

文章编号 : 0253-2239(2002)01-0019-05

基于衍射模型的 Z 扫描理论*

姚保利¹⁾ 任立勇²⁾ 侯 洵¹⁾

(1), 中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学技术国家重点实验室, 西安 710068)
(2), 西北大学物理系, 西安 710069)

摘要: 以菲涅耳-基尔霍夫衍射理论为基础, 建立了非线性光学介质对高斯光束的衍射模型, 从一种新的角度解释了 Z 扫描现象。这种理论不仅在小非线性相移的情况下与传统 Z 扫描理论的结果完全一致, 而且还适用于大非线性相移的情况。数值计算表明, 随着非线性相移的增大, 原来近似对称的 Z 扫描曲线发生畸变, 谷的透过率被饱和而抑制, 峰的透过率被增强。通过开孔的光功率随着入射激光功率的增加会出现振荡衰减现象。

关键词: Z 扫描; 高斯光束; 衍射; 克尔效应

中图分类号: O437 文献标识码: A

1 引 言

非线性折射率(n_2)或克尔常数(γ)是表征材料非线性强弱的一项重要指标。测量 n_2 或 γ 值的符号和大小有多种方法, 其中 Sheik-Bahae 等^[1] 在 1989 年提出的采用单光束测量非线性光学介质 n_2 的符号和大小的方法, 因具有测量灵敏度高和实验装置简单等优点, 成为一种具有重要实际应用价值的方法。当非线性光学介质位于 Z 轴上不同位置时, 对于高斯光束而言, 相当于一个焦距可变的薄透镜, 因而当光束通过非线性介质后, 远场接收屏小孔光阑的透过率将随 Z 值而变化。对于 $\gamma < 0$ 的非线性介质, 将产生先峰后谷的 Z 扫描曲线; 对于 $\gamma > 0$ 的介质, 将产生先谷后峰的 Z 扫描曲线。近年来, Z 扫描技术在实验和理论上得到了发展和完善, 除了上述应用外, 还可测量双光子吸收系数^[2] 和非简并非线性系数^[3], 以及用于研究热透镜效应^[4], 高斯光束传输特性和非线性介质光限幅等方面的研究^[5-7]。传统 Z 扫描的理论基础是“高斯分解法”, 其数学推导很复杂, 为了得到解析解, 采用了很多近似条件, 如慢变幅近似、薄样品、小非线性相移等。在闭孔条件和忽略非线性吸收时, 得到了测量非线性折射率的一个比较简单的归一化透过率表达式^[2]:

$$T(z, \Delta\Psi_0) \approx 1 + \frac{4\Delta\Psi_0 x}{(x^2 + 9)(x^2 + 1)}, \quad (1)$$

其中 $x = z/z_0$ 。对于 $|\Delta\Psi_0| > \pi$ 的情况, 数学推导难以进行, 用(1)式来描述实际的 Z 扫描曲线将产生大的偏差。本文从衍射的角度出发, 把高斯光束通过非线性介质的传播问题用衍射理论求解, 此时把非线性介质看作是一个相位调制的衍射屏, 它对入射高斯光束产生衍射, 用菲涅耳-基尔霍夫衍射积分公式可以求出远场接收屏的光强分布, 进而可以求出开孔透过率等物理量。我们将该理论与传统 Z 扫描理论进行了比较, 在小非线性相移的情况下, 二者完全吻合, 在大非线性相移的情况下, 传统 Z 扫描理论已不适用, 而我们的理论仍可给出正确的结果。

2 理论模型

设 TEM_{00} 模高斯光束沿 z 轴方向传播通过非线性介质, 束腰取为坐标原点, 非线性介质入射面位于 z_1 处。用 r 表示光束横截面内任一点到轴心的距离, 当忽略非线性吸收时, 非线性介质中任一点 (r, z) 处的电场复振幅可表示为

$$E(r, z) = E(0, 0) \exp[-\alpha(z - z_1)/2] \frac{w_0}{w(z)} \times \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[\frac{ikr^2}{2R(z)} + i\phi(z)\right], \quad (2)$$

式中 $E(0, 0)$ 为束腰中心的电场强度, α 为介质的线性吸收系数, w_0 为束腰半径, k 为波矢的模, $\phi(z)$ 为与径向无关与纵向有关的所有相位。 $w(z)$ 为 z 截面处的光腰半径, $w(z) = w_0(1 + z^2/z_0^2)^{1/2}$,

* 瞬态光学技术国家重点实验室基金与中国科学院院长基金资助课题。

E-mail: yaobl@dns.opt.ac.cn

收稿日期 2000-10-23; 收到修改稿日期 2001-01-02

$R(z)$ 为该处高斯光束等相面的曲率半径, $R(z) = z(1 + z_0^2/z^2)$, 其中 $z_0 = \pi w_0^2/\lambda$ 为高斯光束的衍射长度, λ 为激光波长。在以下公式中为简单起见, 令 $w_1 = w(z_1), R_1 = R(z_1)$

根据光克尔效应, 光强引起介质折射率的变化为

$$\Delta n = \gamma I, \quad (3)$$

式中 γ 为非线性介质的克尔常数。光强与电场强度之间的关系为 $I = \epsilon_0 c n_0 |E|^2/2$, 其中 n_0 为介质的线性折射率, c 为真空光速, ϵ_0 为真空介电常数。将(2)式代入(3)式, 并考虑到束腰中心处的光强与激光功率 P 的关系 $I(0,0) = 2P/(\pi w_0^2)$, 可得介质中的光诱导附加折射率分布为

$$\Delta n(r, z) = \frac{2\gamma P}{\pi} \frac{\exp[-\alpha(z-z_1)]}{w^2(z)} \exp\left[-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right]. \quad (4)$$

当激光束通过厚度为 d 的介质时, 在介质出射面处产生的横向附加相移分布可表示为

$$\Delta\Psi(r, z_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{z_1}^{z_1+d} \Delta n(r, z) dz. \quad (5)$$

将(4)式代入(5)式, 得到的函数不可积。但对于薄非线性介质情况, 即 $d \ll z_0$ 时, 就有 $w(z) \approx w_1$, (5)式可简化为

$$\Delta\Psi(r, z_1) \approx \Delta\Psi_0(z_1) \exp[-2r^2/w_1^2], \quad (6)$$

式中 $\Delta\Psi_0(z_1)$ 表示非线性介质位于 z_1 位置, 高斯光束产生的峰值非线性相移, 由下式给出:

$$\Delta\Psi_0(z_1) = \frac{4\gamma}{\lambda} \frac{1 - \exp(-\alpha d)}{\alpha} \frac{P}{w_1^2}. \quad (7)$$

这就是说当高斯光束通过非线性介质时, 其相位发生了变化, 在出射介质时产生了一个近似高斯分布的横向附加相移。这相当于在非线性介质内诱导出了一个具有高斯分布的相位型微孔。根据衍射理论, 该微孔要对入射光产生类似标准圆孔的衍射,

只不过这时的衍射屏函数为(设 Q 表示衍射屏上任意一点)

$$\tilde{U}(Q) = \exp[i\Delta\Psi_0(z_1) \exp(-2r^2/w_1^2)]. \quad (8)$$

对于薄非线性介质, 高斯光束在样品出射面处与径向有关的场分布近似为

$$\tilde{V}(Q) = E(0,0) \exp\left(-\frac{\alpha d}{2}\right) \frac{w_0}{w_1} \exp\left(-\frac{r^2}{w_1^2}\right) \exp\left(i\frac{kr^2}{2R_1}\right). \quad (9)$$

高斯光束出射样品后, 远场接收屏上任意一点 O 的衍射场分布由菲涅耳-基尔霍夫衍射积分公式表达^[8]:

$$\tilde{U}(O) = \frac{-i}{\lambda} \iint F(\theta_0, \theta) \tilde{V}(Q) \tilde{U}(Q) \frac{\exp(ikD)}{D} dS \quad (10)$$

式中 $F(\theta_0, \theta)$ 为倾斜因子, D 为衍射屏上 Q 点到接收屏上 O 点的距离。

由于衍射屏是圆对称分布的, 因而衍射场也是圆对称分布, 对衍射屏和接收屏都采用极坐标系。设 Q 点的坐标为 (r, φ) , 因为接收屏上同一半径 ρ 的圆周上的光场分布相同, 所以取其代表性一点计算即可, 取 O 点的极坐标为 (ρ, θ) , 设 z_2 为接收屏到衍射屏的距离, 则 D 可表示为

$$D^2 = z_2^2 + (r \cos\varphi - \rho)^2 + (r \sin\varphi)^2,$$

倾斜因子可表示为 $F(\theta_0, \theta) = (\cos\theta_0 + \cos\theta)/2$, 其中 θ_0 为入射光与次波源的方位角, 对于垂直入射 $\theta_0 = 0$, θ 为接收屏上场点 O 相对于次波源的方位角, $\cos\theta = z_2/D$ 。

对积分限的选取, 由高斯函数性质可知, 当 $r = \sqrt{5}w_1$ 时, 振幅因子 $\exp(-r^2/w_1^2)$ 及附加相移 $\Delta\Psi$ 都趋于 0, 因此积分限可取为: r 从 0 到 $\sqrt{5}w_1$, φ 从 0 到 2π 。将(7)式~(9)式代入(10)式, 可得到距离样品为 z_2 的接收屏上的光强径向分布为

$$I(\rho, z_1, z_2) = \frac{\exp(-\alpha d)}{2\pi\lambda^2} \frac{P}{w_1^2} \left| \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{5}w_1} \left(\frac{1}{D} + \frac{z_2}{D^2} \right) \exp\left(-\frac{r^2}{w_1^2}\right) \exp\left\{i\left[\frac{2\pi}{\lambda}D + \frac{kr^2}{2R_1} + \Delta\Psi_0(z_1) \exp\left(-\frac{2r^2}{w_1^2}\right)\right]\right\} r dr d\varphi \right|^2. \quad (11)$$

这就是我们进行数值计算的公式。式中被积函数由实部和虚部两部分构成, 分别进行数值积分后, 取其平方和即为光强。

有了(11)式的计算结果, 就可以容易地算出接收屏 z_2 处开孔半径为 a 的小孔光阑内收集到的激光功率为

$$P_A(z_1, z_2, a, \Delta\Psi_0) = 2\pi \int_0^a I(\rho, z_1, z_2) \rho d\rho \approx 2\pi \sum_{\rho_i=0}^a [I(\rho_i, z_1, z_2) \rho_i] \Delta\rho. \quad (12)$$

改变非线性介质相对于激光束腰的位置 z_1 , 根据(11)式和(12)式便可以计算出 z 扫描曲线。

3 计算结果与讨论

为了验证理论公式(11)和计算程序是否正确,我们首先安排了三个已知结果的比较计算。在以下的计算中,我们取 $\lambda = 532 \text{ nm}$, $z_0 = 0.2 \text{ mm}$, $z_2 = 1 \text{ m}$, $a = 2 \text{ mm}$ 。

1) 当入射激光功率确定时,无论样品位于何处,按(11)式计算出的接收屏上的总功率应该都相同。设介质位于束腰处时产生的非线性相移 $\Delta\Psi_0(0) = -4\pi$,我们分别计算了介质位于 $z_1 = -2z_0, -z_0, 0, z_0, 2z_0$ 处时,远场接收屏上的相对光强径向分布,如图 1 所示。图中以 ρ 为横坐标, $I \cdot \rho$ 为纵坐标,数值计算表明各个曲线具有相同的积分面积,即相同的光功率。该结果说明,在计算 Z 扫描曲线时,不需要计算出整个接收屏上的光强分布,只需积分小孔内($\rho = 0 \sim a$)的光强,然后归一化,就相当于小孔的透过率,这样大大减少了计算量。

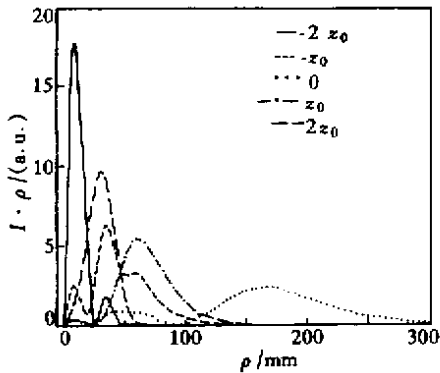


Fig.1 Intensity distributions on the far field plane when the nonlinear medium is located at different positions. $z_2 = 1 \text{ m}$

2) 当样品位置固定时,计算得到远场接收屏上的总功率应与入射激光功率成正比。图 2 给出了 $z_1 = 2z_0$ 时,远场接收屏上的总功率与输入激光功

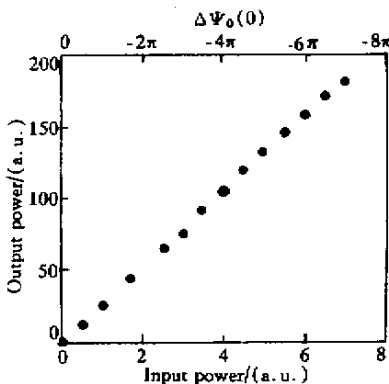


Fig.2 The total power received on the far field plane versus the input laser power. Sample is fixed at $z_1 = 2z_0, z_2 = 1 \text{ m}$

率或非线性相移的计算结果,二者完全成线性关系。

3) 当非线性相移比较小时,用本方法计算的 Z 扫描曲线应与传统方法的结果相同。图 3(a)和图 3(b)分别计算出了 $\Delta\Psi_0(0) = -0.5\pi$ 和 0.5π 的 Z 扫描曲线(实线),图中同时画出了由(1)式计算出的 Z 扫描曲线(虚线),其参数亦为 $\Delta\Psi_0 = \pm 0.5\pi, z_0 = 0.2 \text{ mm}$ 。可见二者附和得很好,差别在于前者峰谷不完全对称,而后者完全对称,这是由于后者采用近似计算所致。

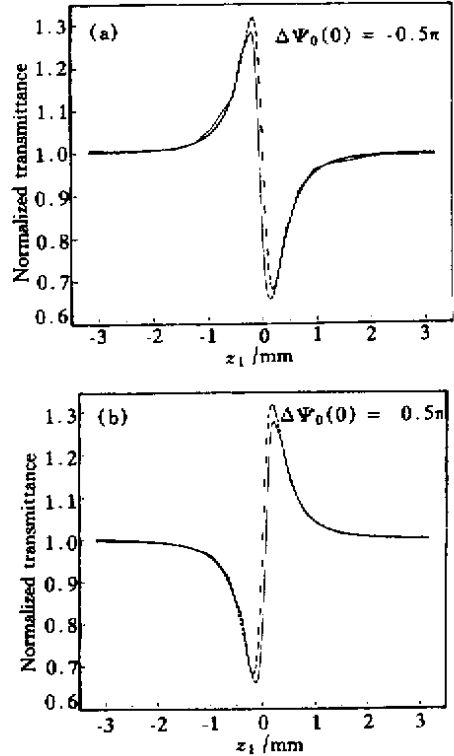


Fig.3 Comparison of the new Z-scan theory (solid curve) with the conventional theory (dash curve) under small nonlinear phase shift. Computation parameters: $\lambda = 532 \text{ nm}$, $z_0 = 0.2 \text{ mm}$, $z_2 = 1 \text{ m}$. (a) $\Delta\Psi_0(0) = -0.5\pi$; (b) $\Delta\Psi_0(0) = 0.5\pi$

以上三组结果表明,我们的理论模型和计算程序是正确和可靠的。在此基础上,我们对 Z 扫描特性进行了进一步的研究。首先研究 Z 扫描曲线形状与非线性相移的关系。计算结果如图 4(a)、图 4(b)所示(只给出了 $\gamma < 0$ 的情况, $\gamma > 0$ 的情况与此相似)。当 $|\Delta\Psi_0(0)| < \pi$ 时,Z 扫描曲线峰谷比较对称,用(1)式来描述偏差并不大。当 $|\Delta\Psi_0(0)| > 2\pi$ 时,Z 扫描曲线变得越来越不对称,峰的高度随 $|\Delta\Psi_0(0)|$ 的增加而增大,谷的深度则趋于饱和。这说明要实现光限幅,非线性介质应放在焦点附近。从图中可以明显看出,焦点并不处于归一化透过率

为 1 的位置,而是靠近谷的位置。计算数据表明,峰谷透过率之差 $\Delta T_{p,v}$ 和峰谷距离 $\Delta z_{p,v}$ 都随 $|\Delta\Psi_0(0)|$ 的增加而增大。

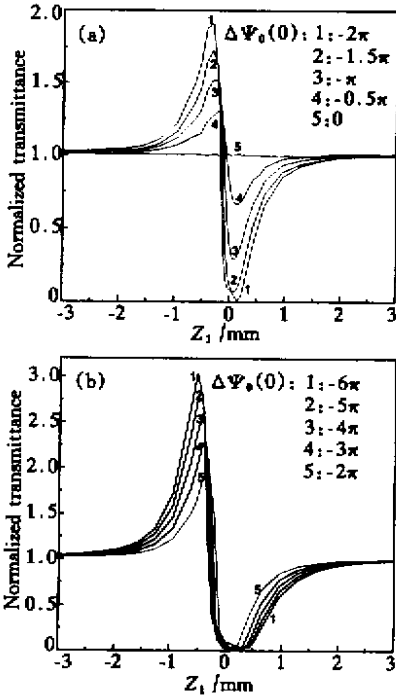


Fig. 4 The influence of the nonlinear phase shift $[\Delta\Psi_0(0)]$ on the Z-scan curve. Computation parameters: $\lambda = 532 \text{ nm}$, $z_0 = 0.2 \text{ mm}$, $a = 2 \text{ mm}$, $z_2 = 1 \text{ m}$

开孔大小和开孔到样品距离对 Z 扫描曲线的影响不很明显,表 1 和表 2 分别列出了计算结果,曲线从略。可以看出,在计算的开孔大小范围内(相应于开孔线性透过率小于 0.2),开孔大小只影响峰谷透过率之差(开孔越大 $\Delta T_{p,v}$ 越小);对峰谷距离无影响。 z_2 只要满足远场条件,对 Z 扫描曲线的形状几乎无影响。

Table 1. The influence of the aperture size (a) on the Z-scan curve $[\Delta\Psi_0(0) = -\pi, z_2 = 1 \text{ m}]$

a / mm	$\Delta T_{p,v}$	$\Delta z_{p,v} / \text{mm}$
10	1.159	0.3392
5	1.223	0.3392
2	1.228	0.3392
1	1.235	0.3392

当样品位于焦点处,增加入射激光功率而使 $|\Delta\Psi_0(0)|$ 增大时,计算发现,通过小孔的功率会出现有趣的振荡衰减现象,如图 5 所示。这正是由于非线性介质对高斯光束的衍射效应引起的。改变介质的 γ 值也可使 $\Delta\Psi_0(0)$ 发生变化,此时小孔的透过率与 γ 值的关系如图 6 所示。随着 γ 值的增加,通过小孔的光功率将趋于零,也就是说具有较大克尔系

数的非线性介质具有更好的光限幅特性。因为非线性相移 $\Delta\Psi_0(0)$ 与激光功率和克尔系数成正比,所以图 5 和图 6 中也同时标出了与之相应的非线性相移坐标。

Table 2. The influence of the distance between the sample and the aperture (z_2) on the Z-scan curve $[\Delta\Psi_0(0) = -\pi, a = 2 \text{ mm}]$

z_2 / m	$\Delta T_{p,v}$	$\Delta z_{p,v} / \text{mm}$
2.0	1.232	0.3392
1.0	1.228	0.3392
0.5	1.231	0.3392
0.2	1.217	0.3392

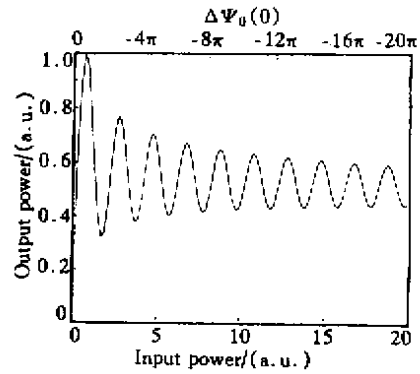


Fig. 5 The output power through the aperture versus the input laser power or the corresponding $\Delta\Psi_0(0)$ when the sample is fixed at focus. Computation parameters: $\lambda = 532 \text{ nm}$, $z_0 = 0.2 \text{ mm}$, $a = 2 \text{ mm}$, $z_2 = 1 \text{ m}$

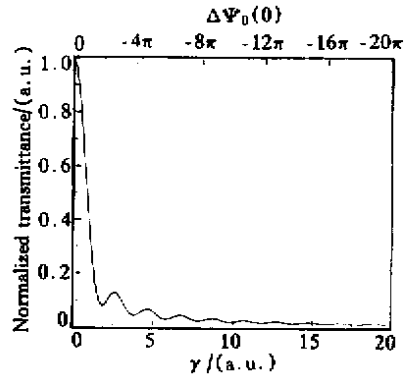


Fig. 6 The dependence of transmittance through the aperture on the Kerr constant or the corresponding $\Delta\Psi_0(0)$. Sample is fixed at focus. Computation parameters: $\lambda = 532 \text{ nm}$, $z_0 = 0.2 \text{ mm}$, $a = 2 \text{ mm}$, $z_2 = 1 \text{ m}$

结论 以上对忽略非线性吸收和闭孔测量条件下的 Z 扫描,采用衍射模型进行了理论推导和数值计算,从一种新的角度解释了 Z 扫描现象,其结果与传统的 Z 扫描理论结果完全一致。该理论的近似条件只要求是薄样品,因而比传统的 Z 扫描理论具有更

好的适用性和精确性。在实验参数给定的情况下，可以用衍射积分公式(11)计算出与实验相符合的 Z 扫描曲线，进而可以通过(7)式计算出样品的克尔常数。这种理论分析方法也是一种很好的研究高斯光束通过非线性介质后传输特性的方法。对于非线性吸收比较大，利用开孔 Z 扫描测量非线性吸收系数的情况，在上述理论模型中，必须考虑双光子吸收对光场复振幅和横向附加相移的影响，即在上述理论公式中与线性吸收系数 α 有关的部分都要加入双光子吸收系数 β 的贡献，这部分的研究工作正在进行。

参考文献

- [1] Sheik-Bahae M, Said A A, van Stryland E W. High sensitivity single beam n_2 measurements. *Opt. Lett.*, 1989, **14**(17) 955 ~ 957
- [2] Sheik-Bahae M, Said A A, Wei T H *et al.*. Sensitive

- measurement of optical nonlinearities using a single beam. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1990, **QE-26**(4) 760 ~ 769
- [3] Sheik-Bahae M, Wang J, DeSalvo R *et al.*. Measurement of nondegenerate nonlinearities using a two-color Z scan. *Opt. Lett.*, 1992, **17**(4) 258 ~ 260
- [4] Castillo J, Koziach V P, Marcano A O. Thermal lensing resulting from one- and two-photon absorption studied with a two-color time-resolved Z scan. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(3) 171 ~ 173
- [5] Kovsh D I, Yang S, Hagan D J *et al.*. Nonlinear optical beam propagation for optical limiting. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(24) 5168 ~ 5180
- [6] Chapple P B, Staromlynska J, McDuff R G. Z-scan studies in the thin- and thick-sample limits. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1994, **11**(6) 975 ~ 982
- [7] Liu C, Zeng H, Segawa Y *et al.*. Optical limiting performance of a novel σ - π alternating polymer. *Opt. Commun.*, 1999, **162**(1 ~ 3) 53 ~ 56
- [8] Zhao Kaihua, Zhong Xihua. *Optics (光学)*. Beijing: Peking University Press, 1998. 186 ~ 190 (in Chinese)

A New Z-Scan Theory Based on Diffraction Model

Yao Baoli¹⁾ Ren Liyong²⁾ Hou Xun¹⁾

(1), State Key Laboratory of Transient Optics Technology, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710068

(2), Department of Physics, Northwest University, Xi'an 710069

(Received 23 October 2000; revised 2 January 2001)

Abstract: Based on Fresnel-Kirchhoff diffraction theory, a diffraction model of nonlinear optical media to Gaussian beam is set up, which can explain the Z-scan phenomenon from a new way. This theory is not only well consistent with the conventional Z-scan theory in the case of smaller nonlinear phase shift, but also can fit for the larger nonlinear phase shift. Numeric computations indicate the shape of the Z-scan curve is greatly affected by the value of the nonlinear phase shift. The symmetric dispersion-like Z-scan curve is only valid for small nonlinear phase shift ($< \pi$), but with increasing the nonlinear phase shift, the valley of the transmittance is severely suppressed and the peak is greatly enhanced. The laser power through the aperture will oscillate and attenuate as the nonlinear phase shift increases due to the increasing of the input laser power.

Key words: Z-scan; Gaussian beam; diffraction; Kerr effect