

文章编号 : 0253-2239( 2002 )11-1340-05

# 光纤耦合模理论及其在光纤布拉格光栅上的应用<sup>\*</sup>

廖帮全 赵启大 冯德军 黄勇林 李 杰 王 跃 董孝义

(南开大学现代光学研究所,天津 300071)

摘要: 将正确的光纤中的正交关系应用于微扰耦合模理论得到了光纤中的微扰耦合模方程,并将其应用于光纤布拉格光栅,得到了一种新的耦合模方程。该方程中作为标志性特征的耦合系数与其它理论中的耦合系数都不相同。讨论了方程的解,得到了峰值反射率与布拉格波长、光栅长度之间的简单关系式。用光纤布拉格光栅进行了实验,理论和实验结果符合得很好。

关键词: 耦合模方程;光纤;微扰

中图分类号: TN253 文献标识码: A

## 1 引 言

光纤具有多种用途,是现代通信的重要传输媒介。对于光纤布拉格光栅的实验研究非常多,部分已经投入实际应用<sup>[1-3]</sup>。但是描述模式耦合的理论都有这样那样的不足。1973年,亚里夫<sup>[4]</sup>引入了平板中的耦合模理论,这是光学中的微扰耦合模理论的基础,其中用到了平板波导的正交关系。1974年 Marcuse<sup>[5]</sup>引入了一种耦合模理论来讨论光纤界面变化的情况,其中用到了光纤中的正交关系。1981年, Lam 和 Garside<sup>[6]</sup>在讨论单模光纤滤波器的特性时引入了一种光纤中的耦合模理论,这是一个广为人知并被大量直接、间接引用的理论<sup>[6]</sup>。但是他们忽视了光纤中的正交关系与平板波导中的正交关系的差异,直接使用了平板波导中的正交关系,因而耦合系数是不正确的。1996年, Engan<sup>[7]</sup>在处理全光纤声光相互作用时引入了一种耦合模理论,他使用的是一种假设的正交关系,本质上与 Lam 和 Garside 的理论中的正交关系类似。1998年,余有龙<sup>[8]</sup>在讨论啁啾光栅时提出了一种新的耦合模理论,其中正交关系是对的,但是,该理论类似于芯径变化的耦合模理论,不适合一般情况下芯径不变化的光纤。1999年 Kashyap<sup>[9]</sup>详细地讨论了光纤布拉格光栅,其中所用的正交关系是不对的。本文建立

了一种能够描述光纤界面不变化的光纤耦合模理论并将其应用于光纤布拉格光栅。

## 2 光纤中的耦合模方程

由麦克斯韦方程组出发,可以得到波动方程<sup>[4]</sup>

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}, \quad (1)$$

介质的总极化强度可写成二项之和

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}_0(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_{\text{pert}}(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

其中

$$\mathbf{P}_0(\mathbf{r}, t) = [\epsilon(\mathbf{r}) - \epsilon_0] \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (3)$$

为在未受微扰的波导中由  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  感生的极化强度,波导中的介电常数是  $\epsilon(\mathbf{r})$ 。微扰极化强度  $\mathbf{P}_{\text{pert}}(\mathbf{r}, t)$  的定义就是(2)式,它代表极化强度与未微扰的波导情形的偏离。将(2)式和(3)式代入(1)式,得到

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \mu_0 \epsilon(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 [\mathbf{P}_{\text{pert}}(\mathbf{r}, t)]}{\partial t^2}, \quad (4)$$

这里和通常情况一样,下标  $t$  代表横场分量。

忽略耦合到连续辐射模的可能性,将“微扰”波导中总场展开成各分立理想模的叠加<sup>[5]</sup>:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\nu} a_{\nu} \mathbf{e}_{\nu}(\mathbf{r}) \exp[i(\omega t - \beta_{\nu} z)], \quad (5)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mu} b_{\mu} \mathbf{h}_{\mu}(\mathbf{r}) \exp[i(\omega t - \beta_{\mu} z)], \quad (6)$$

其中  $\mathbf{e}_{\nu}(\mathbf{r}) \exp[i(\omega t - \beta_{\nu} z)]$  代表理想光纤的第  $\nu$  个不连续本征模的横场部分,它满足

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(69977006)天津市自然科学基金重点资助项目(013800511)天津市建工集团总公司和教育部光学信息技术科学开放研究实验室资助课题。

$$\nabla^2 \{ \boldsymbol{\varepsilon}_\nu(\mathbf{r}) \exp[ i(\omega t - \beta_\nu z) ] \} - \mu_0 \varepsilon(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 \{ \boldsymbol{\varepsilon}_\nu(\mathbf{r}) \exp[ i(\omega t - \beta_\nu z) ] \}}{\partial t^2} = 0, \quad (7)$$

式中  $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 n^2(\mathbf{r})$  将(5)式代入(4)式得

$$\sum_\nu \left\{ \frac{\partial^2 a_\nu}{\partial z^2} \boldsymbol{\varepsilon}_\nu(\mathbf{r}) \exp[ i(\omega t - \beta_\nu z) ] + 2 \frac{\partial a_\nu}{\partial z} (-i\beta_\nu) \boldsymbol{\varepsilon}_\nu(\mathbf{r}) \exp[ i(\omega t - \beta_\nu z) ] \right\} = \mu_0 \frac{\partial^2 [ \mathbf{P}_{\text{pert}}(\mathbf{r}, t) ]}{\partial t^2}, \quad (8)$$

假设“缓慢”变化的条件成立,即

$$\left| \frac{\partial^2 a_\nu}{\partial z^2} \right| \ll \left| \beta_\nu \frac{\partial a_\nu}{\partial z} \right|, \quad (9)$$

于是从(8)式可得

$$\sum_\nu \left\{ 2 \frac{\partial a_\nu}{\partial z} (-i\beta_\nu) \boldsymbol{\varepsilon}_\nu(\mathbf{r}) \exp[ i(\omega t - \beta_\nu z) ] \right\} = \mu_0 \frac{\partial^2 [ \mathbf{P}_{\text{pert}}(\mathbf{r}, t) ]}{\partial t^2}, \quad (10)$$

我们先取(10)式和  $\mathbf{h}_{\mu'}^*$  的矢积,然后取其结果与  $\mathbf{e}_z$  ( $z$  方向的单位矢量)的标积,再对幅角取从 0 到  $2\pi$ ,对半径取从 0 到  $\infty$  的积分,利用在极坐标下的正交关系<sup>[5]</sup>

$$\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \mathbf{e}_z \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_\nu \times \mathbf{h}_{\mu'}^*) r dr d\phi = \frac{2 S_{\mu'} \beta_{\mu'}^* P_{\mu'} \delta_{\nu\mu'}}{|\beta_{\mu'}|}, \quad (11)$$

(需要特别指出的是,这个光纤中的正交关系是经过充分论证的,是正确的<sup>[10]</sup>。)可得

$$\frac{da_{\mu'}^{(-)}}{dz} \exp[ i(\omega t + \beta_{\mu'} z) ] - \frac{da_{\mu'}^{(+)}}{dz} \exp[ i(\omega t - \beta_{\mu'} z) ] = \frac{-i\mu_0}{4\beta_{\mu'} P_{\mu'}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \mathbf{e}_z \cdot [ \mathbf{P}_{\text{pert}}(\mathbf{r}, t) ] \times \mathbf{h}_{\mu'}^* r dr d\phi, \quad (12)$$

注意到纵场部分对(11)式的左边没有贡献。 $\delta_{\nu\mu'}$  对于分立的  $\nu$  和  $\mu'$  是克罗内克符号,对于  $\nu$  和  $\mu'$  都是连续模的指标时是狄拉克符号;当一个为分立的另一个为连续的指标时为 0。对  $S_{\mu'}$ ,当传播常数为实数时,对分立模和连续模,都有  $S_{\mu'} = 1$ 。在这种情况下表示复共轭的 \* 没有影响。 $P_{\mu'}$  代表第  $\mu'$  个模的功率。对每一个  $\nu$  值,(10)式中对  $\nu$  的求和包含和  $\boldsymbol{\varepsilon}_\nu(\mathbf{r})$  有关的两项,一项由(-)号表示,代表沿  $-z$  方向传播,另一项由(+)号表示,代表沿  $+z$  方向传播。(12)式就是我们想要引入的光纤中的耦合模方程。它可用来处理光纤中模间相互作用的问题。

### 3 光纤布拉格光栅

考虑一段由光纤光栅引起的周期性微扰的光纤。这种周期性可以由电介质的微扰来描述

$$\Delta \varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 \Delta n^2(\mathbf{r}), \quad (13)$$

这样,总的介电常数是

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r}) + \Delta \varepsilon(\mathbf{r}). \quad (14)$$

由(2)式和(3)式可知微扰极化强度为

$$\mathbf{P}_{\text{pert}}(\mathbf{r}, t) = \Delta \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \Delta n^2(\mathbf{r}) \varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (15)$$

为简单起见,假设  $\Delta n^2(\mathbf{r})$  是标量,且仅考虑横模的传播。由(5)式和(15)式可得

$$[ \mathbf{P}_{\text{pert}}(\mathbf{r}, t) ] = \Delta n^2(\mathbf{r}) \varepsilon_0 \left\{ \sum_\nu a_\nu \boldsymbol{\varepsilon}_\nu(\mathbf{r}) \exp[ i(\omega t - \beta_\nu z) ] \right\}, \quad (16)$$

将(16)式代入(12)式,可得,

$$\begin{aligned} & \frac{da_{\mu'}^{(-)}}{dz} \exp[ i(\omega t + \beta_{\mu'} z) ] - \frac{da_{\mu'}^{(+)}}{dz} \exp[ i(\omega t - \beta_{\mu'} z) ] = \\ & \frac{-i\mu_0}{4\beta_{\mu'} P_{\mu'}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \mathbf{e}_z \cdot \left( \{ \Delta n^2(\mathbf{r}) \varepsilon_0 \sum_\nu a_\nu \boldsymbol{\varepsilon}_\nu(\mathbf{r}) \exp[ i(\omega t - \beta_\nu z) ] \} \times \mathbf{h}_{\mu'}^*(\mathbf{r}) \right) r dr d\phi, \end{aligned} \quad (17)$$

因为  $\partial^2 [ \Delta n^2(\mathbf{r}) a_\nu \exp(i\omega t) ] / \partial t^2 = -\omega^2 \Delta n^2(\mathbf{r}) a_\nu \exp(i\omega t)$ ,所以

$$\begin{aligned} & \frac{da_{\mu'}^{(-)}}{dz} \exp[ i(\omega t + \beta_{\mu'} z) ] - \frac{da_{\mu'}^{(+)}}{dz} \exp[ i(\omega t - \beta_{\mu'} z) ] = \\ & \frac{i\mu_0 \omega^2}{4\beta_{\mu'} P_{\mu'}} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \mathbf{e}_z \cdot \left( \{ \Delta n^2(\mathbf{r}) \varepsilon_0 \sum_\nu a_\nu \boldsymbol{\varepsilon}_\nu(\mathbf{r}) \exp[ i(\omega t - \beta_\nu z) ] \} \times \mathbf{h}_{\mu'}^*(\mathbf{r}) \right) r dr d\phi, \end{aligned} \quad (18)$$

(18)式左边的两项只能被右边对  $z$  含有相同位相依赖关系的项影响。因此,到底哪些模之间可以耦合由  $\Delta n^2(\mathbf{r})$  中对  $z$  的依赖关系决定。

对一个光纤布拉格光栅,为了具体、简单起见,假设  $\Delta n^2(\mathbf{r})$  能被写成

$$\Delta n^2(\mathbf{r}) \approx 2n(\mathbf{r})\Delta n(\mathbf{r}) \equiv 2n(\mathbf{r})\Delta n \cos(2\pi z/\Lambda) = n(\mathbf{r},\phi)\Delta n[\exp(i2\pi z/\Lambda) + \exp(-i2\pi z/\Lambda)] \quad (19)$$

现在(18)式右方包括与  $a_{\mu}^{(+)}\exp(ik_{\mu}z - i\beta_{\mu}z)$  成正比的一项( $\nu = \mu$ )。同时,如果

$$2\pi/\Lambda - \beta_{\mu} \approx \beta_{\mu}, \quad (20)$$

则这一项能够同步地驱动(18)式左方的  $a_{\mu}^{(-)}\exp(i\beta_{\mu}z)$  的振幅。如果

$$\frac{da_{\mu}^{(-)}}{dz} = \frac{i\mu_0\omega^2}{4\beta_{\mu}P_{\mu}} a_{\mu}^{(+)} \int_0^{2\pi} \mathbf{e}_z \cdot \left( \{n(\mathbf{r},\phi)\Delta n\epsilon_0 \exp[i(2\pi/\Lambda - 2\beta_{\mu})z] \boldsymbol{\epsilon}_{\mu}(\mathbf{r})\} \times \mathbf{h}_{\mu}^*(\mathbf{r}) \right) r dr d\phi. \quad (21)$$

成立,则由  $\Delta n^2(\mathbf{r})$  的第  $\nu$  个模引起的后退波  $a_{\mu}^{(-)}$  和前进波  $a_{\mu}^{(+)}$  之间的耦合可由下式描写:

$$da_{\mu}^{(-)}/dz = \kappa a_{\mu}^{(+)} \exp[-i\chi(\Delta\beta)z], \quad (22)$$

其中,

$$\kappa = \frac{i\mu_0\omega^2}{4\beta_{\mu}P_{\mu}} \int_0^{2\pi} \mathbf{e}_z \cdot \left[ n(\mathbf{r},\phi)\Delta n\epsilon_0 \boldsymbol{\epsilon}_{\mu}(\mathbf{r}) \right] \times \mathbf{h}_{\mu}^*(\mathbf{r}) r dr d\phi, \quad (23)$$

$$\Delta\beta = \beta_{\mu} - \pi/\Lambda, \quad (24)$$

类似可得

$$da_{\mu}^{(+)}/dz = \kappa^* a_{\mu}^{(-)} \exp[i\chi(\Delta\beta)z]. \quad (25)$$

这里作为耦合模理论标志性特征的耦合系数  $\kappa$  与其它耦合模理论的耦合系数都不同<sup>[6~9]</sup>。

## 4 耦合模的解

为了简单起见令  $a_{\mu}^{(-)} \equiv A$ ,  $a_{\mu}^{(+)} \equiv B$ , 将(22)式和(25)式写成

$$dA/dz = \kappa_{ab} B \exp[-i\chi(\Delta\beta)z], \quad (26)$$

$$dB/dz = \kappa_{ab}^* A \exp[i\chi(\Delta\beta)z], \quad (27)$$

如果一个振幅为  $B(0)$  的波从左边入射到周期性微扰区域,在  $A(L) = 0$  的情况下(26)式和(27)式的解为(对  $0 \leq z \leq L$ )

$$A(z,t) \exp(i\beta_{\mu}z) = B(0) \frac{i\kappa_{ab} \exp(i\pi z/\Lambda)}{-\Delta\beta \sin(\chi SL) + iS \cosh(\chi SL)} \times \sin[\chi(z-L)], \quad (28)$$

$$B(z,t) \exp(-i\beta_{\mu}z) = B(0) \frac{\exp(-i\pi z/\Lambda)}{-\Delta\beta \sin(\chi SL) + iS \cosh(\chi SL)} \times \{ \Delta\beta \sin[\chi(z-L)] + iS \cosh[\chi(z-L)] \}, \quad (29)$$

其中

$$S = \sqrt{\kappa^2 - (\Delta\beta)^2}, \quad \kappa \equiv |\kappa_{ab}|. \quad (30)$$

在位相匹配条件  $\Delta\beta = 0$  下我们有( $0 \leq z \leq L$ )

$$A(z,t) = B(0) \frac{\kappa_{ab} \sin[\chi(z-L)]}{\cosh(\chi L)}, \quad (31)$$

$$B(z,t) = B(0) \frac{\cosh[\chi(z-L)]}{\cosh(\chi L)}, \quad (32)$$

由(5)式、(28)式和(29)式可以发现,周期性微扰光纤的解中与  $z$  有关的部分为指数式的,它们具有的传播常数是

$$\beta = \beta_0 \pm iS = \pi/\Lambda \pm i\sqrt{\kappa^2 - [\beta(\omega) - \beta_0]^2}, \quad (33)$$

这里我们用到

$$\Delta\beta \equiv \beta(\omega) - \beta_0, \quad (34)$$

$$\beta_0 \equiv \pi/\Lambda. \quad (35)$$

我们注意到,在一定的频率范围内  $\Delta\beta < \kappa$  时,  $\beta$  具有一个虚数部分。这是所谓的“禁区”,此时衰减行为就会发生。其中心峰值处的频率  $\omega_0$  需满足  $\beta(\omega_0) = \beta_0 = \pi/\Lambda$ 。现在回到(33)式,将  $\beta(\omega)$  用近于布拉格之值  $\pi/\Lambda$  来表达成  $\beta(\omega) \approx (\omega/c)n_{\text{eff}}$ , 其中  $n_{\text{eff}}$  是有效折射率,我们有

$$\beta = \frac{\pi}{\Lambda} \pm i\sqrt{\kappa^2 - (n_{\text{eff}}/c)^2(\omega - \omega_0)^2}, \quad (36)$$

当  $\Delta\beta = 0$  的条件被满足时,可得

$$\beta(\omega) - \beta_0 = \frac{\omega}{c} n_{\text{eff}} - \frac{\pi}{\Lambda} = \frac{2\pi n_{\text{eff}}}{\lambda} - \frac{\pi}{\Lambda} = 0, \quad (37)$$

即

$$\lambda_B = 2n_{\text{eff}}\Lambda, \quad (38)$$

这是布拉格波长  $\lambda_B$  的表示式,并且被大量的实验所证实<sup>[11,12]</sup>。

从(28)式可得反射率为

$$R_{\text{eff}} \equiv \left| \frac{A(0)}{B(0)} \right|^2 =$$

$$\frac{\kappa^2 \sinh^2[(\kappa^2 - \Delta\beta^2)^{1/2} L]}{-\Delta\beta^2 + \kappa^2 \cosh^2[(\kappa^2 - \Delta\beta^2)^{1/2} L]}, \quad (39)$$

从(28)式、(29)式可得

$$\left| \frac{B(L)}{B(0)} \right|^2 + \left| \frac{A(0)}{B(0)} \right|^2 = 1, \quad (40)$$

这表明总能量守恒。(40)式与一般理论的  $T + R = 1$

一致 表明上面的假设是可行的<sup>[21]</sup>。从(34)式、(35)式可得

$$\Delta\beta = \frac{2\pi n_{\text{eff}}}{\lambda} - \frac{\pi}{\Lambda} = \frac{-\Delta\lambda}{(\lambda_B + \Delta\lambda)\lambda_B} 2\pi n_{\text{eff}} \quad (41)$$

其中  $\Delta\lambda \equiv \lambda - \lambda_B$  那么反射率可写成

$$R_{\text{eff}} = \frac{\kappa^2 \sinh^2\left( L \sqrt{\kappa^2 - \{\Delta\lambda 2\pi n_{\text{eff}} [(\lambda_B + \Delta\lambda)\lambda_B]\}^2} \right)}{-[\Delta\lambda 2\pi n_{\text{eff}} (\lambda_B + \Delta\lambda)\lambda_B]^2 + \kappa^2 \cosh^2\left( L \sqrt{\kappa^2 - \{\Delta\lambda 2\pi n_{\text{eff}} [(\lambda_B + \Delta\lambda)\lambda_B]\}^2} \right)}, \quad (42)$$

这是反射率与波长偏移  $\Delta\lambda$  之间的直接关系。

当  $\Delta\lambda = 0$  时可得峰值反射率为：

$$\begin{aligned} (R_{\text{eff}})_{\text{peak}} &= \frac{\sinh^2(\kappa L)}{\cosh^2(\kappa L)} = \\ &= 1 - [\cosh(\kappa L)]^2, \quad (43) \end{aligned}$$

从(43)式可知  $0 < R_{\text{eff}} < 1$ 。令

$$(\Delta\lambda)_{\text{max1}} \equiv \lambda_1 - \lambda_B = \frac{2\pi}{2\pi/\lambda_B + \kappa/n_{\text{eff}}} - \lambda_B, \quad (44)$$

其中  $\lambda_1$  是反射率为 0 的点对应的波长值。从(44)式可得

$$\kappa = -2\pi n_{\text{eff}} (\Delta\lambda)_{\text{max1}} / \{[(\Delta\lambda)_{\text{max1}} + \lambda_B] \lambda_B\}, \quad (45)$$

将(45)式代入(43)式得

$$(R_{\text{eff}})_{\text{peak}} = 1 - \cosh^{-2}\left\{ \frac{2\pi n_{\text{eff}} (\Delta\lambda)_{\text{max1}} L}{[(\Delta\lambda)_{\text{max1}} + \lambda_B] \lambda_B} \right\}, \quad (46)$$

这是峰值反射率  $(R_{\text{eff}})_{\text{peak}}$  与波长偏移  $(\Delta\lambda)_{\text{max1}}$  之间的关系。类似地  $(\Delta\lambda)_{\text{max2}} \equiv \lambda_2 - \lambda_B$ ,

$$(R_{\text{eff}})_{\text{peak}} = 1 - \cosh^{-2}\left\{ \frac{2\pi n_{\text{eff}} (\Delta\lambda)_{\text{max2}} L}{[(\Delta\lambda)_{\text{max2}} + \lambda_B] \lambda_B} \right\}, \quad (47)$$

如果  $(\Delta\lambda)_{\text{max1}} \ll \lambda_B$  ( $(\Delta\lambda)_{\text{max2}} \ll \lambda_B$ ) 那么

$$\begin{aligned} (R_{\text{eff}})_{\text{peak}} &\approx 1 - \cosh^{-2}\left[ \frac{2\pi n_{\text{eff}} (\Delta\lambda)_{\text{max1}} L}{\lambda_B^2} \right] \approx \\ &= 1 - \cosh^{-2}\left[ \frac{2\pi n_{\text{eff}} (\Delta\lambda)_{\text{max2}} L}{\lambda_B^2} \right], \quad (48) \end{aligned}$$

令  $(\Delta\lambda)_{\text{gap}} \equiv \lambda_2 - \lambda_1$  如果  $|(\Delta\lambda)_{\text{max1}}| \approx (\Delta\lambda)_{\text{max2}} \approx (\Delta\lambda)_{\text{gap}}/2$  那么

$$(R_{\text{eff}})_{\text{peak}} \approx 1 - \cosh^{-2}\left[ \frac{\pi n_{\text{eff}} (\Delta\lambda)_{\text{gap}} L}{\lambda_B^2} \right]. \quad (49)$$

(49)式是一个可以和实验进行比较的公式。

## 5 实验结果和讨论

用新加坡南洋理工大学提供的光纤布拉格光栅进行了实验。实验中使用的光纤布拉格光栅大约

8 mm 长, 从宽带光源输出的光射入用此光纤布拉格光栅制成的传感头, 对反射光用光谱仪 (Advantest Q8383) 监测。图 1 为实验所测光谱图。

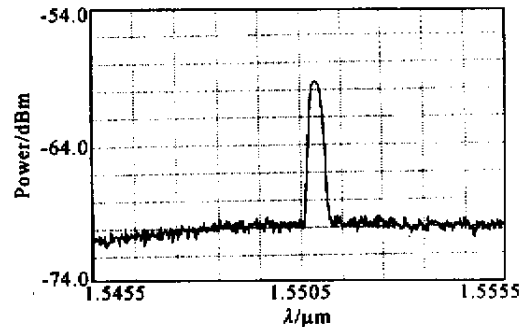


Fig.1 The reflection spectra of FBG

实验测得此光纤布拉格光栅的布拉格波长  $\lambda_B$  为  $1.550900 \mu\text{m}$  ( $\Delta\lambda)_{\text{gap}}$  为  $0.64 \text{ nm}$ ,  $n_{\text{eff}} = 1.46$ , 峰值反射率为  $0.993$ 。而将这些数据代入(49)式, 峰值反射率约为  $0.999$ 。由此可见, 理论和实验符合得很好。

## 参考文献

- [1] Hill K O, Malo B, Vineberg K A *et al.*. Efficient mode-conversion in telecommunication fiber using externally written gratings. *Electron. Lett.*, 1990, **26**(16):1270 ~ 1272
- [2] Bennion I, Williams J A R, Zhang L *et al.*. UV-written in fibre Bragg gratings. *Opt. and Quant. Electron.*, 1996, **28**(2):93 ~ 135
- [3] Rao Yunjiang. Recent progress in in-fiber Bragg grating sensors: Applications. *Proc. SPIE*, 1998, **3555**:429 ~ 441
- [4] Yariv A. *Introduction to Optical Electronics*. New York: John Wiley and Sons, 1989
- [5] Marcuse D. *Theory of Dielectric Optical Waveguides*. New York: Academic press, 1974
- [6] Lam D K W, Garside B K. Characterization of single-mode optical fiber filters. *Appl. Opt.*, 1981, **20**(3):440 ~ 445
- [7] Engan H E. Analysis of polarization-mode coupling by acoustic torsional wave in optical fibers. *J. Opt. Soc.*

*Am. J. Phys.*, 1996, **13**(1):112 ~ 118

- [ 8 ] Yu Y , Dong X. Theoretical analysis of optical waves in a chirped fiber grating. *Proc. SPIE* , 1998 , **3555** :479 ~ 484
- [ 9 ] Kashyap R. *Fiber Bragg Gratings*. San Diego : Academic press , 1999
- [ 10 ] Zhou Shutong. *Fiber Theory and Measurement* ( 光纤理论与测量 ). Shanghai : Fudan University Press , 1988. 32 ~ 34 ( in Chinese )
- [ 11 ] Kersey A D , Davis M A , Patrick H J *et al.*. Fiber grating sensors. *J. Lightwave Technol.* , 1997 , **15**( 8 ) : 1442 ~ 1463
- [ 12 ] Liao Bangquan , Feng Dejun , Zhao Qida *et al.*. Theoretical and experimental research on fiber Bragg grating electric current sensor. *Acta Optica Sinica* ( 光学学报 ) , 2002 , **22**( 9 ) :1092 ~ 1095 ( in Chinese )

## 附录 :

对于光纤中的正交关系有多种错误表述形式 ,比较典型的如 :1996 年 Engan 建立光纤中的耦合模理论时假设的正交关系<sup>[7]</sup>

$$\iint_S E_{i,a}^* \cdot E_{k,a} dx dy = \delta_{ik} , \quad (A1)$$

1999 年 Kashyap 讨论光纤布拉格光栅时提出的耦合模理论中使用的正交关系<sup>[9]</sup>

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{e}_z \cdot [ \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu 1} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{\nu 1}^* ] dx dy = \delta_{\mu\nu} , \quad (A2)$$

在本文中使用的正交关系为

$$\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \mathbf{e}_z \cdot ( \boldsymbol{\varepsilon}_{\nu 1} \times \mathbf{h}_{\mu 1}^* ) r dr d\phi = 2 S_{\nu} \beta_{\nu}^* P_{\mu} \delta_{\nu\mu} / | \beta_{\mu} | , \quad (A3)$$

这个正交关系是经过充分论证的 ,是正确的<sup>[10]</sup>。

## Coupled-Mode Theory for Optical Fiber and Its Application to Fiber Bragg Gratings

Liao Bangquan Zhao Qida Feng Dejun Huang Yonglin Li Jie Wang Yue Dong Xiaoyi

( *Institute of Modern Optics , Nankai University , Tianjin 300071* )

( Received 25 March 2002 ; revised 27 April 2002 )

**Abstract :** The correct orthogonality relation for optical fiber is applied to the perturbed coupled-mode theory , and the corresponding coupled-mode equations for common optical fiber are introduced. Its application to fiber Bragg gratings is discussed. The coupling coefficients of the equations for fiber Bragg gratings , being the distinguished feature for coupled-mode theories , are different from other theories'. The solutions of the equations are discussed , and the simple formula between the peak reflectivity and the Bragg wavelength , the length of the fiber Bragg grating is obtained. An experiment of fiber Bragg gratings is completed. The peak reflectivity of the experiment is about 0.993 , and the corresponding theoretical result is 0.999. The experimental result coincides with the theory very well.

**Key words :** coupled-mode equations ; optical fiber ; perturbation