

文章编号 : 0253-2239(2002)10-1153-06

# 强激光和超薄等离子体薄膜相互作用产生高次谐波<sup>\*</sup>

帅 斌 沈百飞 李儒新<sup>\*\*</sup> 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所强光光学开放实验室, 上海 201800)

摘要: 通过一维粒子 (particle in cell, 简称 PIC) 模拟, 研究了超薄等离子体薄膜在两列旋转方向相反的圆偏振激光脉冲作用下的高次谐波辐射。在  $10^{21}$  W/cm<sup>2</sup> 强度的激光作用下, 可以获得 200 次以上的高次谐波。当激光脉冲宽度较短时, 由于等离子体薄膜被压缩所导致的多普勒频移对高次谐波产生了显著的频率调制。而这种多普勒频移可以通过对抽运光脉冲引入频率啁啾来补偿。

关键词: 高次谐波; 等离子体薄膜; 粒子模拟

中图分类号: O437 文献标识码: A

## 1 引 言

强激光和固体密度等离子体相互作用产生高次谐波是获得短波长高功率光源的重要途径之一<sup>[1]</sup>。近年来, 随着啁啾脉冲激光放大器的发展, 激光功率得到不断提高<sup>[2]</sup>, 当聚焦功率达到  $10^{18}$  W/cm<sup>2</sup> 时, 激光与等离子体相互作用进入相对论领域, 相对论强度下激光与等离子体相互作用产生高次谐波的研究是近年研究热点。

Carman 等<sup>[3,4]</sup>在 20 世纪 80 年代初利用纳秒二氧化碳高功率激光器对激光与固体靶相互作用产生高次谐波作了研究, 他们在实验上测得了 46 次谐波。Bezzerrides 等<sup>[5]</sup>认为高次谐波由电子在真空-等离子体临界面的往复运动中产生, 给出了高次谐波的截止阶次  $N_{\max} = (n_u/n_c)1/\chi$ ,  $n_u$  是等离子体上密度,  $n_c$  为等离子体临界密度<sup>[4,5]</sup>。随着超短脉冲激光器的发展, 这方面的研究在 20 世纪 90 年代重新活跃起来并持续至今。Norreys 等<sup>[6]</sup>用聚焦功率达到  $10^{19}$  W/cm<sup>2</sup> 的皮秒激光器和固体靶相互作用产生了高达 75 次的高次谐波, 高于根据固体密度预言的截止阶次。Gibbon 的粒子模拟支持了上述实验, 他的模拟结果表明利用大约  $10^{20}$  W/cm<sup>2</sup> 的激光和固体相互作用可以以  $10^{-6}$  的效率产生 60 次的谐

波<sup>[7]</sup>。Lichters 等<sup>[8,9]</sup>提出了“移动镜面”模型, 他们认为高次谐波的产生可以解释为等离子体在激光作用下, 临界面以高频振动, 反射的激光光波的相位被调制, 于是产生了高次谐波。

最近, 沈百飞等<sup>[10]</sup>在研究激光和超薄等离子体薄膜相互作用时, 指出了当两列圆偏振光从两面辐照等离子体薄膜, 而且它们的电矢量旋转方向不同的时候, 会有较强的奇次谐波辐射。这种相互作用中, 电子不会在等离子体-真空界面往复运动, 而且薄膜靶振动的幅度远小于 Lichters 等人提出的“移动镜面”的幅度。相对论的电流中的非线性部分被认为是这种谐波辐射的起源。

粒子模拟是对激光等离子体相互作用进行研究的重要方法之一。其基本原理是, 将相互作用空间分成若干网格, 等离子体中的电子和离子则由具有一定电荷和一定荷质比的“粒子”代表, 每个粒子代表许多数目的电子或离子; 网格空间密度和粒子数多少的选取取决于所要求的计算精度以及计算机的存储器容量和计算速度。计算初始时, 粒子按照一定密度分布于网格中。激光从一定方向入射等离子体区域, 正负粒子在电磁场作用下开始运动, 根据洛伦兹方程求解粒子的运动, 粒子的加速运动和电荷分离将会产生电磁场, 根据麦克斯韦方程求解该电磁场, 再由此计算粒子运动, 如此循环直至模拟结束。粒子模拟可以模拟等离子体在激光作用下等离子体密度、速度、速率等的分布和演化, 等离子体波的产生以及各种不稳定性的产生和发展, 等离子体波的辐射、高能粒子产生等物理过程。粒子模拟被广泛应用于等离子体研究, 尤其是高强度激光、高密度

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (19974058) 国家杰出青年科学基金 (69925513) 上海应用物理中心 (99JC14006) 国家重点基础研究发展规划项目 (G1999075200) 国家 863 项目、中国科学院百人计划和引进国外杰出人才项目资助课题。

<sup>\*\*</sup> 通信联系人, E-mail: ruxinli@mail.shcnc.ac.cn

收稿日期 2001-10-26; 收到修改稿日期 2002-01-06

等离子体等理论研究非常困难的场合。在研究激光等离子体高次谐波中<sup>[7,8,11]</sup>,一维粒子模拟是最主要方法之一,对实验和理论研究有重要的参考、指导、验证作用。

本文通过粒子模拟研究固体密度等离子体薄膜在两束圆偏振光作用下产生高次谐波的特性,并通过理论模型研究谐波产生的机制;同时,讨论在短脉冲情况下,由于多普勒效应引起的频率移动。

$$a_L(x,t) = a(t) [\sin(\omega t - kx)e_y + \cos(\omega t - kx)e_z],$$

$$a_R(x,t) = a(t) [\sin(\omega t + kx + \phi)e_y + \cos(\omega t + kx + \phi)e_z].$$

这里  $a_L$  和  $a_R$  分别表示左、右两束光的归一化矢势,  $a(t)$  为随时间慢变的振幅(脉冲包络),  $k = \omega/c$  为激光波数,  $e_y$  和  $e_z$  分别为  $y$  方向和  $z$  方向的单位矢量。表达式中固定相位  $\phi$  的引入是为了确保两列脉冲同时到达等离子体的左、右边界。在模拟中我们认为离子固定不动。采用的是经过修改的 LPIC++ 一维粒子模拟程序<sup>[12]</sup>。

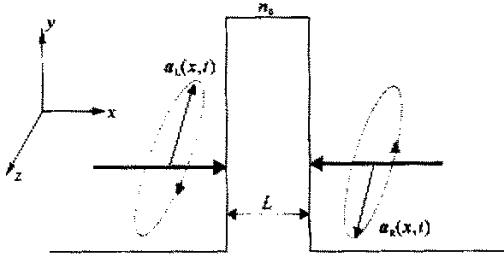


Fig.1 Schematic of the simulation

## 2 模拟条件

如图 1 所示,两束电场矢量旋转方向相反的圆偏振光从两侧相对入射到密度为  $n_0$  [以等离子体临界密度  $n_c = m\omega^2/(4\pi e^2)$  为单位,  $m$  为电子质量,  $\omega$  为激光频率,  $e$  为电子电荷] 厚度为  $L$  (以激光波长  $\lambda$  为单位) 的薄膜上,激光归一化矢势  $a = eA/(mc^2)$  可写为 ( $A$  为光场矢势,  $c$  为光速):

## 3 激光和等离子体薄膜相互作用产生高次谐波

图 2(a) 显示了激光峰值强度为  $a_0 = 30$  (对波长 800 nm 激光,约相当于强度  $I = 10^{21}$  W/cm<sup>2</sup>) 且包络为正弦形  $a(t) = a_0 \sin(\pi t/\Delta T)$  ( $\Delta T = 20$  为脉冲全宽度,单位为激光周期) 的激光脉冲与厚度  $L = 0.0625\lambda$  (波长 800 nm,  $L = 50$  nm) 密度为  $200n_c$  的等离子体薄膜作用产生的  $y$  方向光场的功率谱,可看到 250 次以上的高次谐波,其中特别重要的是 200 次左右的谐波。对波长 800 nm 的激光,200 次谐波的波长为 4.0 nm,处于具有重大应用意义的“水窗”X 光波段。图 2(a) 中 200 次左右谐波的转换效率为  $10^{-9}$ ,这一效率虽不高,但考虑到抽运光强为  $10^{21}$  W/cm<sup>2</sup>,该谐波的辐射功率还是非常高的。

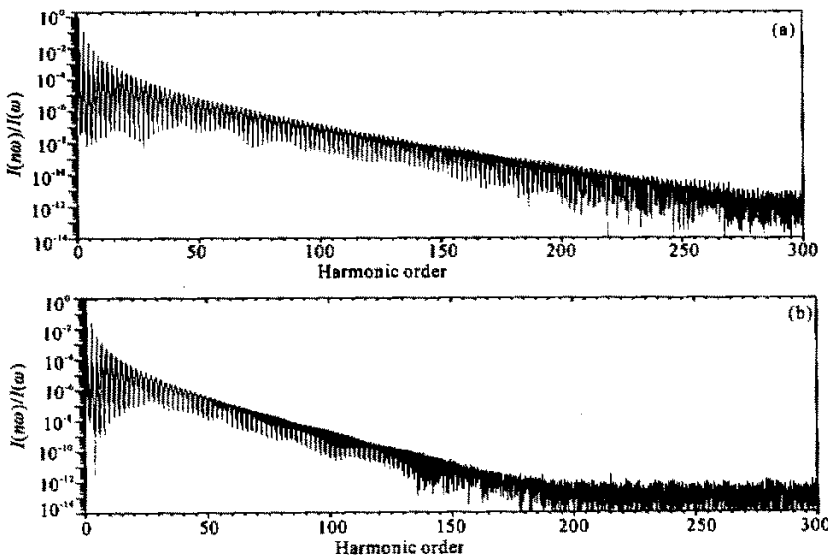


Fig.2 Harmonic spectra obtained with  $a_0 = 30$ ,  $\Delta T = 20$ ,  $n_0 = 200$ , (a)  $L = 0.0625$ ; (b)  $L = 0.075$

虽然两列抽运光都是圆偏振的,但是产生的谐波却是接近  $y$  方向线偏振的,  $x$  方向偏振的谐波比  $y$  方向的谐波低几个量级。这一特征在文献 [10] 中已经指出。

当等离子体薄膜的厚度增加时,高次谐波的转换效率大为降低,图 2(b) 中显示了当  $L = 0.075\lambda$ 、其它参量与图 2(a) 相同时的谐波功率谱。当等离子体的厚度低于  $0.0625\lambda$  时,在相同的激光参量下等离子体薄膜将被破坏,大量电子逃逸出原来的薄膜并沿  $x$  轴高速运动,这时电场分布非常复杂,这种现象超出了本文的讨论范围。

图 3 显示了在与图 2(a) 相同的参量下,等离子体薄膜中心的电子密度随时间的变化。由图 3 可见在圆偏振强激光作用下,薄膜被压缩使得电子达到非常高的密度,同时伴有高频( $2\omega$ ) 的密度振荡。由此,可以自然地假设横向振荡的电流是产生高次谐波的物理机制。我们将给出一个简单的理论模型。

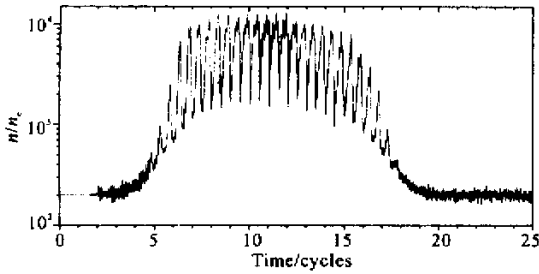


Fig. 3 Time history of the electron density at the center of the plasma under the same conditions as in Fig. 2(a)

## 4 理论模型

我们采用相对论冷等离子体模型<sup>[10]</sup>:

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = \frac{4\pi e}{c} h\mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \phi = 4\pi e(n - n_0), \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = -e\mathbf{E} + \frac{e}{c}(\mathbf{u} \times \mathbf{B}), \quad (3)$$

式中  $m$  为振荡的电子密度,  $m_0$  为初始电子密度,  $\phi$  为静电势,  $\mathbf{P} = \gamma m\mathbf{u}$  为电子动量,  $\mathbf{u}$  为电子速度,  $\mathbf{E} = -(1/c) \partial \mathbf{A} / \partial t$  为电场强度,  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$  为磁感应强度,  $\gamma$  为相对论因子, 对于圆偏振情况,  $\gamma = (1 + a^2)^{1/2}$ 。上述方程中(1)式、(2)式为麦克斯韦方程(3)式为相对论电子运动方程。

考虑一维情况并忽略磁场,横向归一化场  $a_{\perp} = eA_{\perp} / (mc^2)$  满足以下方程:

$$\frac{\partial^2 a_{\perp}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 a_{\perp}}{\partial t^2} = \frac{4\pi e^2}{mc^3} n u_{\perp}, \quad (4)$$

$$\frac{d\gamma m u_{\perp}}{dt} = mc^2 \frac{\partial a_{\perp}}{\partial t}. \quad (5)$$

从(5)式可以导出  $\gamma m u_{\perp} = mc^2 a_{\perp}$ , 代入(4)式可得

$$\frac{\partial^2 a_{\perp}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 a_{\perp}}{\partial t^2} = \frac{4\pi e^2}{mc} \gamma n a_{\perp}, \quad (6)$$

即是关于横向矢势的方程。(6)式右边的  $n$  由方程(1)式~(3)式的纵向部分确定。文献[10]中给出了两束圆偏振光旋转方向相同时的稳态解,而在动态情况,文献[13]中给出了等离子体沿  $x$  方向密度分布是  $\delta$  函数的情况。考虑等离子体薄膜厚度有限时的动态解是困难的,我们根据模拟的结果图 3,假设等离子体密度沿  $x$  轴分布保持“平顶”形状,假设(6)式右边的密度  $n$  具有如下形式:

$$n(x, t) = \begin{cases} n(t) = n_0 + n_s(t) + n_{2\omega}(t), \\ |x - x_0| \leq \frac{n_0}{n(t)} L, \\ 0, \\ |x - x_0| > \frac{n_0}{n(t)} L, \end{cases}$$

式中  $n(t)$  为等离子体薄膜中心的密度,  $n_s(t)$  为密度随时间的慢变部分,  $n_{2\omega}(t)$  是以二倍激光频率快速振荡的部分。即使在这样简化后,由于电子边界的高速振荡,求解(6)式中的自洽场  $a_{\perp}$  仍然是困难的。由于我们的目的是要研究高次谐波的辐射源,所以采用经典电动力学的推迟势公式<sup>[14]</sup> 而不去直接求解方程(6)。在一维情况下,横向辐射的电磁波矢势

$$\mathbf{A}(x, t) = \frac{1}{c} \int \mathbf{j}(x', t - r/c) dx', \quad (7)$$

式中

$$\mathbf{j}(x, t) = -en(x, t)\mathbf{u}_{\perp}(x, t) - ec^2 n(x, t)\mathbf{a}_{\perp}(x, t),$$

$r = |x' - x|$  是源到观测点的距离。对薄膜内部的场分布,我们假设是衰减波形式,其振幅为

$$a_{\perp}(x, t) = a_R(x_R, t) \exp\left(\frac{x - x_R}{d}\right) + a_L(x_L, t) \exp\left(\frac{x - x_L}{d}\right)$$

式中  $x_L, x_R$  分别为电子左、右边界的  $x$  坐标,  $d$  为趋肤深度。趋肤深度可以由等离子体色散关系  $\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2 / \gamma$  求出,这里  $\omega_p = (4\pi e^2 n / m)^{1/2}$  为等离子体特征频率。对于固体密度等离子体,  $\omega_p \gg \omega$ , 可得  $d = 1/|k| \approx \lambda(\gamma/n)^{1/2} / (2\pi)$ 。

将(7)式的积分结果对  $t$  求导,即可得辐射电场  $E'(x, t)$ ,对之进行傅里叶变换可以得到谐波谱。图4显示了  $a_0 = 30$ ,  $\Delta T = 20$ , 包络为正弦形的脉冲与  $L = 0.0625$ ,  $n_0 = 200$ ,  $n(t) = 50n_0 \sin(\pi t/\Delta T)$ ,  $n_{2\omega}(t) = 50n_0 \sin(\pi t/\Delta T) \sin(2\omega t)$  的等离子体薄膜作用  $y$  方向偏振的辐射光场的功率谱。

上述理论模型总体上是比较粗糙的,因为等离

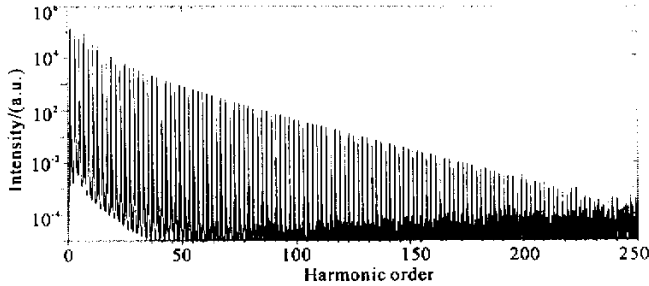


Fig. 4 Harmonic spectra of the electrical field in  $y$ -direction obtained by calculation

## 5 激光与等离子体薄膜相互作用产生高次谐波中的多普勒效应

在对高次谐波谱的分析中,发现谐波谱中有频率轻微调制和边频现象(图2)。为了确定这种现象是来自数值原因还是物理原因,我们通过改变脉冲特性对此作了探究。

图5显示了当脉冲宽度为10个光周期,其它条

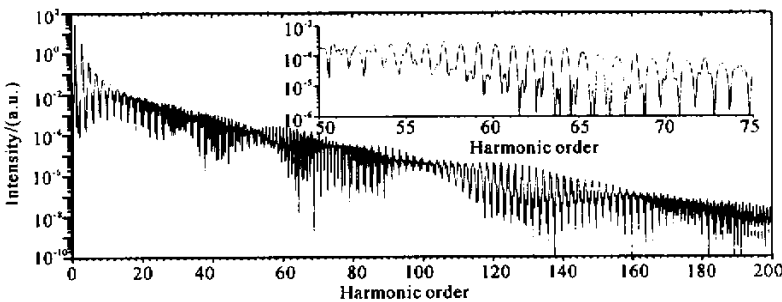


Fig. 5 Harmonic spectra obtained with the same conditions as in Fig. 2 except that  $\Delta T = 10$ .

The insert shows the "even-harmonic-like" structure around the 65th harmonic

薄膜中心电子密度随时间的变化如图6所示,从图6可以发现,在光场作用下,等离子体薄膜有一个被激光脉冲压缩的过程和随激光光强减少而展宽的过程,同时伴随频率为  $2\omega$  的高频振荡。这样,参与作用的电子在纵向的运动将会产生多普勒效应。从图5我们假设等离子体在2个光周期内被压缩到最高密度,由于最高密度远远大于初始密度,忽略最

子体的密度是根据模拟结果人为给定的,而且对等离子体内部场的处理采用了消逝波形式。但是计算结果的特征符合粒子模拟结果的特征:1)当两列光电矢量旋转方向相同时没有谐波产生;2) $y$ 方向的谐波比 $z$ 方向的谐波高几个数量级,谐波辐射基本是线偏振的。所以,这种理论模型至少在定性上是正确的。

件同图2时的谐波谱。从图5可以看出很明显的频率调制和频移,对每次谐波基本都同时存在一个蓝移和红移频率,频移大小正比于该级次谐波的频率。在65次谐波附近,该蓝移和红移都达到激光频率  $\omega$ ,出现类似偶次谐波的结构(在本文讨论的相互作用中,只有奇次谐波产生),而在131次谐波附近,红移和蓝移都达到  $2\omega$ ,使得该处谐波被增强。据此,我们可以估计频移量  $\Delta\omega$ :  $5\Delta\omega = \omega$ ,  $\Delta\omega/\omega = 1/5 = 1.64\%$ 。

高密度时薄膜的厚度,认为薄膜边界在2个光周期内运动了整个初始厚度的一半,其平均速度为

$$v = \frac{L}{2(2T)} = \frac{0.0625\lambda}{2(2T)} = \frac{0.0625}{4}c = 0.0156c.$$

这里  $L$  是等离子体厚度,  $T$  是激光周期,  $\lambda$  是波长,  $c$  为光速。其多普勒频移为

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \left| 1 - \frac{1}{1 - v/c} \right| \approx \frac{v}{c} = 1.56\%,$$

和我们上面分析图 4 的结果相一致。

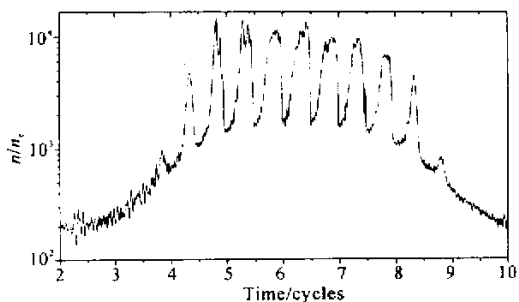


Fig. 6 Time history for the electron density at the center of the plasma under the same conditions as in Fig. 5

为确证多普勒效应是产生频移的原因,我们将

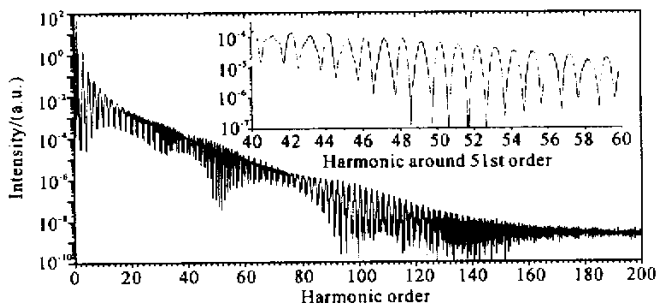


Fig. 7 Harmonic spectra obtained with the same conditions as in Fig. 5 except that  $L = 0.075$ .

The insert shows the “even-harmonic-like” structure around the 51st harmonic

图 8 显示了当  $\delta = 0.06$  时的高次谐波谱,可以看出多普勒频移得到了比较完全的补偿。注意高次谐波主要是在激光脉冲的高强度部分产生的,在啁

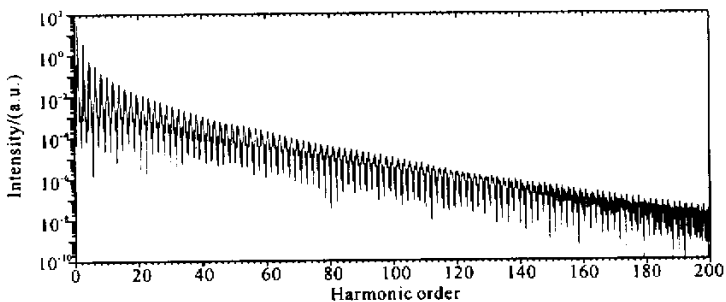


Fig. 8 Harmonic spectra of a chirped laser pulse with  $\delta = 0.06$ . Other conditions are the same as in Fig. 5

结论 本文通过粒子模拟和理论计算讨论了超薄等离子体薄膜在两束电矢量旋转方向相反的圆偏振激光作用下的高次谐波辐射及其部分特征和现象。通过模拟发现在光强达到  $10^{21} \text{ W/cm}^2$  时,通过这种方法可以产生在“水窗”X 光波段的高功率辐射。同时,通过简单理论模型,论述了在激光作用下密度快速振荡的电子及其在横向的相对论运动产生的振

等离子体薄膜的厚度  $L$  改变为  $0.075$ ,这样等离子体边界的压缩速度将更高,频移将更大。图 7 显示了该条件下的谐波谱,类似偶次谐波的结构出现在 51 次谐波附近,说明频移确实增加。

同时,我们预计,如果该频移是由多普勒效应引起的,那么可以通过对激光脉冲引入频率啁啾,使激光上升沿具备比中心频率稍高的频率,下降沿具有比中心频率稍低的频率来补偿。我们采用如下振幅形式的啁啾脉冲

$$a(x, t) = a(t) \sin\{\omega + \delta a(t - \Delta T/2)\}t + \phi(x)\},$$

式中  $a(t)$  是慢变的脉冲包络,  $\delta$  是频率啁啾的幅度,  $\phi(x)$  是相位的空间相关部分。

啁啾脉冲中这部分相对中心频率的频移小于  $\delta$ ,所以对多普勒频移的最佳补偿在  $\delta = 0.06$  而不是  $\delta = 0.0156$  时获得。

荡电流,是产生这种高次谐波的物理机制。另外,还研究了短脉冲情况下由于薄膜边界在作用过程中的压缩和扩展导致的多普勒效应引起的频移,并提出可以用啁啾脉冲来补偿这种频移。

### 参 考 文 献

[1] Gibbon P. High-order harmonic generation in plasmas. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1997, **QE-33**(11):1915~1924

- [ 2 ] Perry M D , Mourou G. Terawatt to petawatt subpicosecond lasers. *Science* , 1994 , **264**( 5161 ) : 917 ~ 924
- [ 3 ] Carman R L , Rhodes C K , Benjamin R F. Observation of harmonics in the visible and ultraviolet created in CO<sub>2</sub>-laser-produced plasmas. *Phys. Rev. ( A )* , 1981 , **24**( 5 ) : 2469 ~ 2663
- [ 4 ] Carman R L , Forslund D W , Kindel J M. Visible harmonic emission as a way of measuring profile steepening. *Phys. Rev. Lett.* , 1981 , **46**( 1 ) : 29 ~ 32
- [ 5 ] Bezzerides B , Jones R D , Forslund D W. Plasma mechanism of ultraviolet harmonic radiation due to intense CO<sub>2</sub> light. *Phys. Rev. Lett.* , 1982 , **49**( 3 ) : 202 ~ 205
- [ 6 ] Norreys P A , Zepf M , Moustazis S *et al.*. Efficient extreme UV harmonics generation from picosecond laser pulse interactions with solid targets. *Phys. Rev. Lett.* , 1996 , **76**( 11 ) : 1832 ~ 1835
- [ 7 ] Gibbon P. Harmonic generation by femtosecond laser-solid interaction : A coherent " water-window " light sources ? *Phys. Rev. Lett.* , 1996 , **76**( 1 ) : 50 ~ 53
- [ 8 ] Lichters R , Meyer-ter-Vehn J , Pukhov A. Short-pulse laser harmonics from oscillating plasma surface driven at relativistic intensity. *Phys. Plasmas* , 1996 , **3**( 9 ) : 3425 ~ 3437
- [ 9 ] von der Linde D. Generation of high order optical harmonics from solid surfaces. *Appl. Phys. ( B )* , 1999 , **68**( 3 ) : 315 ~ 319
- [ 10 ] Shen Baifei , Meyer-ter-Vehn J. High-density (  $> 10^{23}/\text{cm}^3$  ) relativistic electron plasma confined between two laser pulses in a thin foil. *Phys. Plasmas* , 2001 , **8**( 3 ) : 1003 ~ 1010
- [ 11 ] Shuai Bin , Li Ruxin , Xu Zhizhan. Effect of plasma density scale length on the conversion efficiency of high order harmonic generation in laser-plasma interaction. *Acta Optica Sinica*( 光学学报 ) , 2001 , **21**( 11 ) : 1404 ~ 1406 ( in Chinese )
- [ 12 ] Pfund R E W , Lichters R , Meyer-ter-Vehn J. LPIC+ + a parallel one-dimensional relativistic electromagnetic particle-in-cell code for simulation of laser-plasma interaction , in *Super Strong Field in Plasmas* , edited by Lontano M *et al.* , AIP Conf. Proc. Vol. 426 ( American Institute of Physics , Melville , New York , 1998 ) , p. 141
- [ 13 ] Vshivkov V A , Naumova N M , Pegoraro F *et al.*. Nonlinear electrodynamics of the interaction of ultra-intense laser pulses with a foil. *Phys. Plasmas* , 1998 , **5**( 7 ) : 2727 ~ 2741
- [ 14 ] Guo Shuohong. *Electrodynamics*( 电动力学 ). Beijing : High Education Press , 1979. 167 ( in Chinese )

## High Order Harmonic Generation in Ultra Thin Plasma Foil

Shuai Bin Shen Baifei Li Ruxin Xu Zhizhan

( Laboratory for High Intensity Optics , Shanghai Institute for Optics and Fine Mechanics ,  
The Chinese Academy of Sciences , Shanghai 201800 )

( Received 26 October 2001 ; revised 6 January 2002 )

**Abstract :** The high-order harmonic emission from thin plasma foils irradiated by two circular-polarized , counter-propagating laser pulses with their electrical vectors rotating in different direction was investigated via 1-D particle in cell ( PIC ) simulations , More than 200 harmonics can be generated with the laser intensity of  $10^{21} \text{ W}/\text{cm}^2$ . When the duration of laser gets shorter , the frequencies of harmonics were severely modulated due to the Doppler shift caused by the movement of the plasma boundary when the foil is being compressed. The Doppler shift can be estimated by the simulation results , and this effect can also be reduced or modified by introducing frequency chirping to the pump pulse.

**Key words :** high-order harmonic ; plasma foil ; particle in cell simulation