

文章编号 : 0253-2239(2002)10-1245-06

猫眼逆反射器的设计与优化^{*}

林永兵 张国雄 李 真

(天津大学精密仪器与光电子工程学院 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072)

摘要: 按双半球结构设计了猫眼逆反射器, 并指出当折射率 $n=2$ 时, 猫眼可以设计成一个完整的球体。详细研究了猫眼逆反射器的各种因素对光路光程的影响, 指出加工时必须控制两半球的同心偏差(包括胶合厚度偏差)。对猫眼返回光束的发散角进行了研究, 详尽讨论了返回光线的发散角与球半径、材料折射率以及入射高度的关系。以猫眼返回光束的发散角最小为优化目标进行了优化设计, 并给出猫眼的最佳设计参量。

关键词: 猫眼逆反射器; 激光跟踪干涉仪; 优化

中图分类号: O435.2 文献标识码: A

1 引 言

目前在干涉系统中应用广泛的光学逆反射器主要有角锥棱镜和猫眼逆反射器两种。与角锥棱镜相比, 猫眼逆反射器具有接收角大、测量中心稳定(对入射光线方向不敏感)等优点, 这就决定了猫眼逆反射器具有更大的测量范围和更高的测量精度, 必将代替角锥棱镜而成为激光跟踪干涉系统的主流目标镜。

猫眼逆反射器一般由两个不同半径的玻璃半球组成, 两个半球同心胶合在一起, 如图 1 所示。为使猫眼具有逆反射的特性, 必须要求猫眼前半球的像方焦点落在后半球的球面上, 并在后半球表面镀上反射膜。这样, 对于任一近轴光线, 经前半球聚焦后落在后半球的球面上, 在后半球球面上发生反射, 此时相当于从前半球的像方焦点处发出一束光, 故出射光线平行于入射光线, 即具有逆反射性。

在研制激光跟踪干涉仪时采用猫眼逆反射器作为目标靶镜, 实现大范围、高精度、动态跟踪测量。激光跟踪干涉仪是在传统激光干涉仪基础上加入了跟踪转镜机构, 可以跟踪空间运动目标(猫眼)并实时测量目标到跟踪转镜中心的距离变化量。跟踪转镜始终把测量光束导向猫眼, 经猫眼反射后, 测量光束沿原路返回, 并与参考光束发生干涉, 从而实现距离测量^[1]。由此可见, 在激光跟踪干涉仪中, 猫眼逆反射器的性能将直接影响测量光路。设计出合理的猫眼逆反射器对于保证激光跟踪干涉仪的测量精度

具有重要意义。

本文主要探讨应用于激光跟踪系统中的猫眼逆反射器的设计及其误差分析, 并对猫眼的发散角与球半径、折射率、入射高度之间的关系进行了详尽研究。以猫眼返回光束的发散角最小为优化目标进行了优化设计, 得到猫眼最佳几何尺寸、材料折射率等参量。

2 猫眼几何尺寸设计

猫眼由前后两个半球组成, 前后半球共心于点 O , 如图 1 所示。设猫眼前后半球材料折射率均为 n , 半径分别为 r_1, r_2 ($r_1 < r_2$)。为使猫眼具有逆反射的特性, 必须要求: 对于任一近轴光线, 经猫眼反射后产生一横向位移, 平行于入射光线出射。图中, 光线从 A 点入射, 经 B 点反射后, 由 C 点折射射出。为使出射光线平行于入射光线, 则反射点 B 必须落在主光轴上, 故有如下关系式成立

$$i_1 = i_2 + i_3,$$

式中 i_1 为入射角, i_2 为折射角, i_3 为光线在后半球表面上的反射角。

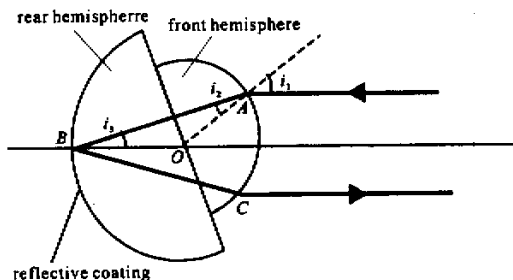


Fig. 1 Optical path through cat's-eye retroreflector
另由折射定律可得

^{*} 国家自然科学基金(59875064)资助课题。

E-mail: ybblin@jdl.ac.cn

收稿日期: 2001-09-13; 收到修改稿日期: 2001-12-24

$$\frac{1}{n} = \frac{\sin i_2}{\sin i_1} \approx \frac{i_2}{i_1}$$

对于三角形 $\triangle ABO$,可以应用正弦定理

$$\frac{OA}{OB} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sin i_3}{\sin i_2} \approx \frac{i_3}{i_2}$$

由以上三式可求得猫眼前后半球半径之间的关系表达式

$$r_2 = r_1(n - 1) \quad (1)$$

可见 ,前后半球半径的关系由折射率决定。当折射率 $n = 2$ 时 ,有 $r_2 = r_1$,这意味着此时猫眼可以加工成一个完整的球形。这就带来了以下优点 :

1) 消除了两半球由于粘合造成的球心不重合问题 ,不但减少了装配环节 ,而且提高了精度。从后面的分析可以看出 ,两半球对心偏差对光程的影响很大。实际装配时必须保证对心偏差的精度。

2) 加工工艺简单 ,且由于目前球的加工精度最高 ,故精度容易保证。只需用 $n = 2$ 的玻璃磨成圆球即可。

3) 理论接收角为 360° ,可以做成全视角猫眼^[2]。

日本国家计量研究院采用折射率 $n = 1.9997$ 的光学玻璃制作了直径为 60 mm 的完整球形猫眼^[3] ,英国国家物理研究院采用 $n = 2.0000 \pm 0.0001$ 的材料 (TaDF44) 制作了球形猫眼^[4]。该种猫眼应用于激光跟踪干涉系统时 ,精度指标大大优于双半球结构的普通猫眼。实验表明 ,这种猫眼逆反射器引入的附加光程差不超过 $1 \mu\text{m}$ 。

实际上 ,猫眼可以设计成多种形式 ,以获得更好的使用效果^[5] ,但以两个半球组成的猫眼形式最为简单 ,易于加工。设计猫眼逆反射器时 ,因受光学材料、加工工艺水平等的限制 ,采用双半球猫眼结构 ,材料选用 ZF_6 ,其折射率 $n = 1.749708$ (对波长 632.8 nm) ,选取半径 $r_1 = 30 \text{ mm}$,则 $r_2 = 40.0156 \text{ mm}$ 。猫眼前半球表面镀增透膜 MgF_2 ,后半球表面镀高反射膜 ,重量 750 g。猫眼外形如图 2 所示。

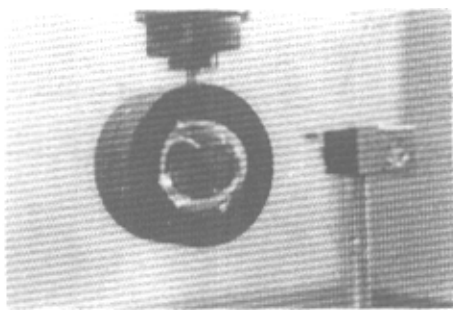


Fig. 2 Cat's-eye retroreflector used in our experiment

3 猫眼逆反射器的光路分析

猫眼逆反射器作为激光跟踪干涉仪的一部分 ,对干涉仪的测量精度有着重大影响 ,这主要体现在猫眼逆反射器对光路光程的影响大小。猫眼逆反射器的加工误差主要有前后半球的球度误差、材料折射率误差、前后半球的对心偏差和胶合厚度^[6]。下面我们分别研究各种加工误差对光程的影响规律。

3.1 猫眼前后半球的球度误差对光程的影响

激光跟踪控制系统总是使得入射光线经过球心 ,让光线原路返回。因此 ,从任何角度入射的光线经过猫眼的光程为 $2n(r_1 + r_2)$,其中 r_1 、 r_2 分别为猫眼前后半球的半径。由此可知 ,由于前后半球球度误差 Δr_1 、 Δr_2 而引入的附加光程差为

$$\delta = 2n \sqrt{\Delta r_1^2 + \Delta r_2^2}$$

取 $n = 1.7497$, $\Delta r_1 = \Delta r_2 = 0.3 \mu\text{m}$,则可计算出附加光程差 $\delta = 2n \sqrt{\Delta r_1^2 + \Delta r_2^2} = 1.48 \mu\text{m}$,可见 ,猫眼前后半球球度误差带来的影响不大。

3.2 材料折射率误差的影响

从任何角度入射的光线经过的光程为 $2n(r_1 + r_2)$,那么由于材料折射率误差 Δn (指材料在各个入射方向上的折射率的不同 ,一般在 10^{-5} 以下)而引入的附加光程差为

$$\delta = 2\Delta n(r_1 + r_2) \quad (2)$$

若取 $\Delta n = 10^{-5}$, $r_1 = 30$, $r_2 = 40.016$,则可计算出附加光程差 $\delta = 2 \times 10^{-5} \times (30 + 40.016) \approx 1.4 \mu\text{m}$,可见 ,材料折射率误差带来的影响不大。

3.3 两半球中心位置偏差的影响

图 3 中 O_1 、 O_2 分别表示猫眼前后半球的中心 , A 为双轴跟踪转镜的中心。以 O_1 为坐标原点 , O_1O_2 为 y 轴 ,垂直于 O_1O_2 的直线为 x 轴 ,建立坐标系。跟踪控制系统总是使得出射光与入射光重合 ,因此不管前后半球球心是否重合 ,总是要求光线通过后半球球心 O_2 。为简单起见 ,这里仅研究 AO_1O_2

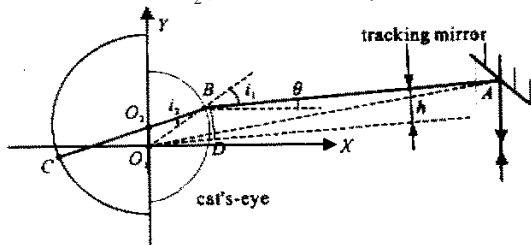


Fig. 3 The relation between optical path error and offset of the two hemispheres

所在的平面内的光线由于对心偏差而引起的附加光程差。

设猫眼前后半球的半径分别为 $r_1、r_2$,折射率均为 n ,两半球对心偏差 $O_1O_2 = e$,前半球中心 O_1 到跟踪转镜中心 A 的距离为 L ,即 $O_1A = L$ 。 h 为光线的入射高度(指球心 O_1 到入射光线的距离, BD 垂直于 O_1D) ,光线入射角为 α (指入射光线与 x 轴的夹角) ,入射光线经双轴跟踪转镜中心 A 点反射后,进入猫眼,由猫眼反射后,沿原路返回到 A 点,此时光线经历的光程为

$$d = \chi AB + n \cdot BC ,$$

其中 $AB、BC$ 可由以下几式求得。

由简单的几何关系可得

$$\left. \begin{aligned} AB &= \sqrt{O_1A^2 - h^2} - \sqrt{O_1B^2 - h^2} = \\ &\sqrt{L^2 - h^2} - \sqrt{r_1^2 - h^2} , \\ BC &= BO_2 + O_2C = BO_2 + r_2 , \\ \sin i_1 &= \frac{BD}{O_1B} = \frac{h}{r_1} . \end{aligned} \right\} (3)$$

由折射率定律得

$$\sin i_2 = \sin i_1 / n , \quad (4)$$

在 ΔBO_1O_2 中,有

$$BO_2 = \sqrt{O_2O_1^2 + O_1B^2 - 2 \cdot O_1O_2 \cdot O_1B \cdot \cos(90^\circ - i_1 - \theta)} = \sqrt{e^2 + r_1^2 - 2 \cdot e \cdot r_1 \cdot \cos(90 - i_1 - \theta)} ,$$

另由正弦定理得

$$\frac{O_1O_2}{\sin i_2} = \frac{O_1B}{\sin[180 - (90 - i_1 - \theta) - i_2]} \quad \text{即} \quad \frac{e}{\sin i_2} = \frac{r_1}{\sin(90 - i_1 - \theta + i_2)} \quad (5)$$

需要指出的是,当 $e、r_1、r_2、n$ 均为定值时,变量 θ 和 h 不是相互独立的,由(3)式~(5)式可以求得它们之间的函数关系。这是由于光线总要通过球心 O_2 的缘故。

最后求得的光程 d 为关于 α (或 h) $e、r_1、r_2、n、L$ 的函数。当 $e = 0$ 时光线经历的光程为 $d_0 = \chi[L - r_1 + n(r_1 + r_2)]$ 则由于偏差 e 引入的附加光程差为 $\delta = d - d_0$ 。取 $r_1 = 30, r_2 = 40.016, n = 1.7497, L = 1000 \text{ mm}$,则可画出附加光程差 δ 随偏差 e 、入射角 θ 的变化关系图。如图 4 所示。

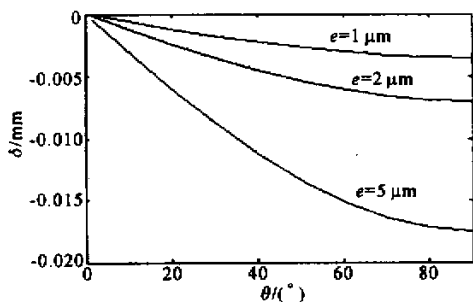


Fig. 4 Relation of the optical path error , offset and incident angle

图 4 横坐标为入射角,纵坐标为附加光程差 δ ,三条曲线分别对应于偏差 e 为 $1 \mu\text{m}、2 \mu\text{m}、5 \mu\text{m}$ 的情况。由图可见,偏差 e 越大,附加光程差 δ 也越大。当偏差 e 一定时,附加光程差 δ 随着入射角的增大而增大。进一步计算表明,猫眼到跟踪转镜的距离

L 对于附加光程差的影响非常小,可以忽略。在多路激光跟踪干涉仪组成的坐标测量系统中,由于猫眼需要工作在较大的入射角范围内,无法控制入射角来减小附加光程差,只能通过减小偏差 e 来减小附加光程差。从图中可以粗略估计,当偏差 $e = 5 \mu\text{m}$ 、入射角范围为 $0 \sim 60^\circ$ 时,附加光程差已经超过 $15 \mu\text{m}$ 。因此,猫眼前后半球的对心偏差对激光跟踪干涉仪的测距精度影响很大,加工时必须保证两半球对心偏差的精度。

3.4 两半球胶合厚度的影响

胶合厚度可以通过减小两个玻璃半球的弦高来补偿,但胶合厚度不可避免地存在误差,无法补偿,所以必须考虑胶合厚度偏差带来的影响。显然,胶合厚度偏差也可看作两半球在 x 轴上的对心偏差(见图 3),因此,胶合厚度偏差对光程的影响规律也与 3.3 中类似。图 5 给出了由于胶合厚度偏差 H 引入的附加光程差 δ 随入射角 θ 的变化关系(假设胶合剂与玻璃具有相同的折射率)。

由图可见,胶合厚度偏差 H 越大,附加光程差 δ 也越大。当胶合厚度偏差 H 一定时,附加光程差 δ 随着入射角的增大而减少。从图中可以粗略估计,当胶合厚度偏差 $H = 5 \mu\text{m}$ 、入射角范围为 $0 \sim 60^\circ$ 时,附加光程差约为 $10 \mu\text{m}$ 。因此,猫眼前后半球的胶合厚度偏差 H 对激光跟踪干涉仪的测距精度影响不可忽略,加工时应保证胶合厚度的精度。

综上所述,猫眼前后半球的球度误差和折射率

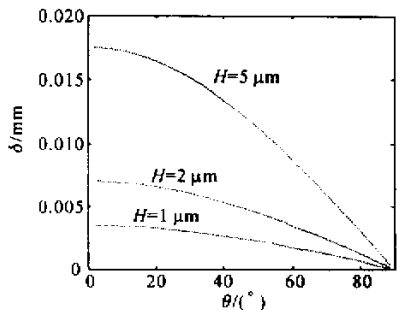


Fig. 5 The optical path error resulted from the thickness error of glue

误差引入的附加光程差较小(约为 1 μm 左右),而两半球对心偏差(包括胶合厚度偏差)引入的附加光程差较大(约为 10 μm)。因此在制作猫眼时应重点控制半球对心偏差。由于受加工工艺水平限制,实际上两半球对心偏差很难小于 1 μm,而此时引入的附加光程差也已达到了 3 μm。因而双半球猫眼作为多路激光跟踪干涉仪的目标靶镜时难以使系统达到很高的测量精度。从这个角度来说,采用折射率 $n = 2$ 的材料制作的完整球形猫眼,消除对心偏差,对于保证激光跟踪干涉仪的测量精度有着重要意义。

4 猫眼逆反射器的优化设计

由前面的计算可知,当折射率 $n = 2$ 时,猫眼逆反射器可以设计成一个完整的球形结构。然而(1)式只对近轴光线适用,而实际上猫眼球体半径不可能做得很大,并且激光束是有一定大小的(激光束直径为 6 mm)这样完全按(1)式制作的猫眼可能不是最优的。下面的计算也证明了这一点。严格来说,除了通过猫眼球心的光线按原路返回以外,其他所有偏离光轴的入射光线经猫眼反射后,都存在一个发散角,影响返回光束的平行性。下面我们以求球形猫眼为例定量计算发散角的大小,并以返回光束的发散角最小为目标,对猫眼各项参量进行了优化设计。

图 6 中猫眼为一完整球体,其半径为 r ,折射率

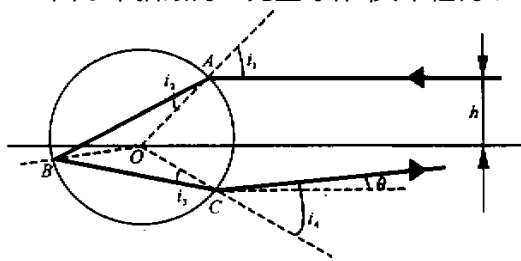


Fig. 6 The divergence angle of the reflected ray

为 n 。光线以入射高度 h 入射到猫眼, ABC 为光线经过猫眼的轨迹。

经猫眼反射后的光线以发散角 θ 出射。图中 i_1 为入射角, i_2 为折射角。按折射定律、反射定律、三角关系可求得出射光线的发散角

$$\theta = i_4 - (2i_2 + 2i_3 - i_1) = 2\arcsin(h/r) - 4\arcsin[h/(nr)]$$

可见发散角 θ 是关于 r, n, h 的函数。当 $n = 2$ 时,取球半径 $r = 30$ mm, 则可得到发散角 θ 与入射高度 h 之间的关系,如图 7 中的曲线 ($n = 2$) 所示。由图可见,随着入射高度的增加,发散角变大。图中发散角均大于 0,说明返回光束是汇聚的。当入射高度 $h = 3$ mm 时,发散角最大,此时 $\theta \approx 2.5 \times 10^{-4}$ rad,这相当于在 10 m 远处将产生 2.5 mm 的横向位移,可见对于大尺寸测量(几十米以上),发散角引起的光束横向位移将是非常显著的。返回光线的发散角虽然不影响激光跟踪干涉仪的跟踪性能,但会影响返回光束的直径和能量分布,从而影响干涉效果。发散角太大时,可能会导致干涉仪不工作。因此无论从远距离测量还是干涉仪可靠工作角度来讲,都要求返回光束的发散角越小越好,即光束平行性要好。这也是对光学逆反射器件的基本要求。

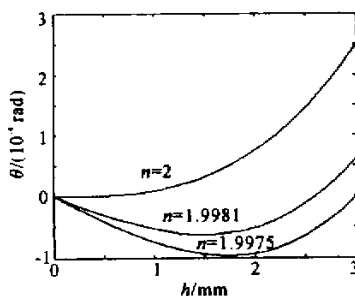


Fig. 7 Relation between the divergence angle θ , refractive index n and incident height h ($r = 30$ mm)

由于发散角 θ 与折射率 n 有关,那么可以通过优化折射率 n 的值,进一步减小返回光束的发散角(当然也可对球半径 r 进行优化)。图 7 给出了在不同折射率条件下,发散角与入射高度 h 的关系($r = 30$ mm)。由图可见,当 $n = 1.9981$ 时,在整个入射高度范围内,发散角最小,此时最大发散角约为 $\theta = 0.6 \times 10^{-4}$ rad,减少到了优化前($n = 2$)的 1/4,可见优化效果是相当显著的。因此,在制作半径为 30 mm 的完整球形猫眼时,材料的折射率最好选择为 $n = 1.9981$,此时不仅可以完成逆反射的功能,而且返回光束的平行性也最好。

上面对半径 $r = 30 \text{ mm}$ 的球形猫眼进行了研究,得到了玻璃材料的最佳折射率 $n = 1.9981$ 。对于其他半径的球形猫眼也可按上面的处理方法进行优化。图 8 给出了球形猫眼半径不同时,在各自最佳折射率下的发散角与入射高度的关系。图中 r 表示球形猫眼的半径(mm), n 为此半径下的最佳折射率。由图可见,球形猫眼半径越大,返回光束的发散角就越小。当 $r = 50 \text{ mm}$ 时,最大发散角约为 $\theta = 0.1 \times 10^{-4} \text{ rad}$ 。这样的猫眼返回光束的平行性相当好,对于上百米的特大距离测量也能满足要求。另外从图中还可看到,最佳折射率均在 $n = 2$ 附近并且相差不大,这说明制作球形猫眼的玻璃材料折射率必须相当接近于 2 (至少要大于 1.99)。经计算可知,若用 $n = 1.91042$ 的材料(ZF_{14})制作半径为 30 mm 的球形猫眼,那么在入射高度为 $0 \sim 3 \text{ mm}$ 范围内,最大发散角将达到 0.009 rad ,这么大的发散角使得这种球形猫眼失去了实用价值。

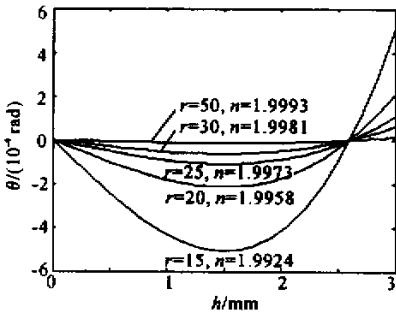


Fig. 8 Relation between the divergence angle θ , radius r , refractive index n and incident height h

实际上,激光跟踪系统中的猫眼逆反射器的半径应尽量小,以减少猫眼的体积和重量,增加测量的灵活性;另由式(2)可知,减小猫眼半径还有利于降低折射率误差带来的影响。但猫眼半径越小,返回光束的发散角就会越大,平行性变差。因此,应根据实际被测对象和要求,综合考虑猫眼的体积、重量、返回光束平行性、测量范围等因素,设计出最合理的猫眼逆反射器。

对于双半球结构的猫眼逆反射器,也可按上述处理方法进行优化。前面设计的双半球猫眼参量为:折射率 $n = 1.749708$ (ZF_6),前后半球半径 $r_1 = 30 \text{ mm}$, $r_2 = 40.0156 \text{ mm}$ 。若保持 n 、 r_1 不变,仅对后半球半径 r_2 进行优化,那么可得到发散角 θ 与球半径 r_2 、入射高度 h 之间的关系,如图 9 所示。由图可见后半球半径最佳值应为 $r_2 = 39.9296 \text{ mm}$,此时对应的最大发散角约为 $\theta = 0.6 \times 10^{-4} \text{ rad}$ 。图

10 进一步给出了不同 r_1 值时,对应的最佳 r_2 数值(mm)。由图可见,对于小于 5 m 的测量范围,制作 $r_1 = 25 \text{ mm}$ 、 $r_2 = 33.2430 \text{ mm}$ 、 $n = 1.749708$ (ZF_6) 的双半球猫眼即可满足要求。此时最大发散角约为 $\theta = 1 \times 10^{-4} \text{ rad}$,这相当于在 5 m 远处只产生 0.5 mm 的横向位移,完全能保证激光干涉仪可靠工作。与优化前的猫眼($r_1 = 30$ 、 $r_2 = 40.0156$)相比,优化后猫眼的体积、重量大大减小,并且返回光束的平行性也大为改善。

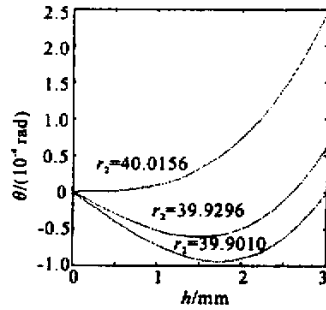


Fig. 9 Results of the optimization for rear hemisphere ($r_1 = 30 \text{ mm}$)

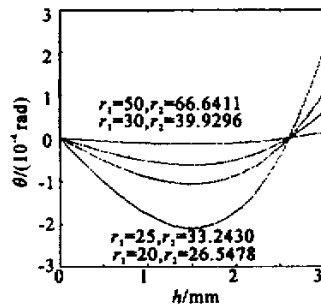


Fig. 10 Relation between divergence angle and radius of the hemispheres, $n = 1.749708$

结论 猫眼逆反射器是激光跟踪干涉仪的一个关键部件,其性能直接影响干涉仪的测量精度。经过误差分析,可以看出半球对心偏差(包括胶合厚度偏差)引入的附加光程差相当大,加工双半球猫眼时必须严格控制这项误差。猫眼作为光学逆反射器件,应用于大尺寸测量场合时,对其返回光线的发散角要求较高。通过优化设计,得到了猫眼的最佳设计参量。本文的研究工作对于设计完善的猫眼逆反射器具有重要的参考价值。

参 考 文 献

[1] Lau K, Hocken R, Haynes L. Robot performance measurements using automatic laser tracking techniques.

- Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* ,1985 ,
2 (3) :227~236
- [2] Takatsuji T , Goto M , Osawa S *et al.* . Whole-viewing-angle cat's-eye retroreflector as a target of laser trackers. *Measurement Science and Technology* ,1999 , **10** (7) :N87~N90
- [3] Nakamura O , Goto M , Toyoda K *et al.* . A laser tracking robot-performance calibration system using ball-seated bearing mechanisms and a spherically shaped cat's-eye retroreflector. *Review of Scientific Instruments* ,1994 , **65** (4) :1006~1011
- [4] Hughes E B , Wilson A , Peggs G N. Design of a high-accuracy CMM based on multi-lateration techniques. *CIRP Annals* ,2000 , **49** (1) :391~394
- [5] Zuercher Walter , Loser Raimund , Stephen A. Improved reflector for interferometric tracking in three dimensions. *Opt. Engng.* ,1995 , **34** (9) :2740~2743
- [6] Fu Jiyou. *Multi-Beam Laser Tracking Interferometer System for Flexible Coordinate Measurement* (多路激光跟踪干涉仪柔性坐标测量系统). [Ph. D. dissertation]. Tianjin : Tianjin University ,1997 (in Chinese)

Design and Optimization of a Cat's-Eye Retroreflector

Lin Yongbing Zhang Guoxiong Li Zhen

(State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments College of Precision Instrument and Opto-Electronics Engineering , Tianjin University , Tianjin 300072)

(Received 13 September 2001 ; revised 24 December 2001)

Abstract : The principle and design of a cat's-eye made of two glass hemispheres are described. It shows that cat's-eye becomes a whole sphere when the glass with refractive index of 2 is used. The optical path analysis , indicates that the offset between two hemispheres (including the thickness error of the glue) play an important role in the final accuracy of the laser tracking interferometer. The relation between divergence angle of the reflected rays , radius of the hemispheres , refractive index and incident height of the entering rays is discussed. The parameters of cat's-eye are optimized to get the least divergence angle of the reflected rays , and the optimal parameters are given.

Key words : cat's-eye retroreflector ; laser tracking interferometer ; optimization