

文章编号 : 0253-2239( 2002 )11-1328-03

# 基于龙基光栅塔尔博特效应的长焦距测量<sup>\*</sup>

侯昌伦 白 剑 侯西云 杨国光

( 浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 杭州 310027 )

摘要: 提出通过对龙基光栅的塔尔博特效应所产生的莫尔条纹角度的计量来测量长焦距的方法。并在此基础上推导了长焦距的计算公式, 分析了这种方法的测量误差。这种长焦距测量方法具有实时测量、精度高的特点。

关键词: 龙基光栅; 塔尔博特效应; 莫尔条纹; 焦距测量

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

## 1 引 言

广义的塔尔博特 (Talbot) 效应理论中已指出了球面波照射下周期物体自成像的特点<sup>[1~3]</sup>。从理论推导上可以看出在平行光照射和球面波照射 (如平行光入射到光栅时在光栅前放入一个透镜) 时, 塔尔博特成像的距离是不一样的。采用塔尔博特效应测量焦距常用的测量方法如准直法<sup>[4]</sup>, 是通过在放入被测透镜后, 调整扩束镜的位置, 使入射到光栅上的光仍为平行光, 通过测量扩束镜移动的距离来测量被测透镜的焦距。我们注意到当透镜的焦距很大 (> 10 m) 时, 塔尔博特成像的距离差别非常小, 可以忽略不计。本文从这个角度出发, 探讨了在固定两光栅的距离为塔尔博特距离, 放入被测长焦距透镜, 通过测得前一个光栅的塔尔博特像与后一个光栅所形成的莫尔条纹的角度, 来测量该长焦距透镜的焦距。

传统的测量莫尔条纹角度的方法是调整瞄准丝的角度, 使之与莫尔条纹的角度一样, 通过测量瞄准丝转动的角度来测得莫尔条纹的角度, 这样容易带来人为的误差而且测量速度慢。本文采用 CCD 获取图像, 并对图像进行傅里叶变换和滤波等处理, 通过对周期条纹所对应的频谱在频谱面的坐标的测量, 可以精确地得出莫尔条纹与 y 轴的夹角, 从而可以快速得到所测长焦距透镜的焦距。

## 2 塔尔博特效应和莫尔条纹

### 2.1 龙基光栅的塔尔博特效应原理

用单色平面波垂直照射一个周期性物体时, 物体

后面周期性距离上出现物体的像, 这种自成像效应称为塔尔博特效应。设光栅 G 的复振幅透过率为

$$g(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} A_n \exp\left[i\left(\frac{2\pi}{p}nx\right)\right],$$
$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

式中 p 为光栅的周期。单色平面波垂直照射光栅 G, 若只考虑光栅的 0 级和 1 级衍射, 在与光栅相距塔尔博特距离处 ( $d = mp^2/\lambda$ ;  $m = 1, 2, 3, \dots$ ), 有光栅的塔尔博特像, 其光强分布为<sup>[5]</sup>

$$I_0 [A_0 + 2A_1 \cos(\frac{2\pi x}{p} \chi - 1)^M]^2, \quad (2)$$

式中 M 为整数。将光栅紧靠聚焦透镜放在其后的会聚光路中, 设透镜到光栅的距离为 s (如图 1 所示), 当满足傍轴条件时, 根据菲涅耳近似, 由塔尔博特效应, 在光栅后面的光强分布为<sup>[5]</sup>

$$I(x, z) = A_0^2 + 2A_1^2 +$$
$$4A_0A_1 \cos\left[2\pi\left(\frac{f-s}{z}\right)\lambda\left(\frac{z+f-s}{2p^2z}\right)\right] \times$$
$$\cos\left[\frac{2\pi f-s}{p}x\right] +$$
$$2A_1^2 \cos\left[\frac{2\pi \chi(f-s)}{p}x\right]. \quad (3)$$

由上式可知, 当满足  $\frac{(f-s)\chi(z+f-s)}{z} = \frac{mp^2}{\lambda}$  (m 为整数) 时, 紧靠透镜的光栅有塔尔博特像, 像的光强分布为

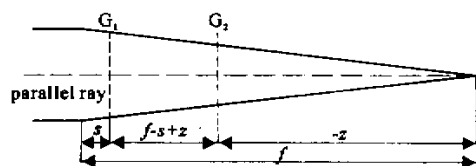


Fig. 1 A setup for Talbot effect of a grating with a lens in front of it

<sup>\*</sup> 中国工程物理院合同项目。

E-mail: hou\_cl@cise.zju.edu.cn

收稿日期: 2001-11-07; 收到修改稿日期: 2002-01-24

$$I(x, z) = A_0^2 + 2A_1^2 + 4A_0A_1 \cos\left[\frac{2\pi(f-s)}{p}x\right] + 2A_1^2 \cos\left[\frac{4\pi(f-s)}{p}x\right], \quad (4)$$

此时的塔尔博特距离

$$d = f - s + z = \frac{(f-s)mp^2}{mp^2 + \lambda(f-s)}, \quad (5)$$

各处的塔尔博特像周期与  $z$  成正比(设  $z = 0$  在透镜焦面上),其大小为

$$p = |z|p\lambda(f-s), \quad (6)$$

其方向都与原光栅的栅线方向相同。

### 2.2 莫尔条纹产生的原理

两个光栅周期为  $p_1$  和  $p_2$  栅线的夹角为  $\theta$ ,当平行光照在两个叠在一起的光栅上时,会产生莫尔条纹,条纹的宽度  $w$  和对  $y$  轴的夹角  $\varphi$  分别为<sup>[6]</sup>

$$w = p_1 p_2 \sqrt{(p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 p_2 \cos\theta)^{-2}}, \quad (7)$$

$$\sin\varphi = p_1 \sin\theta \sqrt{(p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 p_2 \cos\theta)^{-2}}. \quad (8)$$

## 3 测量原理与测量装置

长焦距透镜焦距精密测量:由上述塔尔博特原理,平行光入射到龙基光栅,光栅  $G_1$  和  $G_2$  的光栅周期相同,均为  $p$ 。在两光栅相距满足  $d = mp^2/\lambda$  时,光栅  $G_1$  在  $G_2$  处形成一个与  $G_1$  完全相同的像  $G'_1$ ,  $G'_1$  与基准光栅  $G_2$  形成转角莫尔条纹。设光栅  $G_1$  和  $G_2$  的栅线夹角为  $\theta$ ,则莫尔条纹的宽度为

$$w = p\lambda [2\sin(\theta/2)]. \quad (9)$$

如果紧靠光栅  $G_1$  ( $s \ll f$ ) 在平行光路中放入被测测长焦距透镜,此时平行光经过被测透镜后,入射到光栅  $G_1$  上的光波为球面波,利用前面的讨论,在距离光栅  $G_1$  满足  $d = mp^2(f-s)\lambda(f-s) + mp^2$  处形成塔尔博特像,实际测量中  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $p = 0.02\text{mm}$ ,  $s = 20\text{mm}$ ,  $f$  约为  $10\text{m}$  左右(取  $10\text{m}$ );得到  $\frac{\lambda(f-s)}{mp^2} \approx 158.2 \gg 1$  (取  $m = 100$ ) 即  $\lambda(f-s) \gg mp^2$  所以  $d \approx mp^2/\lambda$  故  $G_1$  在  $G_2$  光栅处仍形成塔尔博特像  $G'_1$ ,但  $G'_1$  周期将改变,设为  $p'$ ,由(6)式可得

$$p' = (f-s-d)p\lambda(f-s), \quad (10)$$

故由  $G_1$  的塔尔博特像  $G'_1$  与光栅  $G_2$  栅线重叠形成的莫尔条纹转角将发生变化。设条纹转角为  $\phi$ ,则由(8)式、(10)式可得

$$f = s + d(1 - \cos\theta + \sin\theta \arctan\phi), \quad (11)$$

$s$  为被测透镜与光栅  $G_1$  之间的距离,因为测量中两个光栅的栅线的夹角非常小(约为  $0.001^\circ$  数量级),  $\cos\theta \approx 1$ ,  $\sin\theta = 2\sin(\theta/2)$  结合(9)式(11)式可以进一步化简,得到透镜的焦距公式:

$$f = s + (wd/p)\tan\varphi. \quad (12)$$

由于  $s$ 、 $d$ 、 $p$ 、 $w$  均为可测量,故只需测出莫尔条纹与  $y$  轴的夹角  $\varphi$  即可求出所需要测量的待测透镜的焦距。图 2 所示为测量装置原理图。

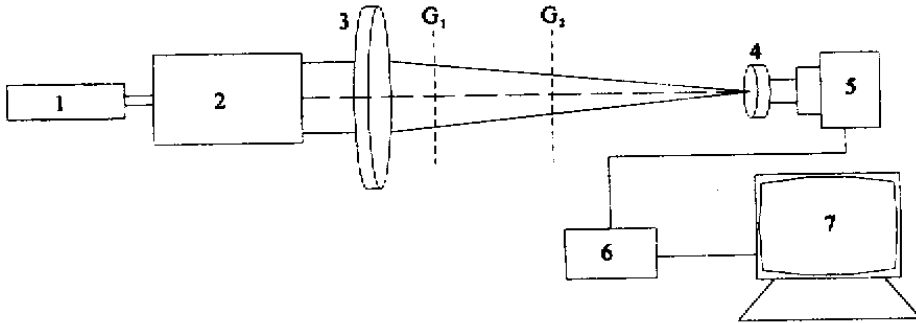


Fig.2 Schematic of automatic measurement system principle of long focal length. 1: He-Ne laser; 2: beam collimation blurring system; 3: measured long focal lens; 4: image lens; 5: CCD; 6: video capture; 7: computer;  $G_1$ ,  $G_2$ : Ronchi grating

## 4 测量结果

通过成像镜头,将莫尔条纹的像成到 CCD 上,得到莫尔条纹的数字图像(如图 3)。通过对莫尔条纹做傅里叶变换,得出其频谱图(如图 4),在频谱图中可以看到有成对出现的远离图像中心(零频)的亮点,这些亮点即为莫尔条纹对应的频谱。对该频谱做高通滤波,提取出某个象限的亮点的坐标,可求出

该点与纵坐标的角度,此角度即为莫尔条纹的角度。

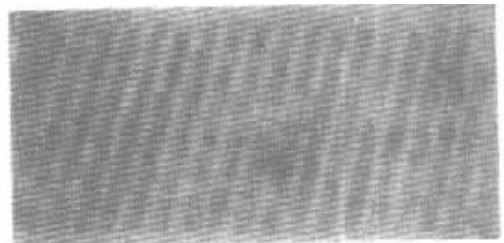


Fig.3 Moiré stripe

采用这种方法可以使测量误差达到 0.025%。

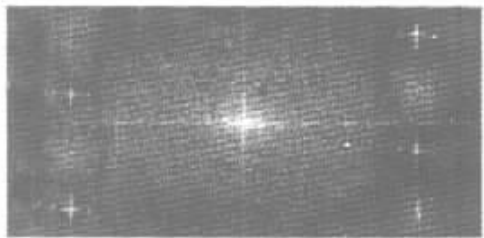


Fig.4 Spectrum of Moiré stripe

由(10)式,当测量装置固定后,  $w/d/p$  即为一个不变量,设为  $k = w/d/p$ 。测(12)式可进一步简化为

$$f = s + k \tan \varphi. \quad (13)$$

$k$  可以通过标准的长焦距透镜来校准,减少由  $w$ 、 $d$ 、 $p$  各自的测量误差而带来的对整体焦距测量的影响。设  $p = 0.02 \text{ mm}$ ,  $w = 10.0 \text{ mm}$ ,  $s = 20.0 \text{ mm}$ ,  $d = 62.68 \text{ mm}$  (取  $m = 100$ ) 测

$$k = w/d/p = 10.0 \times 62.68/0.02 = 31340 \text{ mm}.$$

实验中  $s$  的测量误差为  $\Delta s = 0.1 \text{ mm}$ ;  $\varphi$  的测量误差为  $\Delta \varphi = 0.025^\circ$ ,  $k$  的误差  $\Delta k = 20 \text{ mm}$ ; 实验测得的  $\varphi = 20^\circ$ ; 测产生的焦距测量误差为

由  $s$  引起的误差为

$$\Delta f_1 = \Delta s = 0.1 \text{ mm};$$

由  $\varphi$  的测量误差引起的误差为

$$\Delta f_2 = k (\sec \varphi)^2 \Delta \varphi = 15.475 \text{ mm};$$

由  $k$  引起的误差为

$$\Delta f_3 = \Delta k \tan \varphi = 7.28 \text{ mm};$$

所测的透镜的焦距为

$$f = s + k \tan \varphi = 11426.83 \text{ mm};$$

$$\frac{\Delta f}{f} = \sqrt{\left(\frac{\Delta f_1}{f}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_2}{f}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_3}{f}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0.1}{11426.83}\right)^2 + \left(\frac{15.475}{11426.83}\right)^2 + \left(\frac{7.28}{11426.83}\right)^2} = 0.15\%.$$

故采用本方案可以得到很高的测量精度。

讨论 采用本方法测量焦距具有快速、实时的特点,非常适合于生产线上的大口径长焦距透镜批量检测。由于在测量中忽略了加入被测透镜后的塔尔博特距离的微小变化(即  $\lambda f \gg m p^2$ ) 故仅适用于长焦距透镜 ( $f > 10 \text{ m}$ ) 的焦距测量。测量过程中不必调整两个光栅的间距,只需在光栅前放入被测长焦距透镜,即可由计算机得出该透镜的焦距。测量过程中,透镜与其后的光栅的距离应尽可能小。通过 CCD 获取莫尔条纹的图像,由计算机进行处理,具有处理速度快、计算精度高的特点。

## 参 考 文 献

- [1] Yokozeki S, Suzuki T. Shearing interferometer using the grating as beam splitter. *Appl. Opt.*, 1971, **10**(7):1575 ~ 1579
- [2] Silva D E. Talbot interferometer for radial and lateral derivatives. *Appl. Opt.*, 1972, **11**(11):2613 ~ 2624
- [3] Liao Jianghong, Gu Quwu. Diffraction self-imaging phenomenon of the grating in the optical system: General Talbot effect. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1985, **5**(4):331 ~ 335 (in Chinese)
- [4] Wu Yu, Liao Zhaoshu, Yong Kuntao. Measurement of the focal length with collimation method. *Opto-Electronic Engineering* (光电工程), 1997, **4**(2):27 ~ 29 (in Chinese)
- [5] Yang Kuntao, Liao Zhaoshu, Tao Jinguang et al.. Analysis of Talbot image symmetry about Fourier spectrum plane and measurement of focal length. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1994, **14**(1):50 ~ 54 (in Chinese)
- [6] Yang Guoguang. *Modern Optical Measurement Technology* (近代光学测试技术). Hangzhou: Zhejiang University Press, 1997 (in Chinese)

## The Measurement of Long Focal Length Based on Talbot Effect of Ronchi Grating

Hou Changlun Bai Jian Hou Xiyun Yang Guoguang

(State Key Laboratory of Optical Instrument, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

(Received 7 November 2001; revised 24 January 2002)

**Abstract:** A new method for long focal length measurement is presented, which is accomplished by obtaining the angle of moiré stripe formed by Talbot effect of Ronchi grating. The formula of calculating the long focal length from the angle of Moiré stripe is derived. Error analysis demonstrates that this method can be applied to the real-time testing with high accuracy.

**Key words:** Ronchi grating; Talbot effect; Moiré stripe; focal length measurement