献标识码 : A

## 1 引 言

偏振模色散是发展下一代高速长距离光纤传输系统的主要限制因素<sup>[1,2]</sup>, 随着波分复用系统单信道速率达到 40 Gbit/s 以上, 二阶偏振模色散的影响日益突出。文献 [1~4] 基于理想形状的输入光脉冲, 对二阶偏振模色散导致的脉冲畸变及系统性能恶化进行了一般讨论, 其假设与实际情形有较大出入。本文从实际情况出发, 以输入高斯啁啾脉冲为例, 推导二阶偏振模色散影响后的输出光脉冲时域表达式, 讨论产生的脉冲展宽及频率啁啾变化。

## 2 理论模型

### 2.1 偏振模色散的定义

偏振模色散产生于单模光纤基模的两个相互垂直的偏振模之间, 两偏振模的群速度由于受到外界一些不稳定因素的影响而产生差异, 在传播中两偏振模的叠加使得信号脉冲展宽, 从而形成偏振模色散。在实际长距离的光纤中, 存在由输入光脉冲分解成的沿两正交方向偏振, 并与输出偏振态有最小频率相关性的光脉冲, 这两个偏振的光脉冲即为基本偏振态<sup>[5]</sup>。在输出端, 两个脉冲的到达时间是不一样的, 其时间差就称之为偏振模色散的群时延差 (DGD)。

按照三维庞加莱球 (Poincaré sphere) 表示法, 偏

振模色散可描述为  $\Omega = \Delta\tau s$ , 式中  $\Delta\tau$  的值为群时延差,  $s$  为指向光纤基本偏振态快轴方向的单位矢量。在一阶近似时,  $\Delta\tau$  和  $s$  是与频率无关的, 偏振模色散可表示为  $\Omega(\omega_0) = \Delta\tau_0 s_0$ , 式中  $\Delta\tau_0 = \Delta\tau|_{\omega=\omega_0}$ ,  $s_0 = s|_{\omega=\omega_0}$ ,  $\omega_0$  为中心光频率<sup>[2]</sup>。在二阶近似下, 偏振模色散可表示为

$$\Omega(\omega) = \Omega(\omega_0) + \Omega_\omega(\omega - \omega_0) = \Delta\tau_0 s_0 + (\Delta\tau' s_0 + 2k\Delta\tau_0)(\omega - \omega_0) \quad (1)$$

式中  $\Omega_\omega$  表示二阶偏振模色散效应, 包括互相垂直的两项  $\Delta\tau' s_0$  和  $2k\Delta\tau_0$ , 其中  $\Delta\tau'$  导致脉冲的展宽或压缩, 而  $2k$  代表去极化<sup>[2]</sup>,

$$\Delta\tau' = \left. \frac{\partial \Delta\tau}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}, \quad 2k = \left. \frac{\partial s}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}$$

本文重点讨论  $\Delta\tau'$  的影响。

### 2.2 基本假设和出发点

假设输入光脉冲为线性啁啾高斯脉冲

$$E_a(t) = E_a(t) e_a = A_0 e^{-t/\sigma^2} e^{-jbt^2} e^{j\omega_0 t} e_a \quad (2)$$

$A_0$  为峰值振幅,  $\sigma$  为脉宽的参量,  $b$  为表征线性啁啾的系数,  $e_a$  表征输入偏振状态, 光脉冲的瞬时频率为  $(\omega_0 - bt)$ 。

由于二阶偏振模色散与频率相关, 在频域进行推算较妥。对 (2) 式进行傅里叶变换可求出其频谱为

$$E_a(\omega) = \tilde{E}_a(\omega) e_a = \frac{\sqrt{\pi} A_0 \sigma}{\sqrt{1 + b^2 \sigma^4}} \times e^{-\left[\frac{(\omega - \omega_0)\sigma}{2}\right]^2 \frac{1}{1 + b^2 \sigma^4}} e^{j\left[\left(\frac{\omega - \omega_0}{2}\right)^2 \frac{b\sigma^4}{1 + b^2 \sigma^4} + \frac{\arctan(b\sigma^2)}{2}\right]} e_a \quad (3)$$

式中  $E_a(\omega)$  为  $E_a(t)$  的傅里叶变换。

若忽略偏振相关损耗和非线性效应, 光纤中输出脉冲光场的频域可表示为

$$E_b(\omega) = e^{-[\alpha L + j\beta(\omega)L]} U(\omega) E_a(\omega), \quad (4)$$

式中  $\alpha$  和  $L$  分别表示衰减常数和光纤长度,  $\beta(\omega)$  为平均传输因子, 主要包含色度色散的作用。由于在实际系统中色度色散可以通过色散补偿技术消除, 为简化起见, 这里暂忽略  $\beta(\omega)$  的影响。  $U(\omega)$  为一光纤中传输的光波在频域的单位传输矩阵:

$$U(\omega) = R^{-1}(\omega) D(\omega) R(\omega), \quad (5)$$

式中包含两个旋转矩阵  $R$  和  $R^{-1}$  和一对角矩阵  $D$ , 这里我们采用它们的最简单形式<sup>[6,7]</sup>:

$$R(\omega) = \begin{bmatrix} \cos(k\omega) & \sin(k\omega) \\ -\sin(k\omega) & \cos(k\omega) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$D(\omega) = \begin{bmatrix} e^{j\Delta\varphi(\omega)/2} & 0 \\ 0 & e^{-j\Delta\varphi(\omega)/2} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中  $k = |k|$ ,  $\Delta\varphi(\omega)$  为相位时延差, 本文仅考虑偏振模色散对光脉冲传输的影响, 在二阶近似下相位时延差可表示为<sup>[6]</sup>

$$\Delta\varphi(\omega) = \Delta\tau_0(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\Delta\tau(\omega - \omega_0)^2. \quad (8)$$

### 2.3 二阶偏振模色散导致的输出脉冲畸变

将(5)式~(8)式代入(4)式, 再进行傅里叶反变换<sup>[2,6,7]</sup>, 则输出光场的时域表达式为

$$E_b(t) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ (a_1 \mathbf{u}^* + a_2 \mathbf{u}) \begin{bmatrix} E_+(t + \Delta\tau_0/2) \\ + E_-(t - \Delta\tau_0/2) \end{bmatrix} + a_1 \mathbf{u} \begin{bmatrix} E_+(t - 4k + \Delta\tau_0/2) \\ - E_-(t - 4k - \Delta\tau_0/2) \end{bmatrix} + a_2 \mathbf{u}^* \begin{bmatrix} E_+(t + 4k + \Delta\tau_0/2) \\ - E_-(t + 4k - \Delta\tau_0/2) \end{bmatrix} \right\}, \quad (9)$$

式中  $a_1$ 、 $a_2$  为输入基本偏振态相关系数:  $a_1 = e^{j\theta} \cos(\epsilon + \pi/4)$ ,  $a_2 = e^{-j\theta} \cos(\epsilon - \pi/4)$ ,  $\theta$  和  $\epsilon$  分别代表输入基本偏振态的方位角和椭圆度<sup>[8]</sup>;  $\mathbf{u}$  为一单位向量:  $\mathbf{u} = [1 \ j]$ ;

$$E_{\pm}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_a(\omega) e^{\alpha L \pm [ \Delta\tau(\omega - \omega_0)^2/4 ]} e^{j\omega t} d\omega, \quad (10)$$

(9)式仅给出了输出光场的一般组成形式, 具体的输出脉冲形状还需根据(10)式进一步求解。

将(3)式代入(10)式得

$$E_{\pm}(t) = A_1 e^{-t^2/\sigma_{\pm}^2} e^{-jb_{2\pm} t^2} e^{j\omega_0 t}, \quad (11)$$

式中  $A_1$  表示输出脉冲幅度,  $\sigma_{\pm}$  和  $b_{2\pm}$  分别代表输出脉冲的脉宽和频率啁啾因子

$$\sigma_{\pm} = \sigma \sqrt{1 \pm 2b\Delta\tau' + \Delta\tau'^2(1 + b^2\sigma^4)\sigma^4}, \quad (12)$$

$$b_{2\pm} = \frac{b \pm \Delta\tau'(1 + b^2\sigma^4)\sigma^4}{1 \pm 2b\Delta\tau' + \Delta\tau'^2(1 + b^2\sigma^4)\sigma^4}, \quad (13)$$

比较  $E_{\pm}(t)$  和  $E_a(t)$  可以看到, 二阶偏振模色散的  $\Delta\tau'$  部分对输出脉冲的影响有两个方面: 第一,  $E_{\pm}(t)$  脉冲宽度改变了。定义由二阶偏振模色散导致的脉冲展宽因子  $\delta_{\pm}$  为输出脉冲宽度与输入脉冲宽度的比值, 由(12)式可得:

$$\delta_{\pm} = \frac{\sigma_{\pm}}{\sigma} = \sqrt{1 \pm 2b\Delta\tau' + \Delta\tau'^2(1 + b^2\sigma^4)\sigma^4} \quad (14)$$

第二, 输出脉冲的频率啁啾与初始啁啾不同, 取高斯脉冲啁啾参量  $C_1 = -b\sigma^2$ , 则相应输出光脉冲的啁啾参量为  $C_{2\pm} = -b_{2\pm}\sigma^2$ 。

## 3 模拟结果及分析

图1描述了输出脉冲以  $E_+(t)$  为例, 啁啾  $C_2$  与初始啁啾  $C_1$ 、二阶偏振模色散  $\Delta\tau'$  之间的关系。图1(a)为不同  $C_1$  下  $C_2$  随  $\Delta\tau'$  的变化情况。从图中可见  $\Delta\tau'$  为0时  $C_2$  与  $C_1$  相等, 表示输出啁啾不变, 随着  $\Delta\tau'$  的增大, 输出脉冲啁啾的变化趋势与初始啁啾的取值有关。当  $C_1$  为负时, 对于10 Gb/s 的传输系统,  $C_2$  将随  $\Delta\tau'$  的增大呈上升趋势且近似线性关系, 对于40 Gb/s 的传输系统,  $C_2$  的变化呈现明显的非线性, 开始上升很快然后趋于稳定; 若  $C_1$  为0, 对于10 Gb/s 的传输系统,  $C_2$  也基本为0, 而对于40 Gb/s 的传输系统,  $C_2$  会在0附近有较小的幅度变化; 当  $C_1$  为正时, 对于10 Gb/s 的传输系统,  $C_2$  的变化十分平坦, 基本维持在与  $C_1$  相等, 对于40 Gb/s 的传输系统,  $C_2$  先增大然后迅速降低至一负值, 接着渐增至平缓。在40 Gb/s 的传输系统中, 当  $\Delta\tau'$  增大到一定程度(约0.04 ps/GHz)时, 不论  $C_1$  取正负,  $C_2$  都将趋近于一很小的负值; 而对于10 Gb/s 的系统, 在小于0.04 ps/GHz 范围内, 输出脉冲的啁啾变化较为平坦。

图1(b)为不同  $\Delta\tau'$  下的输出脉冲  $E_+(t)$  啁啾  $C_2$  随  $C_1$  的变化曲线。可以看到, 当  $\Delta\tau'$  很小时  $C_2$  与  $C_1$  很接近; 当  $\Delta\tau'$  很大时, 输出脉冲有一很小的负啁啾, 与  $C_1$  几乎无关。此结论对于40 Gb/s 和10 Gb/s 的系统是相同的, 但前者的  $\Delta\tau'$  比后者小一个数量级。

图2描述了输出脉冲展宽  $\delta$  与  $C_1$ 、 $\Delta\tau'$  之间的关系。图2(a)为不同  $C_1$  下的输出脉冲展宽因子  $\delta$

随  $\Delta\tau'$  的变化曲线,其中实线代表  $E_+(t)$ ,点线代表  $E_-(t)$ 。由图可见  $\Delta\tau'=0$  时输出脉冲宽度保持不变,随着  $\Delta\tau'$  的增大, $E_-(t)$  很快展宽, $E_+(t)$  则

先压缩后展宽。 $C_1 < 0$  时则与上述情形相反。对于  $C_1 = 0$  的情况, $E_+(t)$  和  $E_-(t)$  的脉宽相等并随  $\Delta\tau'$  的增大缓慢展宽,变化幅度很小。

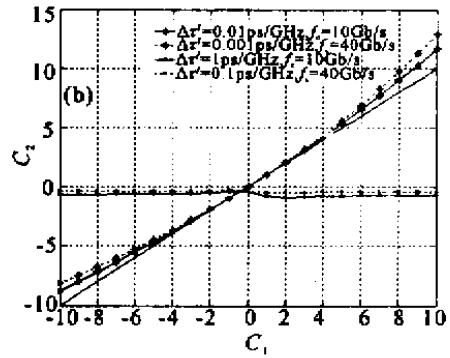
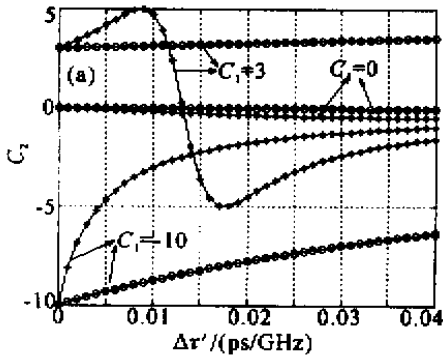


Fig.1 (a) The frequency chirp of  $E_+(t)$  versus  $\Delta\tau'$  for different values of  $C_1$ . The “o” lines represent 10 Gb/s system and the “\*” lines represent 40 Gb/s system;(b) The frequency chirp of  $E_+(t)$  versus  $C_1$  for different values of  $\Delta\tau'$ . The solid lines without “\*” or “o” represents  $C_1 = C_2$

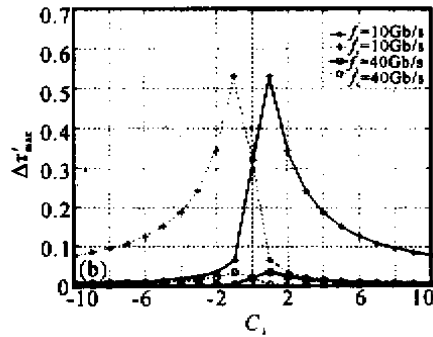
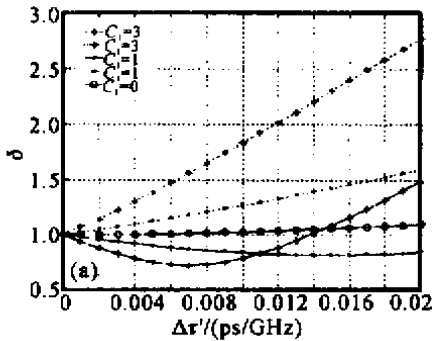


Fig.2 (a) The pulse-broadening factor  $\delta$  versus  $\Delta\tau'$  for different values of  $C_1$ . The solid lines represent  $E_+(t)$  and the dot lines represent  $E_-(t)$ ;(b) The maximum  $\Delta\tau'$  versus  $C_1$ . The solid lines represent  $E_+(t)$  and the dot lines represent  $E_-(t)$

若规定脉冲的展宽不超过脉宽的十分之一,则存在系统允许的最大  $\Delta\tau'$ 。图 2(b) 给出了 10 Gb/s 和 40 Gb/s 系统中不同  $C_1$  下所允许的最大  $\Delta\tau'$  值。由图可见, $E_+(t)$  和  $E_-(t)$  的曲线相对于  $C_1 = 0$  对称。当  $C_1 > 0$  时, $\Delta\tau'$  的极限值由  $E_-(t)$  的展宽决定, $C_1$  越大,所允许的  $\Delta\tau'$  越小。在  $C_1$  相同的情况下,40 Gb/s 系统的  $\Delta\tau'$  极限值比 10 Gb/s 系统大约小一个数量级。

模色散会导致更大的系统代价。本文图 2(a) 证明了有啁啾时脉冲展宽更大,与此实验结论一致。文献 [10] 实验研究了信号频率啁啾对 10 Gb/s 系统性能的影响,结果指出,初始啁啾的绝对值越大,系统性能受偏振模色散的影响越显著,并且当不考虑非线性效应时,系统性能与啁啾符号无关,本文对 10 Gb/s 系统研究结果与此一致。

由图 1 及图 2 可看出,初始啁啾的绝对值越大,输出脉冲的啁啾和脉冲展宽随  $\Delta\tau'$  的变化越明显,另外由 (11) 式~(14) 式可知, $E_+(t)$  和  $E_-(t)$  相对于  $C_1 = 0$  对称,而输出脉冲的总光场由  $E_+(t)$  和  $E_-(t)$  叠加而成,因此不论初始啁啾为正或为负,对输出脉冲总光场的影响是相同的。

结论 本文建立二阶偏振模色散影响高速光脉冲在单模光纤中传输的理论模型,推导了高斯啁啾脉冲受二阶偏振模色散影响后的输出光场时域表达式,数值模拟了 10 Gb/s 和 40 Gb/s 传输系统中二阶偏振模色散产生的脉冲畸变,其中 10 Gb/s 系统的结果与文献中实验结果相一致。另外,还得到了如下结论,二阶偏振模色散对高斯啁啾脉冲在光纤中传输的影响,主要有两个方面:首先,改变了脉冲的频率啁啾,根据初始啁啾的不同输出脉冲的频率啁啾随  $\Delta\tau'$  的变化关系也有所不同,但最终趋向于一个

文献 [9] 中实验研究了 10 Gb/s 传输系统中的偏振模色散效应,传输距离为 78 km,比较了输入光脉冲有、无啁啾两种情况,表明存在啁啾时二阶偏振

小的负(正)啾啾,第二  $\Delta\tau'$  导致了两个偏振态上的高斯脉冲脉宽的变化,当  $\Delta\tau'$  的值较小时,将会出现一个偏振态上的脉冲被展宽而另一偏振态上被压缩的现象,当  $\Delta\tau'$  的值大到一定程度,则两个偏振态上的脉冲均被展宽。文中还对 10 Gb/s 和 40 Gb/s 系统进行了比较,发现传输速率越高,二阶偏振模色散产生的影响越显著,若规定脉冲展宽不能超过脉宽的十分之一,40 Gb/s 系统的  $\Delta\tau'$  极限值比 10 Gb/s 系统的小约一个数量级。

### 参 考 文 献

- [1] Francia C, Bruyère F, Penninckx D *et al.*. PMD second-order effects on pulse propagation in single-mode optical fibers. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1998, **10**(12): 1739 ~ 1741
- [2] Bruyère F. Impact of first- and second-order PMD in optical digital transmission systems. *Opt. Fiber Technol.*, 1996, **2**(1): 269 ~ 280
- [3] Ciprut P, Gisin B, Gisin N *et al.*. Second-order polarization mode dispersion: Impact on analog and digital

- transmissions. *J. Lightwave Technol.*, 1998, **16**(5): 757 ~ 771
- [4] Vassallo C. PMD pulse deformation. *Electron. Lett.*, 1991, **4**(2): 75 ~ 77
- [5] Poole C D, Wagner R E. Phenomenological approach to polarization dispersion in long single-mode fibers. *Electron. Lett.*, 1986, **22**(19): 1029 ~ 1030
- [6] Kogelnik H, Nelson L E, Gordon J P *et al.*. Jones matrix for second-order polarization mode dispersion. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(1): 19 ~ 21
- [7] Penninckx D, Morenas V. Jones matrix of polarization mode dispersion. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(13): 875 ~ 877
- [8] Francia C, Penninckx D, Bruyère F *et al.*. Time impulse response of second order PMD in single-mode fibers. *ECOC*, 1998, **1**(1): 143 ~ 144
- [9] Watley D A, Gleeson L M, Farley K S *et al.*. Measurement of higher-order polarization mode dispersion effects on 10 Gbit/s system over installed non-dispersion-shifted fibre. *Electronics Lett.*, 1999, **35**(8): 1480 ~ 1481
- [10] Nobuhiko K. Analysis of signal degree of polarization degradation used as control signal for optical polarization mode dispersion compensation. *J. Lightwave Technol.*, 2001, **19**(4): 480 ~ 486

## Second-Order PMD Effects on the High-Speed Propagation of Gaussian Pulses in Single-Mode Optical Fiber

Rao Min Sun Xiaohan Zhang Mingde

(Department of Electronics Engineering, Southeast University, Nanjing 210096)

(Received 13 November 2001; revised 6 January 2001)

**Abstract:** The second-order PMD effect on Gaussian pulse propagation in single-mode optical fiber is studied. The explicit expression of second-order PMD-induced pulse distortions is given in the time domain. It is found that the output pulse in each basic state of polarization retains Gaussian shape but some characters such as the frequency chirp and the pulse width have changed. The relationship between these changes and second-order PMD is analyzed. The second-order PMD influences in 10 Gbit/s and 40 Gbit/s systems are compared. It is found that the tolerable value of second-order PMD in 40 Gbit/s systems is one order of magnitude lower than in 10 Gbit/s systems if the pulse broadening must not exceed one tenth of the pulsewidth.

**Key words:** second-order polarization mode dispersion (PMD); Gaussian pulse; frequency chirp; pulse broadening