光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

文章编号:0253-2239(2002)10-1165-05

光纤光栅带内色散特性的离散时域分析*

蔡海文 瞿荣辉 陈高庭 方祖捷

(中国科学院上海光学精密机械研究所,上海 201800)

摘要: 采用多层介质的离散传输线模型表征光纤光栅响应特性,并利用数字信号处理方法对光纤光栅的相位特性进行了分析,研究了用于密集波分复用窄带滤波的变迹光纤光栅的带内色散特性,表明对称变迹光纤光栅的幅度响应与相位响应之间满足希尔伯特变换关系,幅度响应越接近理想的矩形,带内色散越大。并采用耦合模理论数值计算了对称变迹的光纤光栅的反射相位响应和带内群时延情况,验证了分析结果。

关键词: 光纤光栅;色散;最小相位滤波器;密集波分复用

中图分类号:TN25　　文献标识码:A

1 引 言

光纤光栅问世以来,由于其优异的和多种多样的性能,一直受到国际上科技界和产业界的重视。尤其是在光源稳频、密集波分复用(DWDM)滤波器、掺铒光纤放大器(EDFA)、增益均衡器、色散补偿器、传感器件等方面显示了优良的功能和产业前景[1]。在掺铒光纤放大器方面,光纤光栅作为980 nm、1480 nm抽运源的稳频器和掺铒光纤的增益平坦化器件,已经大量生产和应用。在色散补偿方面,人们普遍认为将取代色散补偿光纤,成为最佳选择[2]。

在密集波分复用滤波器件方面,随着信道密集程度的进一步提高,在100 GHz、50 GHz甚至25 GHz信道间隔时,光纤光栅因其良好的窄带滤波性能而被认为比其它滤波技术,如薄膜滤波器更有竞争力。从系统应用的角度看,为获得良好的滤波性能,光纤光栅应该具有如下特点:低的插入损耗;顶部平坦的谱响应,以增加带宽利用率;陡峭的滤波器带边(矩形度好),以提高隔离度,减小信道串扰;以及线性的相位响应,以减小滤波器带内色散对传输信号的损伤。

虽然在改善光纤光栅的幅度响应方面研究人员已做了大量的工作,例如采用各种变迹技术提高滤波器的矩形度和边模抑制比,并且取得了相当出色的结果[3,4],但相应的相位响应(色散)并没有引起足够的重视。但是,随着密集波分复用系统单信道速率的提高,在每信道速率为10 Gb/s或更高的情况下,滤波器的带内色散已成为影响系统性能的关键因素之一[5]。

2 理论分析

2.1 光纤光栅响应的离散时域传输线模型

光纤布拉格光栅是光纤芯折射率沿轴向具有周期性变化的一种光纤器件,和多层介质薄膜滤波器一样是一种多层介质结构。在文献[6]中,一种离散时域传输线模型被用于薄膜滤波器的设计,这里,我们把这种模型应用于光纤布拉格光栅色散特性分析,如图1所示。这里要指出的是,传输线模型适用于TE或TM模,由于光纤是圆波导,其纵向场分量不为零,严格讲传输线模型不能用来分析光纤光栅。但是,由于本文研究的光纤光栅是制作在单模光纤中的,而单模光纤满足弱导条件:光纤芯和包层的折射率差别极小,其导波类似于一个横电磁波(TEM波),纵向场分量极小,横向分量占主要优势,光纤光栅中的模式耦合主要发生在横向分量上,纵向分量间的耦合可以忽略,因此可以将传输线模型用于光纤光栅的分析中。

图1(a)表示的是光纤光栅的一个包含两个光界面的介质段的反射、透视系数(r_k, t_k)和反射、透视波前(R_k, T_k)的Z变换域表示,图1(b)则是它的离散传输线模型。考虑第k个光界面,可以得到

$$T_{k+1}(z) = \frac{z^{-1/2}}{t_k}T_k(z) - \frac{r_k z^{1/2}}{t_k}R_k(z), \tag{1}$$

* 国家科委攀登计划预研项目'信息科学中若干新型光子器件和系统的应用基础研究'资助课题。

E-mail:caihaiwen@yahoo.com

收稿日期:2001-09-17;收到修改稿日期:2001-12-11

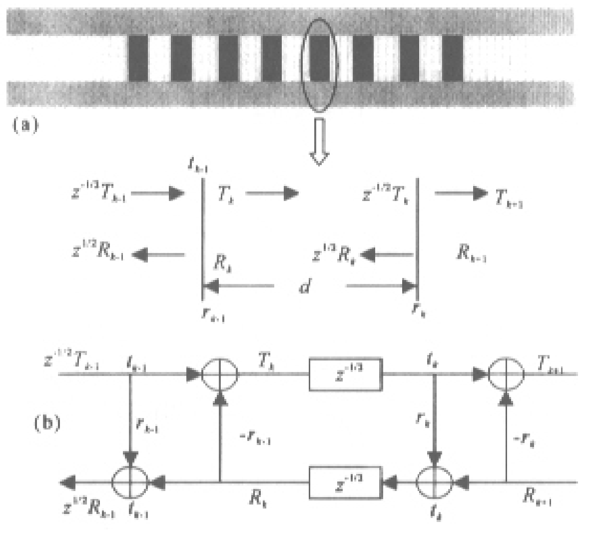


Fig. 1 (a) Schematic of a two-interface section of a fiber Bragg grating with z-domain description. (b) Discrete transmission line model of the two-interface section of the fiber Bragg grating depicted in (a)

$$R_{k+1}(z) = \frac{z^{1/2}}{t_k}R_k(z) - \frac{r_k z^{-1/2}}{t_k}T_k(z), \tag{2}$$

并且有关系 $r_k^2 + t_k^2 = 1$,将(1)式、(2)式写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} T_{k+1}(z) \\ R_{k+1}(z) \end{bmatrix} = \frac{z^{-1/2}}{t_k}\begin{bmatrix} z^{-1} & -r_k \\ -r_k z^{-1} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} T_k(z) \\ R_k(z) \end{bmatrix} = \frac{z^{-1/2}}{t_k}\boldsymbol{M}_{k+1,k}\begin{bmatrix} T_k(z) \\ R_k(z) \end{bmatrix}, \tag{3}$$

$\boldsymbol{M}_{k+1,k}$ 为 k 层到 $k+1$ 层的多项式传输矩阵,其中 $k = 1,2,3,\cdots,N$,N 为光纤光栅总的界面数,对于 $k = 0$,

$$\begin{bmatrix} T_1(z) \\ R_1(z) \end{bmatrix} = \frac{1}{t_0}\begin{bmatrix} 1 & -r_0 \\ -r_0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} T_0(z) \\ R_0(z) \end{bmatrix} = \frac{1}{t_0}\boldsymbol{M}_{1,0}\begin{bmatrix} T_0(z) \\ R_0(z) \end{bmatrix}. \tag{4}$$

所以,由(3)式、(4)式可以得到联系光纤光栅的入射面与右端面的传输波前和反射波前的 Z 变换之间的传输矩阵:

$$\begin{bmatrix} T_k(z) \\ R_k(z) \end{bmatrix} = \frac{z^{k/2}}{t_k\cdots t_0}\boldsymbol{M}_{k+1,k}\boldsymbol{M}_{k-1,k-2}\cdots\boldsymbol{M}_{1,0}\begin{bmatrix} T_0(z) \\ R_0(z) \end{bmatrix} = \tau_{k+1,0}\boldsymbol{M}_{k+1,0}\begin{bmatrix} T_0(z) \\ R_0(z) \end{bmatrix}. \tag{5}$$

根据文献[7],矩阵 $\boldsymbol{M}_{k+1,0}$ 的元素满足一阶递归关系,并且具有一种特殊的对称形式:

$$\boldsymbol{M}_{k+1,0} = \begin{bmatrix} A_k^{\mathrm{R}}(z) & B_k^{\mathrm{R}}(z) \\ B_k(z) & A_k(z) \end{bmatrix}, \tag{6}$$

其中,上标 R 表示多项式系数的反转操作,

$$\left.\begin{aligned} A_k^{\mathrm{R}}(z) &= z^{-k}A_k(z^{-1}), \\ B_k^{\mathrm{R}}(z) &= z^{-k}B_k(z^{-1}). \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

元素的递归关系为

$$A_k(z) = A_{k-1}(z) - r_k z^{-1}B_{k-1}^{\mathrm{R}}(z), \tag{8}$$

$$B_k(z) = B_{k-1}(z) - r_k z^{-1}A_{k-1}^{\mathrm{R}}(z). \tag{9}$$

为得到系统的反射函数 $H_r(z)$ 和透射函数 $H_t(z)$,必须设定合适的边界条件。假设光纤光栅左端输入激发信号 $E_{\mathrm{i}}(z) = T_0(z)$,右端无输入激发信号,从图1(b)可知 $R_{k+1} = 0$。将上述边界条件代入(5)式,得到

$$H_{\mathrm{t}}(z) = \frac{E_{\mathrm{t}}(z)}{E_{\mathrm{i}}(z)} = \frac{T_{k+1}(z)}{T_0(z)} = \frac{z^{-k/2}(t_k\cdots t_0)}{A_k(z)}, \tag{10}$$

$$H_{\mathrm{rl}} = \frac{E_{\mathrm{r}}(z)}{E_{\mathrm{i}}(z)} = \frac{R_0(z)}{T_0(z)} = \frac{-B_k(z)}{A_k(z)}, \tag{11}$$

$H_{\mathrm{t}}(z)$ 为传输响应,$H_{\mathrm{rl}}(z)$ 为从左端输入时的反射响应,相应的从右端输入时的反射响应可以通过改变(5)式中 r_k 的符号,并从相反的方向相乘所有的矩阵得到

$$H_{\mathrm{rr}}(z) = \frac{E_{\mathrm{r}}(z)}{E_{\mathrm{i}}(z)} = \frac{R_0(z)}{T_0(z)} = \frac{B_k^{\mathrm{R}}(z)}{A_k(z)}. \tag{12}$$

至此我们从离散时域传输线模型得到了光纤光栅传输响应和反射响应的数字滤波器响应形式的表征,相应的频率响应可以通过置换 $z = \exp(\mathrm{j}\omega)$ 得到。下面引入数字信号处理中的相关概念和方法来分析由(10)式~(12)式表征的光纤光栅的响应特性。在进行分析前,我们首先明确(10)式~(12)式表征的光纤光栅滤波器的基本性质。据文献[8],光纤光栅作为一种物理可实现的无源滤波器,它是一种因果的稳定系统。在这个前提下,我们开始分析离散时域传输线模型表征的光纤光栅的响应特性。

下面引入数字信号处理中最小相位滤波器的概念[9]。最小相位滤波器是指频率响应是最小相位的滤波器,也就是它的对数幅度和对数相位互为希尔伯特变换的滤波器。所以,如果滤波器的幅度响应已知,那么其相位响应可以利用希尔伯特变换得出,也就是说,对于最小相位滤波器,其相位响应唯一地决定于其幅度响应(具体分析在文章的后面给出)。满足最小相位滤波器的充要条件是,系统的冲激响应函数 $h(n)$ 是因果的稳定实函数,同时系统频率响应的幅度的自然对数 $\ln|H(\omega)|$ 的反转傅里叶变换 $h'(n)$ 也是因果的稳定实函数。与它相等价的条件是,系统函数 $H(z)$ 的所有极点和零点必须都在单

位圆内。

现在我们对由(10) 式 ~ (12) 式表征的光纤光栅滤波器响应特性作出如下分析：

1) 从 $H_t(z)$、$H_{rl}(z)$ 和 $H_{rr}(z)$ 的函数形式可知，光纤布拉格光栅属于无限冲激响应滤波器(IIR)[9]。而对于因果的稳定无限冲激响应滤波器，其所有极点都在单位圆内。从(10) 式可知，传输响应系统函数表达式的分子中不包括多项式，所以不存在零点，由最小相位条件可知，光纤光栅的传输响应为最小相位滤波器响应，其传输频率响应的幅度和相位之间存在希尔伯特变换关系。

2) 由(7) 式可知，多项式 $B_k(z)$ 的零点与其反转的多项式 $B_k^R(z)$ 的零点满足共轭对称的关系。因此，如果 $H_{rl}(z)$ 的所有零点都在单位圆内，那么 $H_{rr}(z)$ 的所有零点都在单位圆外，也就是说，如果光纤光栅的一端的反射响应为最小相位滤波器响应，那么它的另一端的反射响应不是最小相位滤波器响应(称为最大相位滤波器)。

3) 根据离散时间系统的频率响应特性[8] 可知，系统的相频响应为所有极点相关的相位的总和减去所有零点相关的相位的总和。从(10) 式 ~ (12) 式可知，传输响应系统函数 $H_t(z)$、反射响应系统函数 $H_{rl}(z)$ 和 $H_{rr}(z)$ 的极点相同，都为多项式 $A_k(z)$ 的根，设由多项式 $A_k(z)$ 的根决定的系统函数极点贡献的相位为 ϕ_p，由多项式 $B_k(z)$ 的根决定的系统函数的零点贡献的相位为 ϕ_z，则由于多项式 $B_k(z)$ 和多项式 $B_k^R(z)$ 的零点的共轭对称性，由多项式 $B_k^R(z)$ 的根决定的系统函数零点贡献的相位为 $\phi_z + \omega\tau_c$，其中 $\tau_c = L/(nc)$ 为没有光纤光栅的情况下的光传播时延[10] (L 为光纤光栅长度，c 为光速，n 为光纤芯折射率)。这样，系统函数 $H_{rl}(z)$ 对应的系统相频响应为 $\phi_p - \phi_z$，$H_{rr}(z)$ 对应系统相频响应为 $\phi_p + \phi_z + \omega\tau_c$。当光纤光栅的折射率调制为对称结构时，光纤光栅两端的反射响应相同，$H_{rl}(z) = H_{rr}(z)$，其相频响应也相同，即 $\phi_p - \phi_z = \phi_p + \phi_z + \omega\tau_c$，推出 $\phi_z = -\omega\tau_c/2$ 为一线性相位。在这种情况下，因为线性相位对应常数群时延，对应色散为零，如果去掉这个线性相位项，那么 $H_{rl}(z)$ 和 $H_{rr}(z)$ 对应的系统相频响应全部来自极点，由 1) 中的分析知，在这种情况下，光纤光栅的反射响应 $H_{rl}(z)$ 和 $H_{rr}(z)$ 为最小相位滤波器响应。其反射频率响应的幅度和相位之间存在希尔伯特变换关系。

2.2　最小相位滤波器

从上述分析可知，光纤光栅的传输响应和对称结构的光纤光栅的反射响应为最小相位响应。令 $z = \exp(j\omega)$，由(10) 式 ~ (12) 式可得到相应的频率响应 $H_t(\omega)$、$H_{rl}(\omega)$ 和 $H_{rr}(\omega)$。为便于分析，频率响应一般写成如下形式：

$$H(\omega) = |H(\omega)|\exp[j\phi(\omega)], \tag{13}$$

其 $\ln|H(\omega)|$ 和 $\phi(\omega)$ 互为希尔伯特变换[8]：

$$\phi(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln[H(\Omega)]}{\Omega - \omega} d\Omega. \tag{14}$$

从上式可以看到，频率 ω 处的相位角取决于所有频率处的幅度响应 并且，当幅度响应为常数时，相位响应为频率的线性函数，对应的色散为零 当幅度响应急剧变化时，相位响应将包含频率的高阶项，不再是频率的线性函数。这意味着幅度响应的矩形度越好，也就是说滤波器的带边越陡峭，相应的相位响应变得越是高度非线性(色散越大)。这一点可从图 2 得到验证，图 2 是一幅度响应为理想矩形的带通滤波器及其希尔伯特变换得到的相位响应曲线。

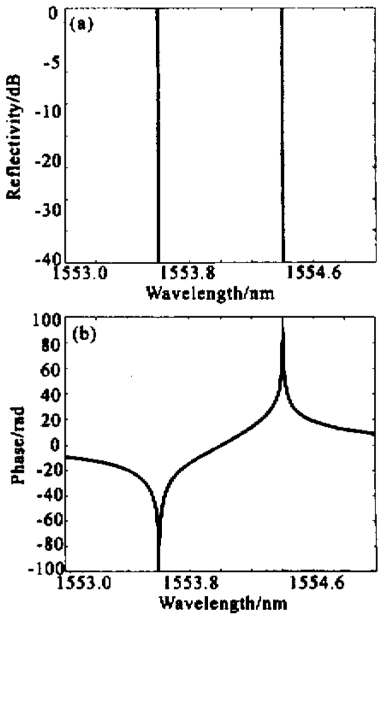
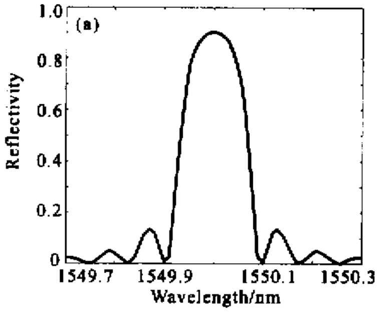


Fig. 2　(a) Magnitude spectra of an ideal square bandpass filter; (b) Phase response spectra got from (a) through Hilbert transform

从以上分析可知，对于最小相位滤波器来说，幅度响应越接近理想的矩形，其相位响应在靠近带边的地方越是变得高度非线性(相应地，在靠近带边的地方色散越大)。

3　变迹光纤光栅的幅度-色散特性

如引言部分所述，为提高光纤光栅的边模抑制比和幅度谱的矩形度，变迹(Apodization)技术广泛用在光纤光栅密集波分复用滤波器和分插复用滤波器的制作中，因此研究变迹光纤光栅的带内色散特性有着十分重要的意义。所谓变迹，是指采用一些特殊的折射率调制函数，如高斯函数、升余弦函数等，使得光纤光栅的折射率分布从中间向两端逐渐递减至零，消除折射率的突变，达到提高光纤光栅的边模抑制比和幅度谱的矩形度的目的[11]。因为一般采用的变迹函数都是对称分布的，对称变迹光纤光栅属于最小相位滤波器，因此幅度响应越接近理想的矩形，带内色散越大。为验证从光纤光栅的离散时域传输线模型得出的结论，我们利用耦合模理论[12~14]计算出变迹光纤光栅的幅度响应和相位响应，再对计算得到的幅度响应进行希尔伯特变换，得到相应的相位响应，然后对两者进行比较。图 3(a)为耦合模理论计算出的变迹函数，为高斯函数的光纤光栅的反射谱(幅度响应的平方)，光纤光栅的折射率调制深度为 1.2×10^{-4}，周期为 535.3×10^{-9} m，长度为 10 cm 图 3(b)为相应的相位曲线，虚线为耦合模理论计算出的相位响应，实线为对图 3(a)所示的幅度响应进行希尔伯特变换得到的相位响应，从图中可以看到，两者几乎没有差别，这表明对称变迹光纤光栅确实为最小相位滤波器，其反射响应的幅度和相位之间存在希尔伯特变换关系。



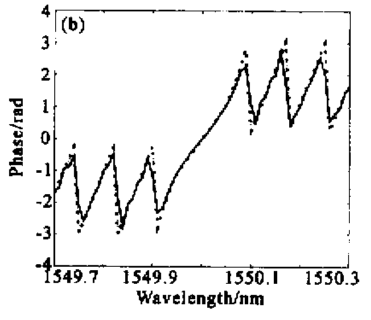
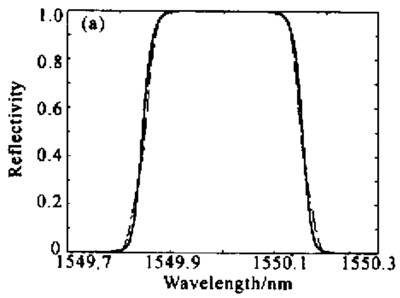


Fig. 3　(a) Reflectivity of a Gauss apodized fiber grating; (b) Phase response obtained from coupled mode theory (dashed line) and phase response obtained from (a) by Hilbert transform (solid line)

图 4 为耦合模理论计算出的采用升余弦变迹函数设计的两个变迹光纤光栅的反射谱和群时延谱，从图中可以看到，对称变迹光纤光栅的幅度响应越接近理想的矩形，在靠近带边的地方带内群时延的斜率越大(色散越大)，与理论分析一致。而色散会引起信号畸变，降低传输性能，产生误码，从而减小滤波器的可用带宽[5]，这就意味着滤波器的可用带宽不仅仅是由幅度响应(矩形度)决定，它同样取决于相位响应(带内色散)。所以，在设计密集波分复用滤波器用光纤光栅的时候，必须对滤波器的幅度响应和相位响应进行综合考虑，在滤波器的幅度响应的矩形度和相位响应的线性度之间进行权衡，以获得最大的带宽利用率。

总结　通过采用多层介质的离散传输线模型来表征光纤光栅响应特性，利用有关数字信号处理方法和概念对光纤光栅的响应特性进行了分析，研究了用于密集波分复用窄带滤波的对称变迹光纤光栅的带



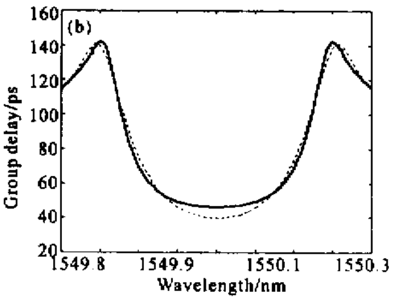


Fig. 4　(a) Reflectivity spectra; and (b) Group delay for two raised-cosine apodized fiber gratings obtained from coupled mode theory. Dashed line for one fibre grating, solid line for another fibre grating

内色散特性,有关结论对于光纤光栅密集波分复用滤波器的设计有着重要的指导意义。

参 考 文 献

[1] Giles C R. Lightwave applications of fiber Bragg gratings. *IEEE J. Lightwave. Technol.*, 1997, **15**(8):1391～1404

[2] Ouellette F. Dispersion cancellation using linearly chirped Bragg grating filters in optical waveguides. *Opt. Lett.*, 1987, **12**(10):847～849

[3] Albert J, Hill K O, Malo B *et al*.. Apodization of the spectral response of fiber Bragg gratings using a phase mask with variable diffraction efficiency. *Electron. Lett.*, 1995, **31**(3):222～223

[4] Cole M J, Loh W H, Laming R I *et al*.. Moving fiber/phase mask-scanning beam technique for enhanced flexibility in producing fiber gratings with uniform phase-mask. *Electron. Lett.*, 1995, **31**(17):1488～1490

[5] Sipe J E, Eggleton B J, Strasser T A. Dispersion characteristics of nonuniform Bragg gratings: Implications for WDM communication systems. *Opt. Commun.*, 1998, **152**(4):269～274

[6] Dowling E M, MacFarlane D L. Lightwave lattice filters for optically multiplexed communication systems. *IEEE J. Lightwave. Technol.*, 1994, **12**(3):471～486

[7] Robinson E A. *Multichannel Time Series Analysis with Digital Computer Programs*. San Francisco, CA: Holden-Day, 1967

[8] Jiang Jianguo, Cao Jianzhong, Gao Yuming. *Analysis of Signal and System* (信号与系统分析基础). Beijing: Qinghua University Press, 1994 (in Chinese)

[9] Oppenheim A V, Schafer R W. *Digital Signal Processing*. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1975

[10] Poladian L. Droup-delay reconstruction for fiber Bragg gratings in reflection and transmission. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(20):1571～1573

[11] Cross P S, Kogelnik H. Sidelope suppression in corrugated-waveguide filters. *Opt. Lett.*, 1977, **1**(1):43～45

[12] Yamada M, Sakuda K. Analysis of almost-period distributed feedback slab waveguide via a fundamental matrix approach. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(16):3474～3478

[13] Qu Ronghui, Ding Hao, Zhao Hao *et al*.. Sampled fiber Bragg grating. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(2):226～229 (in Chinese)

[14] Qu Ronghui, Ding Hao, Zhao Hao *et al*.. Effects of grating substructures on the spectral characteristics of fiber Bragg gratings. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1998, **18**(5):567～572 (in Chinese)

[15] Lens G, Eggleton B J, Madsen C K *et al*.. Optimal dispersion of optical filters for WDM systems. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1998, **10**(4):567～569

Discrete-Time Analysis of Inner-Band Dispersion of Fiber Bragg Grating

Cai Haiwen　Qu Ronghui　Chen Gaoting　Fang Zujie

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai* 201800)

(Received 17 September 2001; revised 11 December 2001)

Abstract: A discrete-time transmission model is proposed to characterize the response of fiber gratings, and the digital-processing methods are used to analyze the phase response of fiber gratings. The inner-band dispersion characteristics of apodized fiber gratings used for DWDM filtering is studied. It is shown that the amplitude and phase responses of symmetrical apodized fiber grating are related by means of the Hilbert transform, the closer to ideal rectangle the amplitude response is, the greater the inner-band dispersion is. The coupled mode theory is used to calculate the reflection phase response and inner-band dispersion of apodized fiber gratings, the above analysis is verified.

Key words: fiber gratings; dispersion; minimum-phase filter; DWDM