

文章编号 : 0253-2239( 2002 )01-0092-07

# 高密度光盘存储中的梯形光栅设计和误差分析

张海涛<sup>1)</sup> 巩马理<sup>1)</sup> 赵达尊<sup>2)</sup> 闫平<sup>1)</sup> 崔瑞祯<sup>1)</sup> 贾维溥<sup>1)</sup>

( 1 ), 清华大学精密仪器系数字光电实验室, 北京 100084  
( 2 ), 北京理工大学光电工程系颜色科学与工程实验室, 北京 100081

摘要 : 为了符合实际加工情形 推导了梯形相位光栅衍射效率 , 与矩形光栅作了比较 , 设计其用作高密度光盘存储光学头分光束器件时的各参数 , 并分析推导了系统和随机加工误差对光栅性能的影响及设计原则。

关键词 : 梯形光栅 ; 矩形光栅 ; 衍射效率 ; 光存储 ; 加工误差

中图分类号 : TN202 文献标识码 : A

光栅是密度光盘存储光学头的分光器件 , 其作用是将激光源发出的一束激光分成若干束 , 最常见的是三束 , 即用于读/写的主光束 ( 0 级光束 ) 和用于检测跟踪误差信号的辅助光束 ( ± 1 级 ) , 由此可以简化伺服电路 , 得到稳定的特性。振幅型光栅光能损失约 50% , 且约 64% 集中于主光束 ; 相位型光栅的光能损耗要小得多。为了批量生产 , 一般采用模压法复制相位光栅。通常的光栅设计中 , 常将其形状简单地设为矩形 , 这并不符合实际加工中刻制的母光栅和模压的子光栅的梯形形状。为了适应高密度光盘存储和实际生产的需要 , 本文利用标量衍射原理 , 推导了与实际加工较为符合的梯形相位光栅的衍射效率 , 而且该模型还能够囊括矩形、三角和锯齿等相位光栅 ; 给出了梯形光栅用作高密度光存储光学头分光束器件的具体参数设计 , 并将其衍射结果和简化的梯形光栅结果进行了比较 , 得出简化适用条件 , 针对加工情形 , 进行了误差分析。

## 1 梯形相位光栅

梯形相位光栅是指一维方向上光程延迟呈周期性梯形分布的纯相位光栅。其中光程延迟可以由表面浮雕 ( 高度分布 ) 折射率分布或它们的组合造成。为了方便分析 , 这里以表面浮雕型 ( 可用模压技术大量复制 ) 为例进行分析。

梯形光栅一个周期  $d$  内 ( 见图 1 ) 的形状 , 包含一个宽度为  $b$  ( 下底 ) 的梯形凸起和一个宽度等于  $d - b$  ( 下底 ) 的梯形凹槽 , 梯形凸起的两个斜边与槽底面的夹角分别为  $\theta_1, \theta_2$  [  $\theta_1, \theta_2 \in ( 0, \pi )$  ] ; 则梯形凸起的上底  $a$  为 :

$$a = b - h \tan \theta_1 - h \tan \theta_2, \quad (1)$$

其中  $h$  为槽深 , 设材料折射率为  $n$  , 缝数  $N$  趋向于  $\infty$  ,  $\lambda$  是工作波长 ,  $f_0 = (n - 1)h/\lambda$  , 振幅透过率  $\tau = 1$  , 则复振幅透射函数可表示为 :

$$t(x) = \left[ \text{rect}\left(\frac{x - h \tan \theta_1 / 2}{h \tan \theta_1}\right) \exp\left(\frac{j2\pi x f_0}{h \tan \theta_1}\right) + \text{rect}\left(\frac{x - b + h \tan \theta_2 / 2}{h \tan \theta_2}\right) \exp\left(\frac{-j2\pi x f_0}{h \tan \theta_2} + \frac{j2\pi b f_0}{h \tan \theta_2}\right) + \text{rect}\left(\frac{x - h \tan \theta_1 - a / 2}{a}\right) \exp(j2\pi f_0 x) + \text{rect}\left(\frac{x - d / 2 - b / 2}{d - b}\right) \right] \otimes \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(x - ld), \quad (2)$$

其中 ,  $\otimes$  是卷积符号 ,  $l$  为整数 ,

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 0 & |x| > 1/2 \\ 1/2 & |x| = 1/2 \\ 1 & |x| < 1/2 \end{cases}$$

当入射波是垂直入射的单位振幅平面波时 , 离

开光栅平面距离为  $z$  的平面上的夫琅和费衍射光场

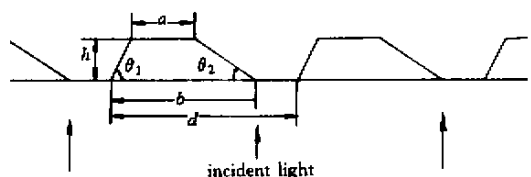


Fig.1 Trapeziform grating

的复振幅分布为<sup>[1]</sup>：

$$E(x', z) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(x) \exp\left(-j2\pi \frac{x'}{\lambda z} x\right) dx. \quad (3)$$

让  $\alpha$  表示透射衍射角，角频  $f = x'/\lambda z = \sin\alpha/\lambda$ ，则在  $z$  平面上按总透射光强归一化处理后的衍射光强  $I$  为：

$$K(df) = E(f)E^*(f) = I_0(f) \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{l}{d}\right), \quad (4)$$

其中，\* 表示取共轭，

$$I_0(f) = \frac{1}{d^2} \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 A_m A_n \cos(\beta_m - \beta_n),$$

$$A_1 = h \tan\theta_1 \sin(fh \tan\theta_1 - f_0),$$

$$A_2 = h \tan\theta_2 \sin(fh \tan\theta_2 + f_0),$$

$$A_3 = a \sin(af) = (b - h \tan\theta_1 - h \tan\theta_2) \times \sin[(b - h \tan\theta_1 - h \tan\theta_2) f],$$

$$A_4 = (d - b) \sin[(d - b) f],$$

$$\beta_1 = \pi f h \tan\theta_1 - \pi f_0,$$

$$\beta_2 = 2\pi \left(b - \frac{h \tan\theta_2}{2}\right) f - \pi f_0,$$

$$\beta_3 = 2\pi \left(h \tan\theta_1 + \frac{b - h \tan\theta_1 - h \tan\theta_2}{2}\right) f - 2\pi f_0,$$

$$\beta_4 = \pi(b + d) f.$$

(4) 式就足以概括 Magnusson<sup>[2]</sup> 讨论的除正弦以外所有形状的光栅，还增加了其没有提到的梯形形状：若  $a = 0$  时， $A_3 = 0$ ，则上式简化为三角形光栅的衍

射光强分布；当  $a = 0$  且  $\theta_1, \theta_2$  二者之一等于  $90^\circ$  时， $A_3 = 0, A_1$  或者  $A_2 = 0$ ，则上式表示锯齿（闪耀）光栅情形；当  $\theta_1 = \theta_2 = 90^\circ$  时， $A_1 = A_2 = 0$ ，为矩形光栅情形；当  $\theta_1 = \theta_2 = 90^\circ$  且占空比  $v = b/d = 50\%$  时， $A_1 = A_2 = 0, A_3 = A_4$ ，为最简单的朗奇光栅情形。当  $f = l/d$  时，第  $l$  级次的衍射角  $\alpha_l = l\lambda/d$ 。再者，由于  $\tau = 1$  和入射波是单位振幅平面波的假设，入射光强等于透射光强，所以衍射效率  $\eta(l) = K(l)$ 。

本文将梯形光栅的占空比  $v$  定义为梯形凸起的中位线与光栅周期的比值，即  $v = (a + b)/(2d)$ ，且  $b = a + h(\tan\theta_1 + \tan\theta_2)$ ，则有

$$v = \frac{a + b}{2d} = \frac{2a + h(\tan\theta_1 + \tan\theta_2)}{2d} = \frac{2b - h(\tan\theta_1 + \tan\theta_2)}{2d}. \quad (5)$$

所以在  $d, h, \theta_1$  和  $\theta_2$  一定时，给定占空比  $v$  就相当于给定了蚀刻宽度  $a, b$  值，所以  $a, b$  具体取值不需特别标出。

为了比较，以  $d = 12 \mu\text{m}, h = 0.2 \mu\text{m}, f_0 = 0/16, v = 50\%$  的矩形光栅和  $\theta_1 = 8^\circ, \theta_2 = 30^\circ$  的梯形光栅为例，根据(4)式算出  $I_0(f)$ ，在图 2 中分别用实线和虚线示出了单位为  $1/d$  的角频  $f$  等于整数  $m$  时，对应的纵坐标值即为  $m$  级次的衍射效率，在图中用圆圈标出，数值列在表 1 中。

Table 1. Diffraction efficiencies of trapeziform and rectangular gratings

order		-3	-2	-1	0	1	2	3
diffraction efficiency	trapeziform / %	0.62	0.18	8.64	78.97	9.51	0.19	0.81
	rectangular / %	1.05	0.00	9.47	76.63	9.47	0.00	1.05

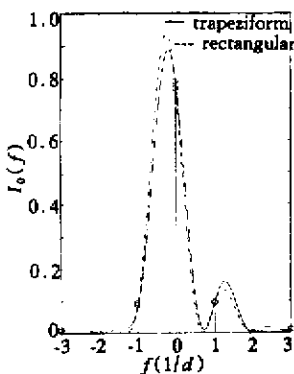


Fig. 2 Diffraction intensities of trapeziform and rectangular gratings

从图表可以看出，若以矩形光栅为标准，则梯形光栅的衍射效率，在 0 级高出 2.34%，-1 级降了 0.83%，本没有衍射能量的  $\pm 2$  级则被分配了能量。

另外，若梯形光栅的  $\theta_1 \neq \theta_2$ ，则衍射能量分布也将不对称。因此只是梯形光栅的一种特殊情形的矩形光栅不能简单地无条件代替梯形光栅的设计。若将  $\theta_1, \theta_2$  的值对调，即  $\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 8^\circ$ ，则梯形光栅对称级次的衍射效率也将对调，其物理意义是明显的：光栅绕光轴旋转  $180^\circ$  时，各衍射光斑随之旋转。

## 2 用于光盘存储的光栅参数设计

梯形光栅的设计内容主要包括周期、蚀刻宽度（占空比）、深度、梯形斜边倾斜角度等的光栅形状设计和决定折射率  $n$  的材料选择。

在三光束光学头中， $\pm 1$  级衍射光束在光盘面上形成的两辅助光斑的距离一般为  $30 \mu\text{m}$ <sup>[3]</sup>；因衍

射角只与光栅周期有关,故可由几何光学关系确定出系统所需的一级衍射角,来设计光栅周期。如图3所示的一种三光束光头,光源波长  $\lambda = 0.65 \mu\text{m}$ , 距离光栅  $l_1 = 2 \text{ mm}$ , 准直镜焦距  $f_1 = 21 \text{ mm}$ , 物镜焦距  $f_2 = 3 \text{ mm}$ , 光源位于准直镜的焦距上,像点落在位于物镜焦面处的光盘存储面上。为了得到  $30 \mu\text{m}$  的辅助光斑距离,需要的一级衍射角  $\alpha_1 = 30f_1K(2l_1f_2) = 52.5 \mu\text{rad}$ , 由此得光栅周期  $d = \lambda(\sin\theta_1) = 12.4 \mu\text{m}$ 。如此算得的周期参数,只是基于理想薄透镜基础上的一种近似,精确值需通过将实际面形输入光学设计软件进一步获得。本例中,采用 ZEMAX 软件优化得到的  $d$  值为  $12 \mu\text{m}$ 。

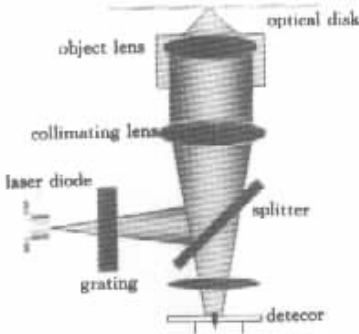


Fig. 3 Optical head

在密度光盘存储中,光栅设计主要围绕两个指标进行:1级和0级的光强比  $\eta_{1,0} = K(1)/K(0)$  或者  $\eta_{-1,0} = K(-1)/K(0)$ ;有用衍射光( $\pm 1$ 和0级光)和入射光的光强比(有效光能利用率)  $\eta_{\text{eff}} = [K(1) + K(0) + K(-1)]/I_{\text{in}}$ 。为了保证光能利用率与后面的聚焦、循迹电路匹配,要求满足“衍射条件”:光栅透过率为1时,  $\eta_{\text{eff}} > 0.95$  且  $\eta_{1,0} = 0.120_{0.000}^{+0.002}$ 。

若选用  $n = 1.522$  的 ZEONEX480R 光学塑料,先用  $v = 0.5$  的矩形光栅的衍射公式估计槽深  $h$ 。由(4)式,当  $\theta_1 = \theta_2 = 90^\circ$  时,

$$\eta_{1,0} = \frac{K(1)}{K(0)} = \text{sinc}^2(0.5) \tan^2 \left[ \frac{\pi(n-1)h}{\lambda} \right]. \quad (6)$$

根据  $\eta_{1,0} = 0.120$ , 算得  $h = 0.198 \mu\text{m}$ 。梯形光栅的槽深暂取  $0.2 \mu\text{m}$ ,待其他参数确定后再代入(4)式验算是否满足衍射条件。

系统要求  $\pm 1$  级光斑平衡:  $K(1)/K(-1) = 1 \pm 0.03$ , 所以选择  $\theta_1 = \theta_2$  的等腰梯形形状。值得一提的是,由于  $h$  值小,对梯形两腰对称程度的要求并不似想象的那样严格。图4就是  $\eta_{1,0}$  和  $\theta_2$  关于  $\theta_1$  的变化曲线。 $\theta_2$  并不需要严格等于  $\theta_1$ ,只需在对应的最大值  $\theta_2$  和最小值  $\theta_2$  之间取值,就能够既满足

$K(1)/K(-1) = 1 \pm 0.03$ , 又满足  $\eta_{\text{eff}} > 0.95, 0.120 \leq \eta_{1,0} \leq 0.122$  的衍射条件。每个  $\theta_1$  对应的  $\theta_2$  的取值区间的长度不等:当  $\theta_1 < 18^\circ$  或  $\theta_1 > 30^\circ$  时,没有任何值能够满足设计要求,除非改变槽深、折射率等参数;当  $\theta_1 = 18^\circ$  时,  $\theta_2$  可在  $[17.5^\circ, 21.5^\circ]$  区间取值。因为  $\max(\theta_2) > \theta_1$ , 所以  $\theta_1$  和  $\max(\theta_2)$  对应的梯形光栅有  $\eta_{1,0} > \eta_{-1,0}$ , 而  $\min(\theta_2) < \theta_1$ , 所以对应  $\eta_{1,0} < \eta_{-1,0}$ 。图4所示的  $\eta_{1,0}, \eta_{-1,0}$  曲线关系正是如此。由于图幅关系,另一个指标  $\eta_{\text{eff}}$  的曲线此处省略。

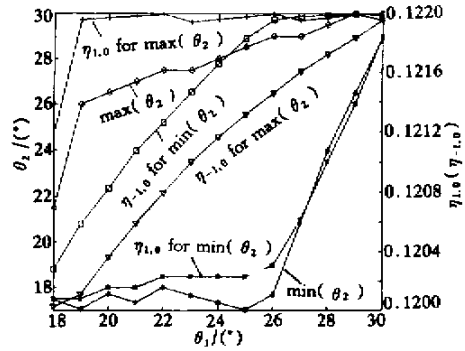


Fig. 4  $\eta_{1,0}, \eta_{-1,0}$  and  $\theta_2$  as functions of  $\theta_1$

而当  $\theta_1 = \theta_2$  时,  $\eta_{\text{eff}}, \eta_{1,0}$  与  $\theta_1 = \theta_2$  的关系曲线如图5所示。 $\eta_{\text{eff}}$  呈递减趋势,而  $\eta_{1,0}$  递增,亦即  $\theta_1 = \theta_2 = 90^\circ$  的矩形光栅的能量利用率最低,但具有最大的  $\eta_{1,0}$  值。这是因为随着  $\theta_1$  值的增加,0级光强  $K(0)$  下降,下降的能量只部分地补偿给  $K(1)$  和  $K(-1)$ 。另外当  $\theta_1 < 18^\circ$  时,  $\eta_{\text{eff}}$  和  $\eta_{1,0}$  的变化速率都很大,不利于保持系统的稳定性;但  $\theta_1$  取小角度值,有利于刻刀的刀刃成形,也利于出模方便;综合考虑,  $\theta_1$  选在  $18^\circ$  左右比较合适,且满足衍射条件:  $\eta_{\text{eff}} = 0.969 (> 0.95)$  和  $\eta_{1,0} = 0.120 \alpha \in [0.120, 0.124]$ 。另外,  $18^\circ$  以后衍射效率的变化速度逐渐下降的现象,又可进一步帮助解释表1的数据,因为

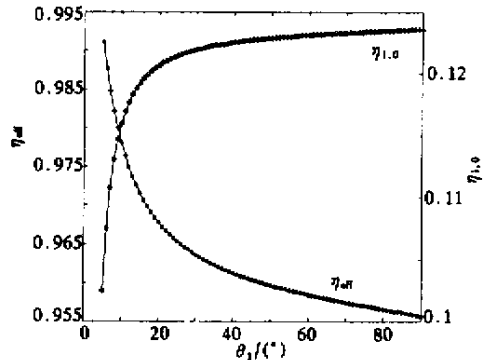


Fig. 5  $\eta_{\text{eff}}, \eta_{1,0}$  as function of  $\theta_1 (= \theta_2)$ . ( $d = 12 \mu\text{m}$ ,  $h = 0.2 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 0.65 \mu\text{m}$ ,  $v = 0.5$ )

$\theta_1 = 8^\circ < 18^\circ, \theta_2 = 30^\circ > 18^\circ$  所以梯形光栅相对于矩形光栅,  $-1$  级衍射效率的变化幅度(1.17%)远大于 1 级的变化幅度(0.04%)。

图 6 示出了占空比  $v$  从  $h \tan \theta_1 / d$  到  $1 - h \tan \theta_1 / d$ 、(5)式中的  $a$  从 0 到  $d - 2h \tan \theta_1$ 、 $b$  从  $2h \tan \theta_1$  到  $d$ 、 $\theta_1 = \theta_2 = 90^\circ$  和  $\theta_1 = \theta_2 = 18^\circ$  时的  $\eta_{\text{eff}}、\eta_{1,0}$  的变化曲线。梯形光栅的有效光能利用率  $\eta_{\text{eff}}$  高于矩形光栅,  $\eta_{1,0}$  曲线略低。但上述指标均在  $v = 0.5$  时达到峰值。前面计算选用参数  $v = 0.5$  就是为了既充分利用光能,又获得最大的 1 级和 0 级光强比。另外,  $\eta_{\text{eff}}、\eta_{1,0}$  曲线关于  $v = 0.5$  对称,证明占空比之和等于 1 的“互补”型(凸起和凹槽互相咬合)光栅,具有完全相同的功能。这样当占空比为  $v$  和  $1 - v$  时的槽宽差异明显时,由于衍射效率一样,可选择容易刻、蚀的槽宽来做。

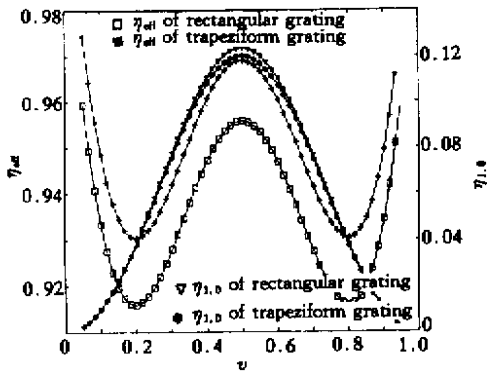


Fig. 6  $\eta_{\text{eff}}, \eta_{1,0}$  as functions of duty-cycle  $v$  ( $d = 12 \mu\text{m}, n = 1.522, h = 0.2 \mu\text{m}, \lambda = 0.65 \mu\text{m}$ )

当使用别的材料,如 PMMA ( $n = 1.48901$ ),折射率  $n$  虽改变,但只要保证  $(n - 1)h$  值不变,矩形光栅就可以获得相同的衍射效率。如图 7 所示,  $n$  变化时  $h = 0.1044(n - 1)$ , 即  $(n - 1)h$  等于常数 0.1044,因而矩形光栅衍射效率不变,  $\eta_{\text{eff}}、\eta_{1,0}$  在图中以直线示出,  $\eta_{\text{eff}} = 0.9557, \eta_{1,0} = 0.1236$  (大于

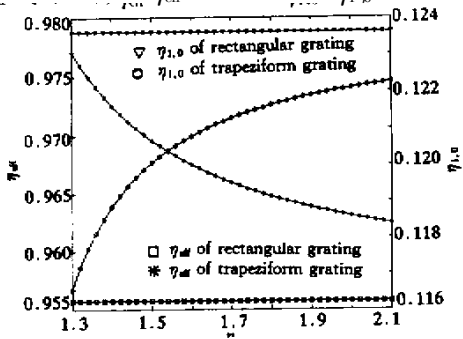


Fig. 7  $\eta_{\text{eff}}$  and  $\eta_{1,0}$  in relation to  $n$  as  $(n - 1)h = 0.1044$  ( $d = 12 \mu\text{m}, h = 0.1044(n - 1) \mu\text{m}, \lambda = 0.65 \mu\text{m}, v = 0.5$ )

0.122), 不满足衍射条件。但若降低槽深,如若使  $h = 0.1031(n - 1)$ , 即可得到  $\eta_{1,0} = 0.120$  的直线。设计要求不高时,梯形光栅的槽深  $h$  也可如此近似取值。但在高密度光存储中,由于精度要求,却要小心使用。因为根据(4)式,梯形光栅的衍射光强除了  $f_0$  还受  $h$  的影响,即使  $(n - 1)h$  的值不变,即  $f_0$  一定,由于  $h$  的改变,衍射效率也要发生变化。如图 6 中梯形光栅的  $\eta_{\text{eff}}$  和  $\eta_{1,0}$  均为曲线,  $\eta_{\text{eff}}$  递减,都在 0.95 以上,而递增的  $\eta_{1,0}$  曲线,却在  $n < 0.15$  ( $\eta_{1,0} < 0.120$ ) 和  $n > 1.98$  ( $\eta_{1,0} > 0.122$ ) 时不能满足衍射条件。

综上所述,选择  $\theta_1 = \theta_2 = 18^\circ, n = 1.522, h = 0.2 \mu\text{m}, v = 50\%$  的梯形光栅,能够满足图 2 所示系统的衍射条件和光平衡要求。但同样材料、槽深和占空比的矩形光栅因  $\eta_{1,0} = 0.1236$  大于 0.124,而不满足设计要求,除非改变槽深等参数。对于实际加工形状呈梯形的光栅,用矩形代替可以简化参数设计;但在高精度系统中,必须先考虑二者的近似程度是否超出精度要求,否则会在光栅的理论设计中引入不必要的误差而影响最后结果。

### 3 加工误差分析

用模压法获得的光栅在加工工艺上以深度误差的影响最大,它包括:由工艺因素引起槽深系统地变深或变浅的系统误差,和由表面粗糙度等引起的随机误差。系统误差主要影响光栅的衍射效率,随机误差主要使得波前相位产生畸变,像斑弥散。下面分别讨论。

#### 3.1 随机误差

##### 1) 表面粗糙度

按照上述选定的参数加工出来的光栅,用 WYKO<sup>41</sup> 仪器测量,结果如图 8 所示:左边用灰度图来表示光栅  $x-y$  平面的起伏变化,白色表示峰值高度,黑色表示谷值,在两条白色正交十字线方向的高度  $z$  曲线,列在右边。由于加工工序的不同,槽面较台面更为粗糙,而梯形两倾角的平均值分别为  $\theta_1 = 18^\circ, \theta_2 = 20^\circ$ 。因为测量仪器的视场有限,测得的缝数只有 6 条,直接用这些测量值来计算衍射分布精度很低。基于这个原因,根据测量结果,在设计参数上( $\theta_1、\theta_2$  取测量值)再加上粗糙度分布来模拟加工光栅,也使后面对批量光栅平均衍射光强的分析较为方便。

设光栅凸起的台阶部分( $ld + h \tan \theta_1 \leq x < ld$

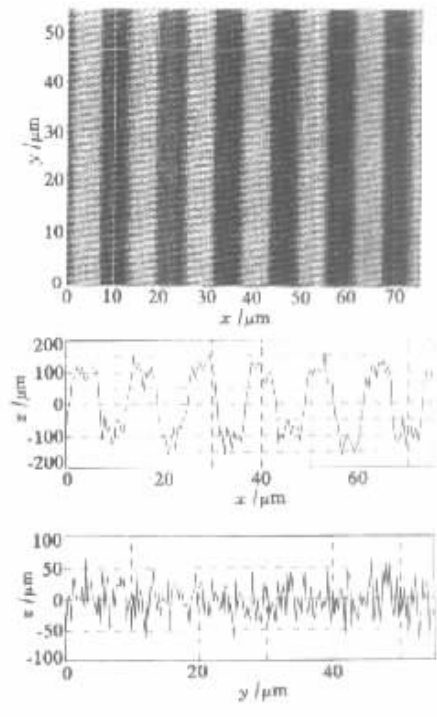
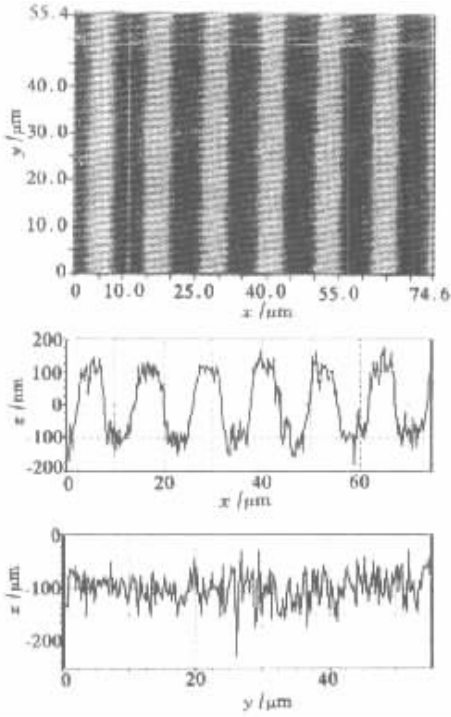


Fig.8 Measurement result of grating by WYKO

Fig.9 Simulation result of trapeziform grating with roughness

的表面粗糙度  $r$  服从期望值为 0、方差为  $\sigma_{r1}^2$  的正态分布,即  $r$  服从  $N(0, \sigma_{r1}^2)$  其余部分,即  $ld \leq x < ld + h \tan \theta_1$  或  $ld + h \tan \theta_1 + a < x \leq ld + d$  部分,  $r$  服从  $N(0, \sigma_{r2}^2)$  设  $\sigma_{r2} = 1.2 \sigma_{r1} = 0.024 \mu\text{m}$ ,加工光栅的模拟结果如图 9 所示。其中灰度图的对比度稍低于图 8,是因灰度查找表不同引起的; $x$ 、 $y$  方向的截面形貌符合得较好。下面就用该模型代表加工光栅。

$$E_R(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(j\varphi) \exp(-j2\pi fx) dx.$$

模拟加工光栅衍射光场振幅分布示于图 10。由于图 10(a)所示的没有粗糙度的理想光场  $E(f)$  受到图 10(b)所示的随机相位光场  $E_R(f)$  的卷积作用,结果如图 10(c)所示,加工光栅各级次的衍射光斑弥散,具有明显的“背景”噪声。对  $E_r$ 、 $E$  取模的平方,即得到理想和粗糙光栅的衍射效率,计算结果分别列于表 2 中的第一行和第二行;第三行是衍射效率的测量结果,数值偏低主要是由材料 0.9 ~ 0.92 的透过率引起的。除去实际透过率后,测试结果与模拟加工光栅的计算结果是接近的,都能满足光平衡和衍射条件。事实上,该光栅在光学头中能良好地工作。

设  $C = (2\pi/\lambda)(n - 1)$ ,由表面粗糙度引起的随机相位函数则为  $\varphi = Cr$ ,实际加工出来的梯形光栅的复振幅透射函数  $t_r(x)$  为

$$t_r(x) = t(x) \exp(j\varphi), \quad (7)$$

则其夫琅和费衍射光场的复振幅分布  $E_r(f)$  为:

$$E_r(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} t_r(x) \exp(-j2\pi fx) dx = E(f) \otimes E_R(f), \quad (8)$$

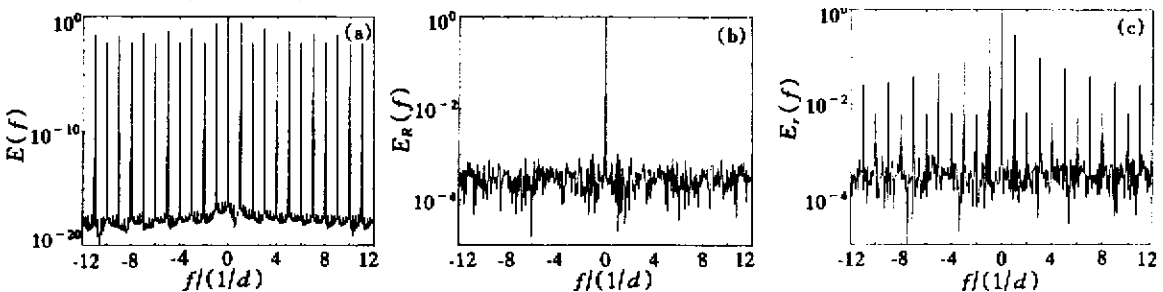


Fig.10 Amplitude of diffracted wave. (a)  $E(f)$  of ideal grating ;(b)  $E_R(f)$  of random phase ;(c)  $E_r(f)$  of rough grating

方差  $\sigma_{r1}^2, \sigma_{r2}^2$  不是很大时, 弥散的光斑仍为中央最强的函数分布。因此, 可用 Strehl 比  $S_r$  [即存在误差时, 第  $m$  级衍射斑分布的中央极大强度  $I_r(m)$  与无误差时同级衍射斑中央极大强度  $I(m)$  的比值] 来衡量像斑的弥散程度。如表 2 所示, 加工光栅的衍射效率比理想情形要小,  $S_r = 0.9822$ , 但各

级次相对于 0 级的比值基本不变。

在实际设计中, 由于粗糙度基本不影响光栅的衍射效率相对值, 加之是批量生产, 所以并不需要象上面那样考察每个光栅的衍射效率, 而是通过计算批量光栅统计意义上的 Strehl 比  $S_r$  来为设计分析提供信息。

Table 2. Diffraction efficiencies of measurement and calculation for ideal and rough gratings

order	-3	-2	-1	0	1	2	3
ideal grating /%	0.99	0.01	9.49	78.97	9.54	0.01	1.00
rough grating /%	0.97	0.01	9.32	77.57	9.37	0.01	0.98
measurement /%	0.85	0.01	8.50	71.31	8.52	0.01	0.881

根据前面所述的表面粗糙度  $r$  的概率分布和  $\varphi = Cr$ , 可推得:

$$\exp(j\varphi)_{\varphi} = \frac{a}{d} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(j\varphi) \frac{1}{\sqrt{2\pi C\sigma_{r1}}} \exp\left(-\frac{\varphi^2}{2C^2\sigma_{r1}^2}\right) d\varphi + \left(1 - \frac{a}{d}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(j\varphi) \frac{1}{\sqrt{2\pi C\sigma_{r2}}} \exp\left(-\frac{\varphi^2}{2C^2\sigma_{r2}^2}\right) d\varphi = \frac{a}{d} \exp\left(-\frac{C^2\sigma_{r1}^2}{2}\right) + \left(1 - \frac{a}{d}\right) \exp\left(-\frac{C^2\sigma_{r2}^2}{2}\right), \quad (9)$$

其中  $\varphi$  表示函数对  $\varphi$  的数学期望<sup>[3]</sup>。因此, 近似有:

$$E_r(f)_{\varphi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(j\varphi)_{\varphi} \mathcal{K}(x) \exp(-j2\pi fx) dx = \left[ \frac{a}{d} \exp\left(-\frac{C^2\sigma_{r1}^2}{2}\right) + \left(1 - \frac{a}{d}\right) \exp\left(-\frac{C^2\sigma_{r2}^2}{2}\right) \right] E(f), \quad (10)$$

那么, 第  $m$  级次的衍射光强  $I_r(m)$  期望值为:

$$I_r(m)_{\varphi} = E_r(m/d)_{\varphi} E_r^*(m/d)_{\varphi} = \left[ \frac{a^2}{d^2} \exp(-C + 2\sigma_{r1}^2) + \left(1 - \frac{a}{d}\right)^2 \exp(-C^2\sigma_{r2}^2) + \frac{2a(d-a)}{d^2} \exp\left(-C^2 \frac{\sigma_{r1}^2 + \sigma_{r2}^2}{2}\right) \right] I(m). \quad (11)$$

批量光栅的 Strehl 比的期望值  $S_r$  为:

$$S_r = \frac{I_r(m)_{\varphi}}{I(m)} = \frac{a^2}{d^2} \exp(-C + 2\sigma_{r1}^2) + \left(1 - \frac{a}{d}\right)^2 \exp(-C^2\sigma_{r2}^2) + \frac{2a(d-a)}{d^2} \exp\left(-C^2 \frac{\sigma_{r1}^2 + \sigma_{r2}^2}{2}\right). \quad (12)$$

$S_r$  与  $\sigma_{r2}/h$  的关系如图 11 所示: 当  $\sigma_{r2}/h$  小于 9% 时,  $S_r$  降低于 1%; 大于 9% 时,  $S_r$  下降速率加快, 像斑弥散速度加剧。  $\sigma_{r2}/h = 0.024/0.2 = 0.12$  时,  $S_r = 0.9823$ , 与前面计算单个光栅的  $S_r = 0.9822$  基本一致, 但免去了复杂的衍射计算。

2) 槽深

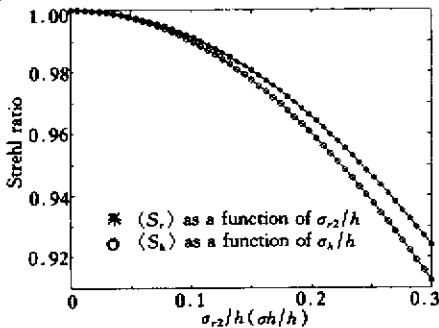


Fig. 11  $S_r, S_h$  as functions of  $\sigma_{r2}/h$  and  $\sigma_h/h$

随机误差还包括每个栅槽的槽深  $h_i (i = 1, 2, \dots, N)$  的随机起伏, 设  $h_i$  服从  $N(h, \sigma_h^2)$ , 从 (12) 式可知, Strehl 比与随机相位的期望值直接相关, 但与衍射级次  $m$  无关。所以按  $\theta_1 = \theta_2 = 90^\circ$  估算, 同样可推得随机槽深引入的 Strehl 比  $S_h$  为:

$$S_h = \left| \exp(jCh_i)_h \right|^2 = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[jC(h_i - h)] \frac{1}{\sqrt{2\pi C\sigma_h}} \exp\left[-\frac{(h_i - h)^2}{2C^2\sigma_h^2}\right] dh_i \right|^2 = \exp(-C^2\sigma_h^2). \quad (13)$$

$\sigma_h/h$  和  $S_h$  的关系曲线也示在图 11 中, 若要求 Strehl 比降低于 1%, 则  $\sigma_h/h$  必须小于 10%。

设  $\sigma_{r1}^2, \sigma_{r2}^2$  和  $\sigma_h^2$  相互独立, 则表面粗糙度和槽深随机误差联合引起的 Strehl 比期望值  $S$  为:

$$S = S_r S_h . \quad (14)$$

具体设计时,由系统对像质总的要求,对包括光栅在内的各元件分配 Strehl 值;已知  $S$  的取值,又可根据实际加工时对误差的分配,再由(12)式、(13)式、(14)式反推出各加工误差的容许度。

### 3.2 槽深系统误差

图 12 是槽深系统地变浅(变深)的情形。系统误差  $\delta h$  是加工出来的槽深关于理想槽深  $h$  的偏差, $a'$  为随其改变的上底,由于此处下底  $b$  不变,而槽深变化,占空比将不复为 50%,将新的参数代入(4)式,得到的衍射效率  $\eta(0)$ 、 $\eta(1)$  与系统误差的相对值  $\delta h/h$  的关系曲线,如图 13 所示。

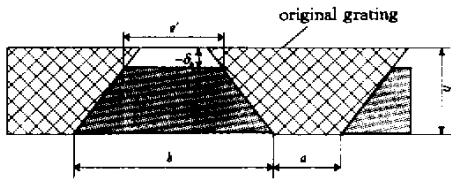


Fig. 12 Grating fabrication

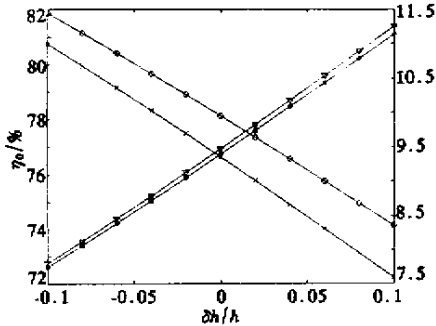


Fig. 13 Diffraction efficiencies as functions of  $\delta h/h$

$\eta(0)$  随着  $\delta h/h$  单调下降,  $\eta(1)$  则单调上升,若要衍射效率起伏低于 3%, 则相对深度误差  $\delta h/h$  必

须小于 8%。为了比较,同时示出的还有矩形光栅的衍射效率变化曲线。在  $\delta h/h$  的绝对值小于 10% 时,梯形光栅的  $\eta(0)$  值就比矩形的高 1%~2%,但  $\eta(1)$  值略低。

另外,对光栅基底等其他因素所引入的像差的具体分析,可参考文献 [5]。

结论 梯形相位光栅较矩形光栅能更好地吻合实际加工情形,建立的衍射效率模型也可以囊括矩形、朗齐、锯齿和闪耀相位光栅模型。高密度光存储中,由于精度的要求,参数设计时,光栅形状用矩形代替实际的梯形,将由于偏差的引入而不再适用。加工引入的随机误差对像斑扩散影响和系统误差对衍射效率等性能影响的分析,具有实用意义。

### 参 考 文 献

- [1] Born M, Wolf E. *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Oxford: New York Pergamon Press, 1999. 425 ~ 430
- [2] Magnusson R, Gaylord T K. Diffraction efficiencies of thin phase gratings with arbitrary grating shape. *J. Opt. Soc. Am.*, 1973, **68** (6) 806 ~ 814
- [3] Liu Yumin. *Tutorial for the Supporting Technology in Optical Disc Systems (CD, VCD, DVD, LD)* [光盘机 (CD, VCD, DVD, LD) 技术基础教程.] Beijing: Electronic Industry Press, 1998. 23
- [4] Wong W K, Wang D, Benoit R T *et al.*. Comparison of low-scatter-mirror PSD derived from multiple-wavelength BRDFs and WYKO profilometer data. *Proc. SPIE*, 1991, **1530** 86 ~ 103
- [5] Sasian J M. Aberrations from a prism and a grating. *Appl. Opt.*, 2000, **39** (1) 34 ~ 39

## Design and Error Analysis of Trapeziform Grating for High Density Optical Disk Storage

Zhang Haitao<sup>1)</sup> Gong Mali<sup>1)</sup> Zhao Dazun<sup>2)</sup> Yan Ping<sup>1)</sup> Cui Ruizhen<sup>1)</sup> Jia Weipu  
 (1), Department of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing 100084  
 (2), Color Science and Engineering Lab., Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

(Received 27 November 2000; revised 25 December 2000)

**Abstract:** For the purpose of design and fabrication, diffraction efficiencies of the trapeziform phase gratings are deduced and compared with rectangular gratings. The parameter design of the grating for high density optical disk storage are presented. Influences of fabrication errors including random errors and system errors are deduced and analyzed.

**Key words:** trapeziform grating; rectangular grating; diffraction efficiencies; optical storage; fabrication error