

文章编号 : 0253-2239(2002)11-1312-06

单模光纤折射率分布对偏振模色散的影响

董 晖 吴重庆

(北方交通大学理学院 , 北京 100044)

摘要 : 利用将任意非圆性等效为椭圆的方法分析和计算了单模光纤中包层和芯层折射率分布不同心导致的偏振模色散 , 得到了两个偏振模式的传输常数差 $\Delta\beta$ 和偏振模色散 $\Delta\tau$ 与偏心比、入射光的波长、芯层半径、相对折射率差的关系曲线 , 为实践中尽量减小单模光纤的偏振模色散提供理论上的指导。与椭圆度引起的偏振模色散相比 , 不同心引起的偏振模色散具有相同的数量级。

关键词 : 单模光纤 ; 偏振主轴 ; 偏振模色散 ; 双折射
中图分类号 : TN25 文献标识码 : A

1 引 言

在单模光纤中 , 传输着两个相互正交的线偏振模式的光波 , 由于光纤的不圆度、应力、扭曲等造成这两个模式之间有轻微的传输群速度差 , 形成偏振模色散。光纤的偏振模色散被认为是光纤传输速率的最终限制因素 , 在高速、长距离通信中引起较明显的信号畸变 , 产生误码。偏振模色散来源于光纤折射率分布的非圆性和材料的各向异性所引起的双折射现象。在实际的光纤生产过程中 , 由于工艺的原因 , 很难保证折射率剖面的严格同心正圆。在研究非圆性的各项指标对偏振模色散的影响中 , 人们对椭圆度研究比较多^[1~3] , 但研究包层和芯层折射率分布不同心的情况未见文献报道。事实上 , 不同心所引起的双折射与椭圆引起的双折射同样重要。本文就这一情况 , 在正规、阶跃、双层的光纤模型下 , 利用我们推导出的一种数学方法 , 具体计算了在实际的光纤参量下 , 由于不同心所产生的两个偏振模的传输常数差 $\Delta\beta$ 和偏振模色散 , 绘出了它们的值随偏心比、波长、半径和折射率差的变化曲线并分析了原因。

2 基本原理

通常 , 为求传输常数差 , 需要分别知道两个正交模式的传输常数。而为求传输常数 , 需要先求出光纤中的模式场 , 然后利用边界条件得到特征方程进

行求解。但是 , 当光纤折射率分布为非圆时 , 求不出模式场的解析解 , 这种方法就失效了。

我们提出一种方法 , 可以直接求解任意正规非圆折射率分布光纤两个偏振模式的传输常数差。我们可以把任意的非圆性所形成的传输常数差等效成由椭圆芯阶跃光纤产生的传输常数差 , 只要两者的 $\bar{\beta}$ 和 $\Delta\beta$ 相同即可。

首先 , 我们要求得在一般坐标系下单模光纤中光场的形式。我们知道 , 对于正规光波导 , 存在一对正交的线偏振模 LP_{01} , 其方向与正规光波导的主轴方向是一致的。对我们讨论的单模光纤来说 , 入射的偏振光将分解为这对线偏振模在光纤中独立传输。这时 , 光纤中的光场应为两个线偏振模光场的叠加 :

$$E(x, y, z) = c_{\xi} \exp(i\beta_{\xi} z) e_{\xi}(x, y) \xi + c_{\eta} \exp(i\beta_{\eta} z) e_{\eta}(x, y) \eta, \quad (1)$$

式中 , c_{ξ} 、 c_{η} 为常数 , β_{ξ} 、 β_{η} 为线偏振模的传输常数 , ξ 、 η 为主轴方向单位矢量 , e_{ξ} 、 e_{η} 为两主轴方向电场场强的大小。

通常 , 所取坐标系的坐标轴与主轴并不相同 , 而是有一个夹角 θ 。在这个坐标系中 (1) 式为

$$E(x, y, z) = c_{\xi} \exp(i\beta_{\xi} z) e_{\xi}(x, y) (\cos\theta x + \sin\theta y) + c_{\eta} \exp(i\beta_{\eta} z) e_{\eta}(x, y) (-\sin\theta x + \cos\theta y), \quad (2)$$

式中 , x 、 y 为坐标系的单位矢量。同时 , 我们也知道 , 对无损光波导 , 下面的关系成立

$$E(x, y, z) = \exp(i\bar{\beta} z) U E_0(x, y, 0). \quad (3)$$

比较 (2) 式、(3) 式 , 经过复杂的运算 , 得到

$$U = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta \exp(i \Delta \beta z) + \sin^2 \theta \exp(-i \Delta \beta z) & 2i \sin \theta \cos \theta \sin \Delta \beta z \\ 2i \sin \theta \cos \theta \sin \Delta \beta z & \sin^2 \theta \exp(i \Delta \beta z) + \cos^2 \theta \exp(-i \Delta \beta z) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中, $\bar{\beta} = (\beta_\xi + \beta_\eta)/2$, $\Delta \beta = (\beta_\xi - \beta_\eta)/2$ 。进一步, 可将矩阵 U 分解为如下形式

$$U = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(i \Delta \beta z) & 0 \\ 0 & \exp(-i \Delta \beta z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \exp\left\{i \Delta \beta z \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}\right\}$$

$$U = \exp(i \Delta \beta V z). \quad (5)$$

于是 $E(x, y, z) = \exp[i(\bar{\beta} + \Delta \beta V)z] E_0(x, y, 0)$, (6)

式中, $V = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$ 。将(6)式代入亥姆霍兹方程, 得到

$$\nabla_{\perp}^2 E_0(x, y) + \{k^2 n^2(x, y) - [\bar{\beta}^2 + (\Delta \beta)^2] - 2 \bar{\beta} \Delta \beta V\} E_0 = -\nabla_{\perp} \cdot \left(E_0 \cdot \frac{\nabla_{\perp} \epsilon}{\epsilon} \right). \quad (7)$$

式中, $k = 2\pi/\lambda$ 为真空中的波数(λ 为光的波长), $n(x, y)$ 为光纤折射率分布, $\epsilon = n^2 \epsilon_0$ 为相应的介电常数, ϵ_0 为真空中的介电常数, $\nabla_{\perp} = (\partial/\partial x) + (\partial/\partial y)$ 表示对横向场的微分。

设 e_e 为用来“等效”的椭圆光纤的基模模式场, ϵ_e 为其折射率分布而且它的长轴与短轴分别与 ox 与 oy 轴重合, 即 $\theta = 0$ 。于是, 它满足方程

$$\nabla_{\perp}^2 e_e(x, y) + \left\{ k^2 n_e^2(x, y) - [\bar{\beta}^2 + (\Delta \beta)^2] - 2 \bar{\beta} \Delta \beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right\} e_e(x, y) = -\nabla_{\perp} \cdot \left(e_e \cdot \frac{\nabla_{\perp} \epsilon_e}{\epsilon_e} \right). \quad (8)$$

式中, $n_e(x, y)$ 为用来“等效”的椭圆光纤的折射率分布。将 $e_e^* \cdot (7) - E_0 \cdot (8)$ 并在无穷截面上积分,

可得到联系 $\Delta \beta$ 、 V 与模式场的一个重要关系式

$$-2 \bar{\beta} \Delta \beta \iint_{\infty} \left\{ e_e^* \cdot V E_0 - E_0 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} e_e^* \right\} dA = \iint_{\infty} \left[\left(E_0 \cdot \frac{\nabla_{\perp} \epsilon}{\epsilon} \right) (\nabla_{\perp} \cdot e_e^*) - \left(e_e^* \cdot \frac{\nabla_{\perp} \epsilon_e}{\epsilon_e} \right) (\nabla_{\perp} \cdot E_0) \right] dA. \quad (9)$$

式中 $dA = dx dy$ 为无穷小面积元。

(11)式中的 c 和 d 由下式给出:

在(9)式中, 令

$$E_0 = (-\sin \theta x + \cos \theta y) e_\eta(x, y),$$

$$e_e^* = x e_\xi(x, y),$$

则一个任意非圆光波导的传输常数差可由下式得出:

$$4 \bar{\beta} \Delta \beta \sin \theta \iint_{\infty} e_x^* e_\eta dA = \Delta(c \cos \theta - d \sin \theta), \quad (10)$$

式中, $\Delta = (n_1^2 - n_2^2)/n_2^2$ 是芯层和包层的相对折射率差, $e_x(x, y)$ 为 x 方向椭圆光纤基模模式场。

对于圆偏心光纤的折射率剖面, 我们建立如图1所示的坐标系, 光纤偏振主轴与坐标轴之间一般来说有一个夹角, 如图1即为 x 轴与 ξ 轴之间的夹角 θ 。由于圆偏心光纤自身所具有的对称性, 已知其偏振主轴, 我们可取 $\theta = \pi/4$ 。于是(10)式化简为

$$4 \bar{\beta} \Delta \beta \iint_{\infty} e_x^* e_\eta dA = \Delta(c - d). \quad (11)$$

$$c = \iint_{\infty} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial e_x^*}{\partial x} \right) e_\eta - \left(\frac{\partial f_e}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial e_\eta}{\partial y} \right) e_x^* \right] dA, \quad (12)$$

$$d = \iint_{\infty} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial e_x^*}{\partial x} \right) e_\eta - \left(\frac{\partial f_e}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial e_\eta}{\partial x} \right) e_x^* \right] dA.$$

(12)式中, f 和 f_e 的定义见附录(A1)式。 $\bar{\beta}$ 可由“等容原理”直接求出。 e_η 在偏心比较小的情况下可用

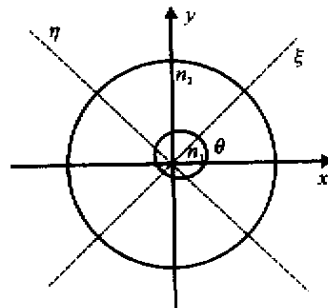


Fig.1 Section of refractive index and coordinates

圆阶跃光纤的基模模式场近似代替。 e_x^* 是椭圆光纤基模的模式场,可近似表示为^[1]

$$e_x = \begin{cases} \frac{J_0[(U/a)r]}{J_0(U)} + e^2 \frac{W^2 J_0(U) K_2(W)}{8 J_1(U) K_0(W) J_1(U)} \cos(2\varphi), & r < a \\ \frac{K_0[(W/a)r]}{K_0(W)} + e^2 \frac{W^2 J_0(U) J_2(U) K_2[(W/a)r]}{J_1(U) K_0(W) J_1(U)} \cos(2\varphi). & r > a \end{cases}$$

式中, U 和 W 分别为光纤芯层和包层的模式参量; J_m 和 K_m 为贝塞耳函数,下标 $m = 0, 1, 2$ 为贝塞耳函数的阶数; a 为芯层的等效半径, e 为偏心率^[1]。

由于其中偏心率 e 是未知的,所以只能利用迭代的方法,逐步近似求解。开始时, e_x^* 也用圆阶跃光纤的基模模式场近似代替,求解后利用式 $B = \Delta\beta/\beta = \Delta^2 e^2 f(V)^{21}$ 可求得 e ,再将其代回重新计算,直到满足一定精度为止。式中 V 为光纤的归一化频率或称为波导参量^[1]。 c 与 d 的具体公式和推导过程见附录。

求出有一定频率间隔 $\Delta\omega$ 的两个 $\Delta\beta$ 后,偏振模色散可由式 $\Delta\tau = d\Delta\beta(dw)$ 求出。

3 计算结果与讨论

通常,单模光纤的参量为: $a = 4 \mu\text{m}$, $n_1 = 1.462$, $n_2 = 1.457$, 偏心比(包层和芯层圆心的距离与芯层半径之比)为 0.03。在使用于波长 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ 时,计算出的结果如图 2、图 3、图 4、图 5 所示,其中图 3 给出了 $\Delta\beta$ 和偏振模色散 $\Delta\tau$ 随入射光波长的变化关系。

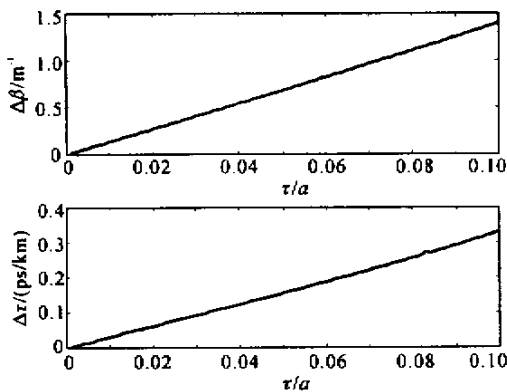


Fig.2 Curve of $\Delta\beta$ and PMD versus eccentricity

分析以上四条关系曲线,我们可作如下讨论:

1) 双折射随偏心距离的增加而增大,图中的结果几乎成线性。这是由于用圆阶跃光纤的模式场来近似偏心光纤的模式场。这在偏心距离越小时越精确,偏心距离较大时误差也大,只给出定性的结果。

2) 双折射与入射光波长有关,而且在 $1.42 \mu\text{m}$

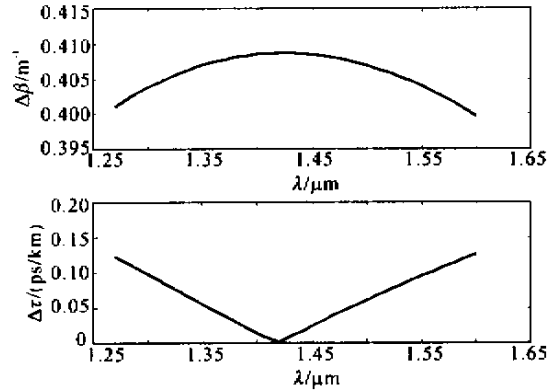


Fig.3 Curve of $\Delta\beta$ and PMD versus wavelength

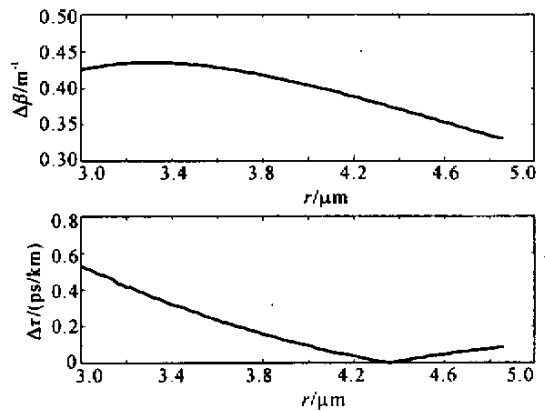


Fig.4 Curve of $\Delta\beta$ and PMD versus core radius

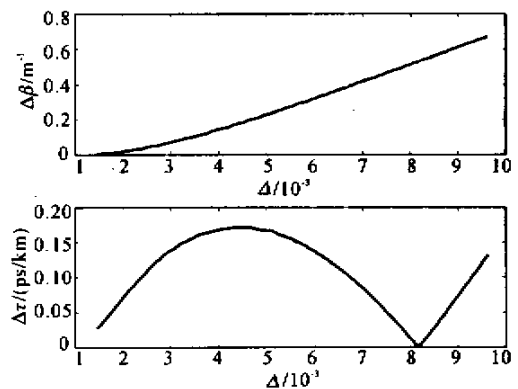


Fig.5 Curve of $\Delta\beta$ and PMD versus difference of refractive index

附近有极大值存在。对这种关系,可作如下解释:当入射光波长趋向无穷大时,光场趋于静电场,而静电场是没有双折射的,当入射光波长趋于零时,光场将

越来越集中于芯层^[21],由于折射率分布非圆引起的双折射就越来越不明显。因此,曲线的两端将趋近于零,则中间必存在极大值。由于偏振模色散是双折射对光频的导数,也可以变成对光波长的导数,在双折射取极值的波长,偏振模色散必定为零。图3也显示了这一点。

3) 芯层半径的大小对双折射也有影响,且在3.3 μm处存在双折射得极大值。这种关系可解释为:无论芯层半径趋于零或趋于无穷,都使光纤变为均匀介质,双折射也就不存在了。同样,曲线中间也必存在极大值。而使偏振模色散为零的点在4.3 μm处。

4) 在满足单模条件的前提下,相对折射率差越大,双折射越大。由于双折射来源于折射率分布的非圆性,而相对折射率差越大,非圆性就越显著,导致双折射增大。而偏振模色散在 8×10^{-3} 处达到零值。

实际的G.652光纤的工艺参量中,芯层半径和相对折射率差的实际取值与我们上面计算结果中使偏振模色散为零的值很接近。这相当于从实验上说明了计算结果是符合客观实际的。

在相同的光纤参量和入射光波长的条件下,利用

$$B = \Delta\beta / \beta = \Delta^2 e^2 f(V)$$

和

$$\Delta\tau = \frac{e^2 \Delta^2 n_1}{c} \frac{4}{V^4} \frac{\chi(\ln V)^2 - (\ln V)^3 - \chi(\ln V)}{(1 + \ln V)^3} \quad (13)$$

可以计算椭圆的椭圆率与传输常数差 $\Delta\beta$ 和偏振模色散的关系,如图6所示。对比这些关系曲线,可看出不同心和不圆性引起的双折射具有相同的数量级,因此同等重要。

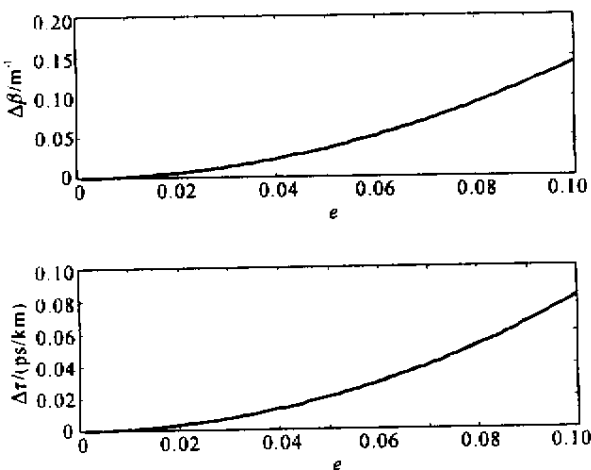


Fig.6 Curve of $\Delta\beta$ and PMD versus ellipticity

结论 本文分析和计算了在单模光纤中由于包层和芯层折射率分布不同心所引起的偏振模色散,给出了它与光纤参量和入射光波长的关系,指出了如何控制各种参量以降低光纤的偏振模色散。通过对比,可知它和由于折射率分布的不圆性引起的偏振模色散具有相同的数量级,因此同等重要。

参 考 文 献

- [1] Wu Chongqing. *Optical Waveguide Theory*(光波导理论). Beijing: Tsinghua University Press, 2000. 21 ~ 22, 27 ~ 28, 117 ~ 120 (in Chinese)
- [2] Jeunhomme L. B. *Single-Mode Fiber Principles Designs and Applications*(单模纤维光学原理与应用). Transl. Zhou Yangyi. Nanning: Guangxi University Press, 1988. 74 ~ 76 (in Chinese)
- [3] Mabrouki A, Gadonna M, Gouronnec A *et al.*. Analysis of polarization mode dispersion of single mode elliptic-core optical fibers. *Opt. Commun.*, 1998, **149**(4~6): 255 ~ 260

附录

A 偏导数的计算

在阶跃光波导条件下,有

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \Omega_1, \\ 0 & (x, y) \in \bar{\Omega}_1, \end{cases} \quad (A1)$$

$$f_c(x, y) = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \Omega_2, \\ 0 & (x, y) \in \bar{\Omega}_2, \end{cases}$$

式中 Ω_1 为非圆光波导的芯层区域, Ω_2 为用来等效的椭圆光波导的芯层区域。

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \mathbf{x}_0 + \frac{\partial f}{\partial y} \mathbf{y}_0 = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{r}_0 + \frac{\partial f}{r \partial \varphi} \boldsymbol{\varphi}_0 \quad (A2)$$

二维情况下,在直角坐标系和极坐标系中, f 的梯度可表示为

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{x}_0 + \frac{\partial f}{r \partial \varphi} \boldsymbol{\varphi}_0 \cdot \mathbf{x}_0 = \frac{\partial f}{\partial r} \cos \varphi - \frac{\partial f}{r \partial \varphi} \sin \varphi, \quad (A3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{y}_0 + \frac{\partial f}{r \partial \varphi} \boldsymbol{\varphi}_0 \cdot \mathbf{y}_0 = \frac{\partial f}{\partial r} \sin \varphi - \frac{\partial f}{r \partial \varphi} \cos \varphi. \quad (A4)$$

对我们所讨论的阶跃光波导,易知

$$\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{\partial f}{\partial \varphi} = 0, \quad (r, \varphi) \in C \quad (A5)$$

式中, C 为芯层和包层的边界曲线。

在边界 C 上,

$$\partial f / \partial r = -\alpha(r - \rho). \quad (A6)$$

式中 ρ 为边界曲线的矢径。

$\partial f / \partial \varphi$ 与边界 C 的形状有关,几种特殊边界的结果如下:

A1) 当 C 为圆时 $\partial f / \partial \varphi = 0$;

A2) 当 C 为椭圆时

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} = \begin{cases} -\alpha(\varphi - \varphi_0), & 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}, \pi < \varphi < \frac{3\pi}{2} \\ \alpha(\varphi - \varphi_0); & \frac{\pi}{2} < \varphi < \pi, \frac{3\pi}{2} < \varphi < 2\pi \end{cases} \quad (A7)$$

A3) 当 C 为偏心圆时,

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} = \begin{cases} -\alpha(\varphi - \varphi_0), & \theta < \varphi < \pi + \theta \\ \alpha(\varphi - \varphi_0), & \theta - \pi < \varphi < \theta \end{cases} \quad (\text{A8})$$

在本问题中 (A3) 式中 f 取情况 A3) 中的值; f_e 依迭代取情况 A1) \& A2) 的值。

B c, d 表达式的推导

迭代代情况分两种情况:

B1) 计算初值时, e_x^*, e_y 用圆光波导的基模模式场 e_0 近

似

$$e_0 = \begin{cases} a_0 J_0\left(\frac{U}{a}r\right), & r < a \\ b_0 K_0\left(\frac{W}{a}r\right), & r > a \end{cases}$$

$$c = a_0^2 \left[\int_0^{2\pi} \sin\varphi \cos\varphi \left(\frac{u}{a}\rho\right) J_0\left(\frac{u}{a}\rho\right) J_1\left(\frac{u}{a}\rho\right) d\varphi + 2 \int_{\pi/4}^{5\pi/4} \cos^2\varphi \left(\frac{u}{a}\tau\right) J_0\left(\frac{u}{a}\rho\right) J_1\left(\frac{u}{a}\rho\right) \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) d\varphi \right], \quad (\text{B1})$$

$$d = a_0^2 \left[\int_0^{2\pi} \cos^2\varphi \left(\frac{U}{a}\rho\right) J_0\left(\frac{U}{a}\rho\right) J_1\left(\frac{U}{a}\rho\right) d\varphi - 2 \int_{\pi/4}^{5\pi/4} \sin\varphi \cos\varphi \left(\frac{U}{a}\tau\right) J_0\left(\frac{U}{a}\rho\right) J_1\left(\frac{U}{a}\rho\right) \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) d\varphi - \pi U J_0(U) J_1(U) \right]. \quad (\text{B2})$$

上两式中 $\rho = \alpha + \tau \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)$ 为偏心圆的极坐标方程的近似表达式, α 为芯层的半径, τ 为偏心距。

B2) 在迭代过程中, e_x^* 等于椭圆光波导的基模 e_x, e_y 用圆光波导的基模模式场 e_0 近似:

$$\begin{aligned} \frac{c}{a_0} &= \int_0^{2\pi} \sin\varphi \rho J_0\left(\frac{U}{a}\rho\right) \left(\frac{(U/a)\cos\varphi J_1(U\rho/a)}{J_0(U)} - \right. \\ &e^2 \frac{W^2 J_0(U) K_2(W)}{8 J_1(U) K_0(W) J_1(U)} \left\{ \frac{U}{2a} \cos\varphi \cos 2\varphi \left[J_1\left(\frac{U}{a}\rho\right) - J_3\left(\frac{U}{a}\rho\right) \right] + \frac{2 \sin\varphi \sin 2\varphi J_2(U\rho/a)}{\rho} \right\} \left. \right) d\varphi - \\ &\int_0^{2\pi} \frac{U}{a} \cos\varphi \sin\varphi J_1\left(\frac{U}{a}\sigma\right) \left[\frac{J_0(U\sigma/a)}{J_0(U)} + e^2 \frac{W^2 J_0(U) K_2(W) J_2(U\sigma/a)}{8 J_1(U) K_0(W) J_1(U)} \cos 2\varphi \right] d\varphi + \\ &2 \int_{\pi/4}^{5\pi/4} \tau \cos\varphi J_0\left(\frac{U}{a}\rho\right) \left(\frac{(U/a)\cos\varphi J_0(U\rho/a)}{J_0(U)} - \right. \\ &e^2 \frac{W^2 J_0(U) K_2(W)}{8 J_1(U) K_0(W) J_1(U)} \left\{ \frac{U}{a} \cos\varphi \cos 2\varphi \left[J_1\left(\frac{U}{a}\rho\right) - J_3\left(\frac{U}{a}\rho\right) \right] + \frac{2 \sin\varphi \sin 2\varphi J_2(U\rho/a)}{\rho} \right\} \left. \right) \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) d\varphi + \\ &\sum_{i=1}^4 \int_{(i-1)\pi/2}^{i\pi/2} (-1)^{i+1} \frac{U}{a} \sin^2\varphi J_1\left(\frac{U}{a}\sigma\right) \left[\frac{J_0(U\sigma/a)}{J_0(U)} + e^2 \frac{W^2 J_0(U) K_2(W) J_2(U\sigma/a)}{J_1(U) K_0(W) J_1(U)} \cos 2\varphi \right] \frac{a_x a_y (a_y^2 - a_x^2) \sin\varphi \cos\varphi}{(a_y^2 \cos^2\varphi + a_x^2 \sin^2\varphi)^{3/2}} d\varphi. \end{aligned} \quad (\text{B3})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{a_0} &= \int_0^{2\pi} \cos\varphi \rho J_0\left(\frac{U}{a}\rho\right) \left(\frac{(U/a)\cos\varphi J_1(U\rho/a)}{J_0(U)} - \right. \\ &e^2 \frac{W^2 J_0(U) K_2(W)}{8 J_1(U) K_0(W) J_1(U)} \left\{ \frac{U}{2a} \cos^2\varphi \left[J_1\left(\frac{U}{a}\rho\right) - J_3\left(\frac{U}{a}\rho\right) \right] + \frac{2 \sin\varphi \sin 2\varphi J_2(U\rho/a)}{\rho} \right\} \left. \right) d\varphi - \\ &\int_0^{2\pi} \frac{U}{a} \cos\varphi \cos\varphi J_1\left(\frac{U}{a}\sigma\right) \left[\frac{J_0(U\sigma/a)}{J_0(U)} + e^2 \frac{W^2 J_0(U) K_2(W) J_2(U\sigma/a)}{8 J_1(U) K_0(W) J_1(U)} \cos 2\varphi \right] d\varphi - \\ &2 \int_{\pi/4}^{5\pi/4} \tau \sin\varphi J_0\left(\frac{U}{a}\rho\right) \left(\frac{(U/a)\cos\varphi J_0(U\rho/a)}{J_0(U)} - \right. \\ &e^2 \frac{W^2 J_0(U) K_2(W)}{8 J_1(U) K_0(W) J_1(U)} \left\{ \frac{U}{2a} \cos\varphi \cos 2\varphi \left[J_1\left(\frac{U}{a}\rho\right) - J_3\left(\frac{U}{a}\rho\right) \right] + \frac{2 \sin\varphi \sin 2\varphi J_2(U\rho/a)}{\rho} \right\} \left. \right) \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) d\varphi + \\ &\sum_{i=1}^4 \int_{(i-1)\pi/2}^{i\pi/2} (i^2 - 1)^{i+1} \frac{U}{a} \sin\varphi \cos\varphi J_1\left(\frac{U}{a}\sigma\right) \left[\frac{J_0(U\sigma/a)}{J_0(U)} + e^2 \frac{W^2 J_0(U) K_2(W) J_2(U\sigma/a)}{J_1(U) K_0(W) J_1(U)} \cos 2\varphi \right] \times \\ &\frac{a_x a_y (a_y^2 - a_x^2) \sin\varphi \cos\varphi}{(a_y^2 \cos^2\varphi + a_x^2 \sin^2\varphi)^{3/2}} d\varphi. \end{aligned} \quad (\text{B4})$$

C 积分 $\iint_{\infty} e_x^* e_y dA$ 的推导

C1) 计算初值时, e_x^*, e_y 用圆光波导的基模模式场 e_0 近似

$$\iint_{\infty}^{\infty} e_x^* e_y dA = \iint_{\infty}^{\infty} e_0^2 dA = 2\pi a_0^2 \left[\int_0^a \frac{J_0^2(Ur/a)}{J_0^2(U)} r dr + \int_0^{\infty} \frac{K_0^2(Wr/a)}{K_0^2(W)} r dr \right]. \quad (C1)$$

C2) 在迭代过程中, e_x^* 等于椭圆光波导的基模 e_{ix} , e_y 用圆光波导的基模模式场 e_0 近似

$$\iint_{\infty}^{\infty} e_x^* e_y dA = \iint_{\infty}^{\infty} e_x e_0 dA = 2\pi a_0^2 \left[\int_0^a \frac{J_0^2(Ur/a)}{J_0^2(U)} r dr + \int_0^{\infty} \frac{K_0^2(Wr/a)}{K_0^2(W)} r dr \right]. \quad (C2)$$

很容易看出, 这两种情况的积分值是相同的。

Effect on Polarization Mode Dispersion Due to Eccentricity of Refractive Index Distribution in a Single-Mode Fiber

Dong Hui Wu Chongqing

(School of Science, Northern Jiaotong University, Beijing 100044)

(Received 25 August 2001; revised 11 December 2001)

Abstract: The polarization mode dispersion (PMD) in a single-mode fiber caused by eccentricity of refractive index distribution of core and clad is analyzed and calculated considering that arbitrary uncircularity is equivalent to the ellipse. The relative curves of the difference of propagation constants $\Delta\beta$ and PMD versus the ratio of eccentricity, wavelength, radius of core and difference of refractive index are obtained. It can offer a theoretic guidance for decreasing the PMD in a single-mode fiber. The PMD caused by eccentricity has the same magnitude with that caused by ellipticity.

Key words: single-mode fiber; principle axes of polarization; polarization mode dispersion; birefringence