

文章编号 : 0253-2239(2002)10-1187-08

# 倒置结构锥形束计算机层析的精确成像 与 Grangeat 算法实现\*

吕东辉<sup>1)</sup> 王朔中<sup>1)</sup> 庄天戈<sup>2)</sup>

(1), 上海大学通信与信息工程学院, 上海 200072)  
(2), 上海交通大学生物医学工程系, 上海 200030)

摘要: 研究了一种新的圆加垂直单弧段的锥顶轨迹的锥形束计算机层析(CT)的完全性条件和精确重建的 Grangeat 方法, 提出了倒置结构锥形束计算机层析的便于实现的圆加垂直多弧段的成像结构及进行精确重建的完全性条件。利用倒置成像结构与现有成像结构之间的等价关系, 给出了倒置结构锥形束计算机层析的重建算法。最后, 对上述几方面进行了计算机模拟。

关键词: 倒置结构; 锥形束计算机层析; 无损检测

中图分类号: TN911.73 文献标识码: A

## 1 引 言

断层计算机层析已经广泛应用于医疗诊断、工业无损检测等领域,但它也有着一些局限性<sup>[1]</sup>。与断层计算机层析不同的是,要精确重建三维物体的密度函数(即体积计算机层析,锥形束计算机层析是体积计算机层析的一种),必须使得 X 线源的扫描轨迹为一定的空间曲线,即满足三维重建的完全性条件。由于进行直接三维重建时要用到 X 线源所发出的锥形束射线,因而将 X 线源的扫描轨迹简称为锥顶轨迹。精确重建的锥顶轨迹有无限长直线、垂直双圆、垂直双半圆、圆加垂直线段等,但利用实际的扫描装置来实现它们都有着很大的不便,因而找到一种便于实现的完全成像结构是人们在三维图像重建领域一直关注的问题。另一方面,三维重建中的接收器为平面探测阵,因而散射对于重建图像的质量的影响就比较显著。针对现有锥形束计算机层析在上述两方面的缺点,结合 Albert<sup>[2]</sup>提出的倒置结构的 X 射线成像方法及 Wojcik 等<sup>[3]</sup>将倒置的 X 射线成像结构用于二维 X 线摄影的实践,我们提出了倒置结构的锥形束计算机层析的概念。倒置结构锥形束计算机层析与现有锥形束计算机层析的 X

线扫描结构有着明显的不同,其主要差别为(见图 1):

1) 前者待重建物体要远离探测器,并且探测器成点状散开分布,因而接收到的投影数据中散射噪声的成分极少;后者待重建物体靠近平面接受器,而远离 X 线源,因而投影数据中混有大量的散射噪声。

2) 前者 X 线源在一个平面上作“之”形移动扫描,接受器为多个点状探测器;后者 X 线源在一定的轨迹上运动,如圆等。

在解析类的重建算法中,Smith 与 Grangeat 的贡献最大。Smith<sup>[4]</sup>通过中间函数的构造,将测得的锥形束数据与进行三维 Radon 变换反演所要求的二维 Radon 变换数据联系起来,建立起来一套完善的三维重建理论。但由于截断误差的影响,在重建的具体实行时,该方法只是一种近似的重建算法。而 Grangeat<sup>[5]</sup>通过构造了  $\delta'(x)$  的中间函数,使得三维重建可以比较精确地进行。结合倒置结构锥形束计算机层析的具体情况,通过对于现有各种锥顶曲线的研究,发现圆加垂直线段的锥顶轨迹比较适合于倒置结构的锥形束计算机层析。Zeng 等<sup>[6]</sup>用 Smith 方法进行了圆加垂直线段的锥顶轨迹的重建;Kudo 及 Saito<sup>[7]</sup>也使用了 Smith 方法,只是利用了衰减缓慢的窗函数及对于冗余度函数的平滑来减少伪像。为了研究倒置结构锥形束计算机层析,我们已对倒置结构断层计算机层析的完全性条件、成像算法等进行了详细的研究<sup>[8]</sup>。谌飏等<sup>[9]</sup>研究了倒

\* 国家自然科学基金(39870210)和上海市高等学校发展科学基金资助课题。

E-mail: ludhui@citiz.net

收稿日期: 2001-06-22; 收到修改稿日期: 2001-12-06

置结构锥形束计算机层析的边界重建问题,并没有得到三维物体的密度函数,而三维物体的密度函数是锥形束计算机层析要解决的基本问题。本文提出

一种圆加垂直单弧段的锥顶曲线,并使用 Grangeat 方法进行精确重建。然后经过适当处理,将该算法用到倒置结构锥形束计算机层析上去。

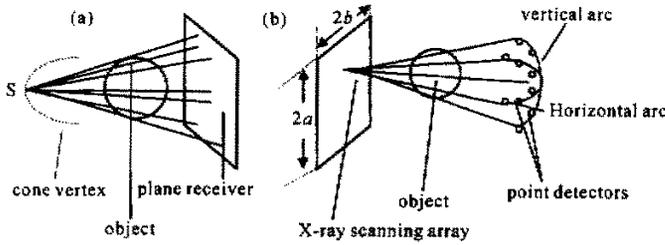


Fig. 1 The difference of obtaining projections between reverse geometry cone beam CT and the conventional cone beam CT.

(a) Conventional cone beam CT geometry ; (b) Reverse cone beam CT geometry

## 2 锥顶轨迹为圆加垂直单弧段的 Grangeat 重建方法

### 2.1 锥顶轨迹为圆加垂直单弧段的锥形束计算机层析的完全性条件

Grangeat 的三维重建方法被认为是目前重建精度比较好的锥形束计算机层析的重建算法。对于任何的空间轨迹,只要满足穿过物体锥形束支撑的平面几乎处处都与该轨迹至少相交于一点,那么就可以依托于锥顶运行时从平面探测阵上所获得的测量数据来精确重建三维物体在任意点的密度信息。

此处提出的圆加垂直单弧段的锥顶曲线与垂直双圆的锥顶曲线相比,要简单一些;与圆加垂直线段的锥顶曲线相比,由于圆与垂直单弧段的圆半径相同,有利于点状探测器的空间布置,从而倒置结构锥形束计算机层析的实现方便些。圆加垂直单弧段的锥顶曲线如图 2 所示,  $D$  为锥顶圆及垂直弧段的半径,  $R$  为物体支撑球的半径,  $\Omega$  为垂直弧段的圆心角。

要满足上面所述的精确重建条件,则可以证明此时必有  $\Omega \geq 4\arcsin(R/D)$ 。若以物体的支撑中心为原点  $O$ ,建立直角坐标系  $XYZ$ ,则圆加垂直单弧段的曲线方程如下,

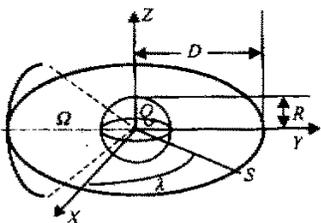


Fig. 2 A circle-and-arc orbit

$$\phi(\lambda) = \begin{cases} (D\cos\lambda, -D\sin\lambda, 0), & 0 \leq \lambda < 2\pi \\ [0, -D\cos(\lambda - \frac{\Omega}{2}), D\sin(\lambda - \frac{\Omega}{2})], & 2\pi \leq \lambda \leq 2\pi + \Omega \end{cases} \quad (1)$$

其中  $\lambda$  为锥顶曲线的角度参变量。

### 2.2 锥形束投影的积分表示

锥形束投影时测得的数据,是进行重建的基础,它是物体的密度沿投影直线的线积分的值,即

$$g(S, A) = \int_{-\infty}^{\infty} f(OS + t\tau) dt,$$

如图 3 所示,  $S$  为锥顶上的一点,  $\eta$  为探测阵平面,其中心为  $O$ ,其法向为  $OS$ 。 $O$  点同时为物体支撑球的中心(这样将给处理问题带来方便),  $\tau$  为投影直线的单位向量,  $SA$  为某一条投影直线,交  $\eta$  于  $A$  点,  $t$  为  $SA$  上某点的坐标。 $Ouvw$  为  $\eta$  的局部坐标系,其中  $v$  轴与  $Z$  轴重合,  $f(x)$  表示物体的密度函数,其中  $x = (x, y, z)$ 。

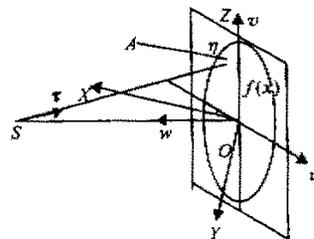


Fig. 3 Cone beam projection

### 2.3 三维 Radon 变换求逆

如图 4 所示,  $\mu$  为  $OXYZ$  中的一个平面,  $C$  为  $O$  点在平面  $\mu$  上的正交投影,  $OC = \rho$ 。 $\theta$  为  $\mu$  的法向,  $\theta = (\cos\phi\sin\theta, \sin\phi\sin\theta, \cos\theta)$ ,

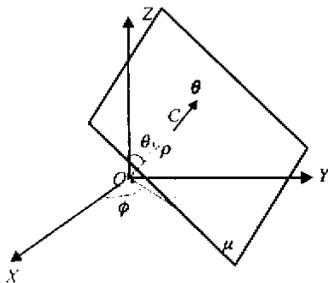


Fig. 4 Inversion of the 3-D Radon transform

其中  $\phi$  为  $OC$  在  $XOY$  平面上的投影与  $OX$  轴的夹角,  $\theta$  为  $OC$  与  $OZ$  轴的夹角, 则物体  $f(x)$  的三维 Radon 变换定义为

$$R(\theta, \rho) = \iiint f(x) \delta(x \cdot \theta - \rho) dx, \quad (2)$$

其中  $\theta \in (-\pi/2, \pi/2), \phi \in (0, \pi), \rho \in (-\infty, \infty)$

记  $R'(\theta, \rho)$  为  $R(\theta, \rho)$  关于  $\rho$  的一阶偏导数, 则可得三维 Radon 变换的求逆公式为<sup>[10]</sup>

$$f(x) = -\frac{1}{4\pi^2} \iint_{2\pi} \frac{\partial}{\partial \rho} R'(\theta, \rho) |_{\rho=x \cdot \theta} d\omega, \quad (3)$$

其中  $d\omega = \sin\theta d\theta d\phi$ . 由 Grangeat 公司, 可由投影数据  $g(S, A)$  得到  $R'(\theta, \rho)$ , 则由(3)式就可精确

重建  $f(x)$ .

### 2.4 Grangeat 的重建公式

对于某一个锥顶  $S$  及给定的单位向量  $\theta$ , 可以定义  $G(S, A) = \frac{|SO|}{|SA|} g(S, A)$ ,  $|SO|$  与  $|SA|$  分别表示线段  $SO$  与  $SA$  的长度.  $\mu(\theta, \rho)$  为通过点  $S$ 、且法向为  $\theta$  的唯一确定的平面. 平面  $\mu$  与探测器平面  $\eta$  交于直线  $l$ ,  $C'$  为面  $\eta$  上原点  $O$  到  $l$  的垂足. 在图 5 中,  $OXYZ$  是物体的坐标系;  $Ouvw$  是锥顶  $S$  和面  $\eta$  所构成的坐标系;  $Opqw$  是  $Ouvw$  绕  $w$  轴旋转角度为  $\alpha$  而成的坐标系, 使轴  $p$  与直线  $l$  垂直. 再引入

$$G(S, \theta) = \int_{A \in l} G(S, A) dA,$$

由于  $OA$  也可由  $OC' + qq$  表示,  $q$  为  $q$  轴的单位向量. 因而又有,

$$G(S, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} G(S, OC' + qq) dq,$$

这样 Grangeat 公式为

$$\frac{1}{\sin^2 \beta} \frac{\partial}{\partial p} G(S, \theta) = R'(\theta, p), \quad (4)$$

其中  $\beta$  为  $SC'$  与  $OC'$  之间的夹角.

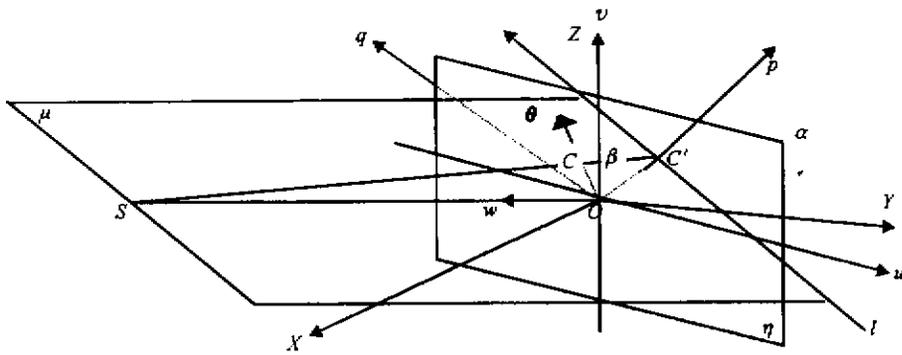


Fig. 5 Explanation for the Grangeat reconstruction method

## 3 倒置结构锥形束计算机层析的完全性条件及其重建算法

### 3.1 倒置结构锥形束计算机层析的完全性条件

如图 1 所示, 倒置结构锥形束计算机层析的发射源为扫描 X 线面阵, 接收器为具有一定的空间分布的一组点状探测器. 被测物体位于两者之间, 且离开探测器的距离应该远大于离开扫描 X 线面阵的距离. 这样一方面可以大大减少康普顿散射的影响, 另一方面也可使扫描 X 线面阵的尺寸小一些 (这可以从倒置结构锥形束计算机层析的构成要素之间的几何关系得出). 利用这种倒置的 X 线透射

结构, 通过不同视角下的投影数据, 就可以去重建被测物体的密度函数, 这就是倒置结构的锥形束计算机层析的概念. 该种结构的锥形束计算机层析在何种条件下才能进行精确重建呢? 这是需要研究的一个关键问题. 以下从两方面来说明这个问题.

1) 点状探测器的空间分布. 通过对现有锥形束计算机层析进行精确重建所需锥顶曲线的研究与比较, 采用使用点状探测器组成相互垂直、半径相同的双圆弧构型最为合理, 这将有利于倒置结构锥形束计算机层析的重建算法向现有锥形束计算机层析的重建算法的转换. 两个圆弧的长短与倒置结构锥形束计算机层析的成像参数有关, 如圆弧的半径、物体的尺寸、倒置成像结构的转动次数等.

2) 该种倒置的 X 线成像结构在单个位置所获得的数据显然是不足的,因而整个装置合适的转动次数相当重要。转动的要求是沿固定旋转轴的等角度转动,旋转轴一般取为 OXYZ 的 Z 轴。受倒置结构断层计算机层析的精确成像研究的启发<sup>[8]</sup>,可得出以下结论:对于垂直双圆弧结构,整个装置的转动次数只有不小于两次,即相异位置数不小于 3,才能获得进行完全重建的锥形束数据。具体次数的选取,要综合考虑点状探测器的数目、扫描 X 线面阵的大小及物体的尺寸等因素。

若想通过  $n$  个不同位置的锥形束数据来获得完全重建,此时的转动角度应为  $2\pi/n$ ;水平弧的弧长应不小于  $2\pi D/n$ ;垂直弧的弧长应不小于  $4D\arcsin(R/D)$ 。此时,若扫描面阵到点 O 的距离为  $d$ ,则由于下面给出的倒置结构锥形束计算机层析的重建算法的需要,还必须要求扫描 X 线面阵的尺寸满足一定的条件,具体推导类似于文献[8],即

$$a \geq (d + D - 2R^2/D) \tan[3\arcsin(R/D)] -$$

$$2R \sqrt{D^2 - R^2}/D,$$

$$b \geq [d + D\cos(\pi/n)] \tan[\pi/n + \arcsin(R/D)] - D\sin(\pi/n).$$

### 3.2 倒置结构锥形束计算机层析的重建算法

将以上所述的  $n$  个相异位置的垂直双圆弧拼起来,就构成了圆加  $n$  个垂直弧段的锥顶曲线,这样就可以通过该装置在圆轨迹上的转动来进行完全重建。这不但解决了现有锥形束计算机层析锥顶轨迹为圆时的数据不完全问题及完全轨迹,如垂直双圆、圆柱螺旋线等的难以用机械装置实现的问题,而且接收器的以散点代面阵使散射的影响大大减少。

对于足够大的扫描 X 线面阵或充分小的物体尺寸,可以将倒置情形下获得的数据等价地转换成现有的锥形束计算机层析中的锥形束数据。当扫描 X 线面阵完成一次扫描时,则每个点状探测器都会获得一系列的数据。这些数据可以看成是由这些点状探测器发出,而由平面阵接收的投影数据。值得注意的是,如此等价而来的投影数据与现有的锥形束计算机层析的投影数据还是有所区别的。因为对前者而言直线  $S'O$  与平面阵是非正交的, $S'$  为垂直双圆弧上的某一点;而对后者而言直线  $SO$  与平面阵是垂直的。这样在对倒置结构处理时,不同的  $S'$  点对物体的投影在平面阵上都是不同的,这也是倒置结构锥形束计算机层析的特殊之处。以下从三个方面加以详细研究。

#### 3.2.1 倒置结构各参量的相互关系

为了对于倒置结构的参量  $d, D, R, a$  及  $b$  之间关系有一个实际认识,下面给出当  $R = 1, D = 5$  时各参量的具体数值,其中 Ratio Area 表示扫描 X 线面阵的最小面积( $4ab$ )与物体的中心截面面积( $\pi R^2$ )之比。由表中可知,当  $n = 3$  时,扫描 X 线面阵的最小面积( $4ab$ )要比物体的中心截面面积大 19 倍(30 倍,  $d = 2.0$ ),要实现时会有一定的困难。对  $d = 1.2$ ,当  $n = 8$  时,平面阵近似为正方形。此时平面阵的利用率(用  $S$  点将物体在平面阵上的投影面积与平面阵面积之比表示利用率,对倒置情形而言,此时为最小值)为 38.87%,而  $n = 3$  时仅为 10.42%,因而倒置重建时要选择合适的转动次数。

Table 1. Parameters relation in reverse geometry

$n$		3	5	8	10
$d = 1.2$	$a$	2.04	2.04	2.04	2.04
	$b$	7.54	2.79	2.02	1.83
	area ratio	19.58	7.25	5.25	4.75
$d = 2.0$	$a$	2.60	2.60	2.60	2.60
	$b$	9.12	4.35	2.29	2.28
	area ratio	30.19	14.40	7.58	7.55

#### 3.2.2 非零区域的计算

为了有效地进行计算,当给定一定尺寸的平面阵后,可以求出由  $S'$  可得非零投影数据的区域,简称为非零区域。如图 6 和图 7(a)所示。

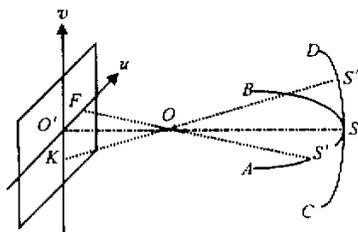


Fig. 6 The reverse imaging geometry with multi-point-detectors lying in two vertical arcs

当  $S'$  位于水平弧段时,设  $\angle S'OA = \theta, \alpha = \arcsin(R/D)$ ,取过  $O$  点及弧段  $AB$  的平面,其与平面阵相交的情形见图 7(a)。在  $\triangle O'FO$  中,已知  $\angle O'OF = \pi/n - \theta$ ,从而  $F$  点的坐标为  $u_F = d \tan(\pi/n - \theta)$ ,由正弦定理有

$$|FG| = |S'F| \sin\alpha / \sin(\pi/2 - \pi/n + \theta - \alpha),$$

其中

$$|S'F| = D + d / \cos(\pi/n - \theta),$$

则  $G$  点的坐标为  $u_G = u_F + |FG|$ 。同理,由

$$|FE| = |S'F| \sin\alpha / \sin(\pi/2 + \pi/n - \theta - \alpha),$$

可得  $u_E = u_F - |FE|$ 。取过  $O$  点及  $S'$  的垂直于水平弧段的平面,其与平面阵相交的情形见图 7(b)。



$\eta'$  上的某一点  $A'$  其像素值与  $\eta$  上  $A$  点处相等。但  $A$  点通常不位于投影数据网格点上,因而要进行双线性插值,其如图 10 所示,其中  $\alpha$ 、 $\beta$  分别为点  $A$  到直线  $L_1$ 、 $L_2$  的距离,  $f(A)$  表示  $A$  点的投影值,设像素边长为 1,则有:

$$f(A) = \alpha\beta f(i, j) + (1 - \alpha)\beta f(i + 1, j) + \alpha(1 - \beta)f(i, j + 1) + (1 - \alpha)(1 - \beta)f(i + 1, j + 1)$$

另外一个需要解决的问题是如何求出  $A$  点的坐标,这里就不再详述了。

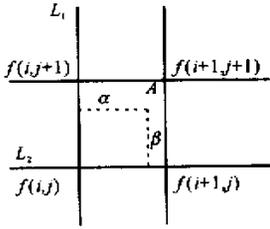


Fig. 10 Explanation for the bilinear interrelation

#### 4 锥形束计算机层析重建算法的计算机模拟

作为计算机模拟的始点,我们首先给出三维待重建物体的一个仿真模型,具体参数请见附录 A<sup>[9]</sup>。模型由 5 个不同密度的椭球组成,主要用以反映重建算法对于不同密度对比度的物体的反演情况。该模型的中心在原点,其重建体积部分为  $[-1, 1] \times [-1, 1] \times [-1, 1]$  的立方体,从而该物体的支撑球的半径为  $\sqrt{3}$ 。对于圆加垂直单弧段的体积计算机层析的重建,其锥顶轨迹已由(1)式给出,垂直弧段的圆心角为  $\Omega$ 。当用倒置结构进行重建时,其锥顶曲线相当于圆(由  $n$  段水平弧组成)加  $n$  个垂直弧段组成,圆的方程与(1)式中圆的方程相同,而此时  $n$  个垂直弧段的圆心角也为  $\Omega$ 。因此第  $i$  个垂直弧段的曲线参量方程为

$$\begin{aligned} & [ D\cos(\lambda - \Omega/2)\cos[(2i - 1)\pi/n], \\ & D\cos(\lambda - \Omega/2)\sin[(2i - 1)\pi/n], \\ & D\sin(\lambda - \Omega/2) ], \\ & \lambda \in [ 2i\pi, 2i\pi + \Omega ] \end{aligned}$$

对于前一种情形,当锥顶在水平圆上时,探测器平面中心位于

$$(-d\cos\lambda, -d\sin\lambda, 0),$$

其法向为

$$(d\cos\lambda, d\sin\lambda, 0), \lambda \in [0, 2\pi];$$

当锥顶位于垂直弧段上时,探测器平面的中心位于

$$(-d\cos(\lambda - \Omega/2), 0, -d\sin(\lambda - \Omega/2))$$

探测器平面法向为

$$(d\cos(\lambda - \Omega/2), 0, d\sin(\lambda - \Omega/2)),$$

$$\lambda \in [ 2\pi, 2\pi + \Omega ]$$

对于倒置情形,当

$$\lambda \in [ 2i\pi, 2i\pi + \Omega ]$$

及

$$\lambda \in [(2i - 1)\pi/n, 2i\pi/n]$$

时,探测器平面的中心位于

$$(-d\cos[(2i - 1)\pi/n], -d\sin[(2i - 1)\pi/n], 0),$$

此处取  $d = 1.5 > \sqrt{2}$ 。设探测器平面含有  $M \times M$  个像素,而重建体积中含有  $N^3$  个体素。

在具体计算中,取  $R = 1, D = 5, M = N = 32, n = 3$ 。点状探测器的分布为水平弧段与垂直弧段各等距排放 11 个。进行模拟的计算机是一台 P II 的 PC 机,软件环境为 Windows 98,开发工具为 Visual C++ 6.0, Matlab 等。

图 11 到图 16 是仿真模型的三个冠状面与三个横截面在不同情形下的重建结果。具体情形分为:1) 仿真模型切片;2) 圆加垂直弧段锥顶轨迹下仿真模型切片;3) 倒置结构锥形束计算机层析成像模式下仿真模型切片。值得注意的是,由于倒置结构锥形束计算机层析投影数据要经过插值转化为现有的锥形束计算机层析投影数据,插值引起的误差影响了重建图像的质量。但现有的锥形束计算机层析既存在实现的不便利性,又肯定会受到散射噪声的影响。

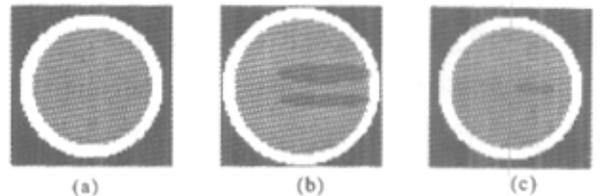


Fig. 11 The coronal slices in simulation phantom.

(a)  $y = -0.4$ ; (b)  $y = 0$ ; (c)  $y = 0.4$

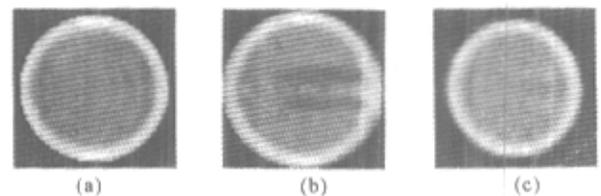


Fig. 12 The reconstructed coronal slices in simulation phantom with circle-and-arc orbit.

(a)  $y = -0.4$ ; (b)  $y = 0$ ; (c)  $y = 0.4$

(c)  $y = 0.4$

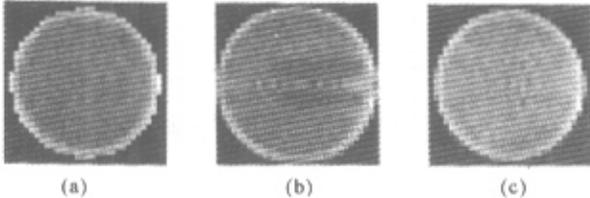


Fig. 13 The reconstructed coronal slices in simulation phantom with RGCBCT. (a)  $y = -0.4$ ; (b)  $y = 0$ ; (c)  $y = 0.4$

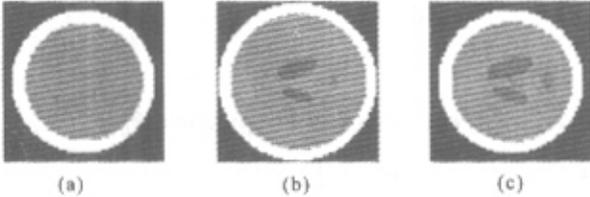


Fig. 14 The cross slices in simulation phantom. (a)  $z = -0.4$ ; (b)  $z = 0$ ; (c)  $z = 0.4$

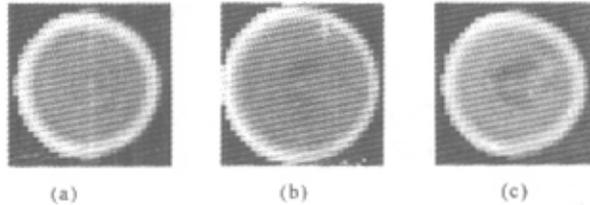


Fig. 15 The reconstructed cross slices in simulation phantom with circle-and-arc orbit. (a)  $z = -0.4$ ; (b)  $z = 0$ ; (c)  $z = 0.4$

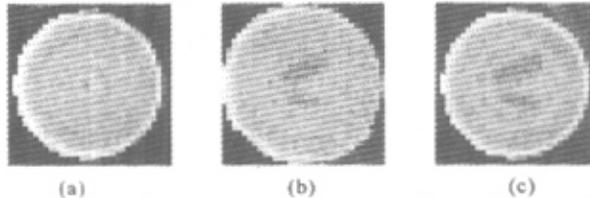


Fig. 16 The reconstructed cross slices in simulation phantom with RGCBCT. (a)  $y = -0.4$ ; (b)  $y = 0$ ; (c)  $y = 0.4$

## 5 讨论与结论

本文提出了以圆加垂直单弧段为锥顶轨迹的及倒置结构的锥形束计算机层析的完全条件和重建算法,并给出了计算机模拟。利用倒置结构的锥形束计算机层析,既达到了在倒置装置旋转一周(只需有限几个位置)的条件下,精确地进行了三维物体的重建,又使得散射噪声对投影数据的影响基本上得以消除。即从精确三维重建实现的便利上和重建的精度上对现有的锥形束计算机层析进行了改进。

当然,倒置结构的锥形束计算机层析在 X 线的利用率方面有些欠缺,这是因为 X 线源在扫描平面上的一个位置时,只有数量不多的点状探测器在接受数据,同现有的锥形束计算机层析中一个 X 线源发出的 X 射线由平面探测器上的几百个探测元来

接收相比, X 射线的利用率要低得多。X 射线用于医学影像诊断时, X 射线的辐射剂量是要严格限制的,并且是越小越好,因而倒置结构锥形束计算机层析不太适宜于医学领域,而其在工业的无损检测上会发挥更重要的作用。我们用多个点状探测器来提高 X 线的利用率。在获得投影数据的速度上可以利用先进的扫描装置,如每秒在 X 线源平面阵上进行 16 次扫描的装置,使得获取数据的速度也相当高。常规锥形束计算机层析要在一圆上几百个位置获取投影数据,其所得的数据还不完全,而倒置情形下只需几个位置就可以获得完全的投影数据,这也是倒置结构的锥形束计算机层析的优点之一。

倒置结构的锥形束计算机层析的重建算法经过适当的修改可以转化成锥形束计算机层析的重建算法,这样它们存在的共同问题就是计算速度如何有效地加以提高。另外,既然理论上已经说明倒置结构具有相当的优越性,我们下一步将要进行的工作就是通过具体的实验将其现实化。

## 参 考 文 献

- [1] Lu Donghui, Zhuang Tiange, Yan Zhuangzhi. Review for study of image reconstruction algorithm in volume CT. *Computerized Tomography Theory and Applications* (理论与应用研究), 2000, 9(4): 12~18 (in Chinese)
- [2] Albert R D, Albert T M. Aerospace application of X-ray system using reverse geometry. *Materials Evaluation*, 1993, 51(2): 1350~1352
- [3] Wojcik R, Majewski S. Medical imaging with reverse geometry X-radiography. *Proc. SPIE*, 1994, 2163: 73~80
- [4] Smith B D. Cone-beam tomography: Recent advances and a tutorial review. *Opt. Engng.*, 1990, 29(5): 524~534
- [5] Grangeat P. Mathematical framework of cone beam 3D reconstruction via the first derivative of the radon transform. *Lecture Notes in Mathematics* 1497. *Mathematical Methods in Tomography*. Berlin: Springer-Verlag, 1991. 66~97
- [6] Zeng G L, Gullberg G T. A cone beam tomography algorithm for orthogonal circle-and-line orbit. *Phys. Med. Biol.*, 1992, 37(3): 563~567
- [7] Kudo H, Saito T. Feasible cone beam scanning methods for exact reconstruction in three dimension. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1990, 7(12): 2169
- [8] Lu Donghui, Chen Biao. Study on the reconstruction algorithm for 2D X-ray CT of reverse geometry. *J. Shanghai Jiaotong University* (上海交通大学学报), 1999, 33(9): 1131~1136 (in Chinese)
- [9] Chen Biao, Lu Donghui. Reverse geometry based volume reconstruction. *Acta Optic Sinica* (光学学报), 1999, 19(1): 35~40 (in Chinese)
- [10] Natterer F. *The Mathematics of Computerized Tomography*. New York: Wiley, 1986

附录 A 仿真体积模型描述  
模型：五个椭球

	中心	密度	X 半轴方向	Y 半轴方向	Z 半轴方向
(1)	(0.0 0.0 0.0)	2.00	(0.9721 0.0 0.0)	(0.0 0.9721 0.0)	(0.0 0.0 0.9721)
(2)	(0.0 0.0141 0.0141)	-0.98	(0.842 0.0 0.0)	(0.0 0.842 0.0)	(0.0 0.0 0.842)
(3)	(0.1684 0.0 0.2916)	-0.32	(0.08, -0.026 0.0)	(0.0733 0.2257 0.0)	(0.0 0.0 0.5772)
(4)	(-0.1684 0.0 0.2916)	-0.32	(0.1165 0.0378 0.0)	(-0.097 0.2985 0.0)	(0.0 0.0 0.5978)
(5)	(0.0 0.4593 0.2916)	-0.16	(0.1225 0.0 0.0)	(0.0 0.0765 0.0)	(0.0 0.0 0.3827)

## Implementation of Grangeat Algorithm for Cone Beam Computerized Tomography Based on Reverse Geometry

Lu Donghui<sup>1)</sup> Wang Shuozhong<sup>1)</sup> Zhuang Tiange<sup>2)</sup>

(1), School of Communication and Information Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072 )  
(2), Department of Biomedical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030 )

( Received 22 June 2001 ; revised 6 December 2001 )

**Abstract :** Compared to existing cone beam computerized tomography (CT) techniques, the reverse-geometry-based cone beam CT (RGCBCCT) can provide projection data with considerably higher SNR, and is convenient in the implementation of exact reconstruction. A novel orthogonal circle-and-arc orbit for cone beam CT is proposed. Its completeness condition and the application of the Grangeat method are discussed. A flexible orthogonal circle-and-arcs orbit for RGCBCCT together with its completeness condition is proposed. Based on the equivalence between the reverse and traditional imaging geometries, a reconstruction algorithm for RGCBCCT and computer simulation results are presented.

**Key words :** reverse geometry ; cone beam computerized tomography ; non-destruction evaluation