文章编号:0253-2239(2002)01-0001-05

## 强激光在等离子体中的传播特性\*

余华德1) 陈朝阳1) 屠琴芬2) 于立春2) 余 玮1) 徐至展1)

(1),中国科学院上海光学精密机械研究所强光光学开放实验室,上海 201800)

2),西北核技术研究所,西安 710024

摘要: 分别讨论了在非相对论条件下短脉冲和长脉冲激光在完全电离的等离子体中的传播持性。短脉冲情况 下,激光的有效瑞利长度会增加,但不会出现自导引;长脉冲激光的传播取决于激光功率和等离子体温度之比,当 该比值超过一定阈值时会出现自导引现象,激光束被限制在一个相对稳定的通道内,其半径对光束的初始半径有 很强的依赖性。

关键词: 等离子体;强激光;有效瑞利长度 中图分类号:0437 文献标识码:A

1 引 言

强激光脉冲在完全电离的等离子体中的传输特 征是激光与等离子体相互作用的一个热点课题,它 对激光驱动的等离子体加速器<sup>[1]</sup>、X射线激光器<sup>2]</sup>、 惯性约束核聚变<sup>[3]</sup>等都具有重要影响。在强激光的 很多实际应用中,人们希望激光在尽可能长的传播 距离内保持足够的强度。如在激光驱动的等离子体 加速器中,电子获得的能量与加速距离成正比,尽可 能地增加激光的传播距离就成为激光加速的关键。

等离子体中电子密度分布决定其折射率,而折 射率决定了激光的传播特性。另一方面,由于有质 动力的存在,等离子体中的电子密度又受到激光场 空间分布的影响。因此,需要针对短、长脉冲的不同 情况考虑电子作用力的平衡,自洽地给出等离子体 中的激光传播特性与电子密度分布,然后采用源依 赖展开模型<sup>41</sup>的传播包络方程,对激光传播特性进 行研究。

在短脉冲激光的作用下,等离子体中的离子来 不及对光场作出响应。激光场的有质动力与由电荷 分离所造成的静电场平衡,决定了光场与电子密度 的自洽分布。研究发现短脉冲激光在等离子体传播 过程中其有效瑞利长度随光强而增加,但不会出现 自导引,即激光束半径不会保持在一定范围内震荡, 而是沿传播方向单调增加。在长脉冲情况下,电子 运动造成的电荷分离场使离子也同步运动,从而保持了等离子体电荷的准中性,同时由于时间的累积 使电子和离子共同形成的等离子体粒子达到热平 衡。激光有质动力与等离子体热压力的平衡自洽地 决定了光场与等离子体密度的分布<sup>[5]</sup>。我们发现在 这种情况下折射率变化较大,在激光功率和等离子 体温度之比超过一定的阈值时,激光在等离子体传 播中出现自导引,激光的光束半径会保持在一定范 围内震荡。对某一初始半径,激光能够在确定的等 离子体通道内传播很长距离,我们还给出了使通道 半径最小的功率温度比。

在以往的工作中,文献 6 谐出相对论性强度的 短脉冲激光在非常稀薄等离子体中传播存在自导引 现象,然而由于数值计算上的不稳定使他们无法进 行更深入的研究。文献 7 ]中考虑了离子运动的情 况,采用格林函数对电子密度变化方程进行了讨论, 给出最小密度与各参数的依赖关系,并提出在足够 功率情况下可能出现自导引。在自调制激光尾波场 加速(LWFA)抽运光检测实验<sup>[8,9]</sup>中已经观察到由 离子运动、有质动力和相对论效应共同影响产生的 密度通道。而本文通过考虑热压力与有质动力的平 衡指出在一定条件下长脉冲激光可以在等离子体形 成自导引,并加以深入研究。同时证明了在非相对 论下的短脉冲不可能出现自导引。

在短激光脉冲作用时间(  $\tau < 1 \text{ ps}$ )内,离子的运动可以忽略,仅考虑电荷分离场。在长脉冲情况下 ( $\tau > 1 \text{ ps}$ ),离子和电子共同运动,等离子体保持电 中性,忽略电荷分离场。我们对这两种情况分别进

<sup>\*</sup> 国家 863 高科技项目(863-416-1)和上海应用物理中心 资助课题。

收稿日期 2000-11-08; 收到修改稿日期 2001-01-12

行讨论。

2 短脉冲激光( $\tau < 1 \text{ ps}$ )

在短脉冲激光入射的情况下,等离子体中的离 子没有时间响应激光场,所以在整个过程中离子是 固定不动的。电子的运动方程为

 $\frac{d}{dt}(w-a) = - \bigtriangledown_{a}(w \cdot a) + \bigtriangledown \phi, \quad (1)$ 式中 w = u + v为用 (真空中光速) 归一化的电子 速度 ,其中  $u \lor v$ 分别为横模和纵模速度分量 ,分别 满足  $\bigtriangledown \cdot u = 0, \bigtriangledown \times v = 0$ 。 $a = eA(mc)^{\circ}$ 为归一 化的激光场矢势 , $\phi$ 为用  $mc^{2}/e$  归一化的标势 ,e 为 基本电荷电量 ,m 为电子质量。对于横模有

$$\nabla \times \left[ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (\boldsymbol{u} - \boldsymbol{a}) \right] = 0$$

所以u = a。对于纵模有

 $( d/dt )\mathbf{v} = \nabla \phi - (1/2) \nabla |\mathbf{a}|^2.$ 

目前的实验给出的一般是时间积分的结果,它们主要反映了激光脉冲峰附近、激光与等离子体的相互作用达到平衡时的情况,此时电子的纵模速度 $v = o^{6.71}$ ,所以  $\nabla \phi = \nabla (|a|^2/2)$ ,其中  $\nabla \phi$  为电荷分离形成的电场, $\nabla (|a|^2/2)$ 为激光场的有质动力。在激光所产生的等离子波很弱的前提下,激光在完全电离的等离子体中的传播方程为<sup>[6.7]</sup>

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t}\right) \mathbf{a}(\mathbf{r}, \mathbf{z}, t) = n_e \mathbf{a}(\mathbf{r}, \mathbf{z}, t) = (1 - \eta_r^2) \mathbf{a}(\mathbf{r}, \mathbf{z}, t), \qquad (2)$$

其中  $n_e$ 为电子密度 ,用临界密度  $n_e = m\omega^2$  ( $4\pi e^2$ ) 进行归一化 , $\eta_r$ 为折射率 , $r_x z, t$ 分别为用 1/k, 1/k和  $1/\omega$  归一化的径向距离、横向距离和时间 , $k, \omega$ 分 别为激光场的波数和圆频率。如果在激光周期内激 光场振幅的变化很慢 ,并且在传播过程中近似保持 高斯型 ,激光场的振幅可以写为

$$a = a_{s} \exp(-r^{2}/r_{s}^{2}),$$
 (3)

其中  $a_s = a_0(r_0/r_s)$ 为激光在传播轴上的光强 , $r_s$ 为光束半径 , $a_0$ 和  $r_0$ 为真空中激光强度的参数和最 小光束半径。沿传播方向变化的光束半径  $r_s(z)$ 用 1/k作归一化)满足的传播包络方程为<sup>[7]</sup>

$$\frac{\partial^{2} r_{s}}{\partial z^{2}} = \frac{4}{r_{s}^{3}} + Q(r_{s}),$$

$$Q(r_{s}) = \frac{2}{r_{s}} \int_{0}^{\infty} dx n(x) (1 - x) \exp(-x),$$
(4)

其中  $x = 2r^2/r_s^2$ 。对于圆偏振的激光 ,有质动力与时

间无关。电子密度为

$$n = Zn_{i} + \nabla^{2} \phi = Zn_{i} + \frac{1}{2} \nabla^{2} a^{2} \approx$$
$$Zn_{i} + \frac{1}{2r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r \partial a^{2}}{\partial r} \right) , \qquad (5)$$

$$n(r) = Zn_{i} - \frac{4a_{0}^{2}r_{0}^{2}}{r_{s}^{4}}\exp\left(-\frac{2r^{2}}{r_{s}^{2}}\right)\left(1 - \frac{2r^{2}}{r_{s}^{2}}\right)(6)$$

式中 Z 为离子的电荷数 则激光在等离子体中传播 的包络方程(4)为

$$\frac{\partial^2 r_s}{\partial z^2} = \frac{4}{r_s^3} - 2 \frac{(a_0 r_0)^2}{r_s^5} = \frac{2}{r_s^5} (2r_s^2 - a_0^2 r_0^2).(7)$$

方程的初始条件为  $r_s = r_0 (\partial r_s / \partial z)_0 = 0$ 。在非相 对论条件下  $a_0 < 1$ ,可以证明( $\partial r_s^2 / \partial^2 z$ ) > 0,即不 满足自导引条件 $\partial r_s^2 / \partial^2 z = 0$ ,此时  $r_s$ 沿 z方向单调 增加并大于  $r_{00}$ 。在传播轴线上(r = 0)电子的密度 达到极小值,为: $n(0) = Zn_i - 4a_0^2 r_0^2 / r_s^4$ 。当  $r_s < r_c = (4a_0^2 r_0^2 / Zn_i)^{1/4}$ 时,会出现电子倒空并形成电 子空腔,空腔中的电子密度为零。光强足够强的情况 [ $a_0 > (r_0^2 Zn_i / 4)^{1/2} = 0.49$ 7( $Zn_i = 0.001$ , $r_0 = 10\pi$ ]下,等离子体会出现电子"倒空";但是此时光 强较强,一般应该考虑相对论效应,有关的内容将另 文详细讨论。

图 1 画出了光强  $a_0 = 0.3$ 、脉宽  $\tau$  为 40 fs、波长 为 10.6  $\mu$ m 的激光脉冲作用下的电子密度分布,其 中  $Zn_i = 0.001$ ,  $r_0 = 10\pi$ 。可以看到等离子体中的 电子与离子明显分离 随着光强的增加,电荷分离加 剧,由于电荷分离所产生的电场也随之增强,最终达 到光场产生的有质动力与这种电荷分离产生的静电 场之间的平衡。



Fig. 1 The electron density distribution as the ultra-short laser pulses (  $a_0 = 0.3$ ,  $\tau = 40$  fs,  $\lambda = 10.6 \ \mu m$ ) propagates in the plasma with the initial spot size  $r_0 = 10\pi$ , and the initial electron density  $Zn_i = 0.001$ . The coordinate r is normalized to the laser spot size in the effective Rayleigh length

图 2 画出了两种不同光强下折射率随 r 的变 化 其他参数同图 1。可以看到在等离子体折射率 径向分布中轴线上的折射率最大,在一定范围内折 射率随半径增加而减小,这种分布能对激光起到会 聚作用。随着光强的增加这种会聚作用越明显。



Fig. 2 Radial distribution of the refractive index ,  $a_0 = 0.1$ (solid line), 0.3 (dotted line). The other parameters are same as Fig. 1

图 3 画出了激光在等离子体中的有效瑞利长度 随光强的变化,其中  $Zn_i = 0.001$ , $r_0 = 10\pi$ 。随着光 强的增加,有效瑞利长度增加,这一变化趋势与初始 半径  $r_0$  无关。而(7)式在  $r_s = r_0$ , $a_0 < 1$ , ( $\partial r_s/\partial z$ ), $_0 = 0$ 的初始条件下恒为正,说明此时并未 出现激光束的自导引,激光的光束半径随着传播长 度的增加而增加。其原因主要有两方面:一方面激 光的强度不大,对等离子体中的电子密度影响不大,



Fig. 3 The effective Rayleigh length vs the laser strength. The other parameters are same as Fig. 1

相应地对折射率的影响也不大;另一方面激光与等 离子体的作用时间有限(短脉冲),从图1可以看出 等离子体密度变化只局限于很小的区域,这也限制 了对激光束的会聚作用。

## 3 长脉冲情况( $\tau > 1 \text{ ps}$ )

在长脉冲情况下,电子运动造成的电荷分离场 使离子也同步运动,从而保持了等离子体的准电中 性,同时由于时间的累积使电子和离子共同形成的 等离子体粒子达到热平衡。激光有质动力与等离子 体热压力的平衡<sup>51</sup>自洽地决定了光场与等离子体密 度的分布。电子的运动方程为<sup>[5]</sup>

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_{e}}{\mathrm{d}t} = \nabla \phi - \frac{1}{4} \nabla a^{2} - \frac{\nabla (n_{e} T_{e})}{n_{e}}, \quad (8)$$

式中所有量均为归一化的,其中, </br>

, 力电荷分离场,

T。为电子温度。离子的运动方程为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}t} = -\gamma \nabla \phi , \qquad (9)$$

式中  $\gamma = Zm/m_i, m_i$  为离子的质量 ,此时我们忽略 了很低的离子温度。电子和离子通过电荷分离场相 互耦合一起运动有  $v_e \approx v_i = v$  ,由于等离子体为准 电中性 ,离子密度近似相等 ,为等离子体的密度 ,即  $n_e \approx n_i = n$  ,由(8)式、(9)式可得等离子体的运动 方程:

$$\frac{1}{\eta} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \approx \frac{\nabla (nT)}{n_{\mathrm{e}}} + \frac{1}{4} \nabla a^{2}. \qquad (10)$$

我们考虑等离子体的运动达到平衡态的情况, 即有质动力与热压力达到平衡的情况。因为热传导 在时间尺度上要远小于电子的运动,所以可以认为 电子的温度保持恒定为*T*。此时等离子体的密度为

$$n = n_0 \exp[-a^2/(4T)]. \quad (11)$$

$$a = a_0(r_0/r_s)\exp[-r^2/r_s^2)$$

$$n(r) = Zn_{i} \exp[-a_{0}^{2}(r_{0}^{2}/r_{s}^{2})\exp(-2r^{2}/r_{s}^{2})](4T), \qquad (12)$$

(12) 武代入(4) 武,得到

$$\frac{\partial^2 r_s}{\partial z^2} = \frac{4}{r_s^3} + \frac{2Zn_i}{r_s} \int_0^\infty dx \exp\{-\left[\frac{p_i}{4T}\right]r_s^2 \exp\{-x\} (4T) - x \left[1 - x\right] = \frac{4}{r_s^3} + \frac{2Zn_i}{r_s} \int_0^\infty dx \exp\{-\left[\frac{p_i}{4T}\right]r_s^{-2} \exp\{-x\} - x \left[1 - x\right] - x \left[1 - x\right],$$
(13)

其中  $P = (a_0 r_0)^\circ$  为激光功率。

当( $\partial r_s^2/\partial z^2$ ) = 0 有解时 激光光束半径随 z 方

向出现震荡,存在多个拐点。但各拐点对应的<sub>r</sub>。却 为同一值,我们记为<sub>r</sub>。令(13)式等于零,可以求出  $r_{1}$  图 4 为不同条件下的计算结果。从图 4 中我们可 以看到激光功率和温度比存在临界值 P(4T)] =983.8。 当[ P(4T)] < [ P(4T)] 时 , $r_{1}$  不存在。在  $(\partial r_{s}/\partial z)_{z=0} = 0$ 的初始条件下 ,激光光束半径一直 沿传播方向 z 增加 ,但要比在真空中增加缓慢。图 5 中 a, b 分别为真空和[ P(4T)] = 500时的传播曲 线。 当[ P(4T)] > [ P(4T)] 时 , $r_{1}$  存在 ,激光的 光束半径随 z 方向出现振荡 ,图 5 中的 c 为( P/4T ) = 2000时的传播曲线。

4



Fig.4 The laser spot size at the inflexion of the function  $r_s = r_s(z)$  vs the parameter Pl(4T), P is the laser power, and T is the plasma temperature



Fig. 5 Laser spot size vs propagation distance , (T = 1 keV,  $Zn_i = 0.01 n_c$ ,  $r_0 = 5\lambda$ ), for a :vacuum diffraction , b :P(4T) = 500 and c :P(4T) = 2000

当[P((4T)] > [P((4T)]]时,激光的光束半 径在 z 方向会出现震荡,有以下三种情况:1)当 $r_0$ =  $r_1$ 时,激光的光束半径将保持不变,成为稳定的 通道;2)当 $r_0 < r_1$ 时,激光先发散后会聚,在 $r_1$ 附 近震荡;3)当 $r_0 > r_1$ 时,激光先会聚后发散,同样 在 $r_1$ 附近震荡。图6清楚地描述了这些情况。同时从 图4可见,当 $P((4T)) = [P((4T))]_{ptimal} = 2808$ 时, 激光形成稳定通道的光束半径最小。

图 7 为电子的密度分布图,从中可以看出电子 密度变化较图 1 大,并且因为光脉冲比较长,所以会 聚激光的能力要明显强于短脉冲情况,激光的光束 半径可能出现震荡。



Fig.6 Laser spot size vs propagation distance with the different initial laser spot size [ PI(4T) = 1393.6,  $Zn_i = 0.01n_c$ ,  $r_i = 32.784$ ],  $r_0 = 32$  (solid), 25 (dashed), 45 (dotted)



结论 本文研究了非相对论超短脉冲激光和长脉冲 激光在完全电离的等离子体中的传播过程。在超短 脉冲情况下,可忽略离子运动,在激光场作用下会出 现电荷分离,激光场的有质动力与由电荷分离所造 成的静电场平衡,决定了光场与电子密度的自洽分 布。此时折射率出现径向分布,从而导致激光的有 效瑞利长度增加,但是不可能出现自导引现象。

在长脉冲激光与等离子体的相互作用中,电子 运动造成的电荷分离场使离子也同步运动,从而保 持了等离子体的准电中性,由于时间的累积使电子 和离子共同形成的等离子体粒子达到热平衡。激光 有质动力与等离子体热压力的平衡<sup>51</sup>自洽地决定了 光场与等离子体密度的分布。当激光功率与温度的 比值超过阈值时激光的光束半径会出现震荡。我们 发现初始光束半径为某一特定值时会出现一个稳定 的激光通道,激光光束既不发散也不会聚;同时发现 了一个最佳激光功率与温度的比值,能够使这一激 光通道的半径最小。

## 参考文献

- [1] Eder D C, Amendt P, DaSilva L B et al.. Tabletop X-ray lasers. Phys. Plasmas, 1994, 1(5):1744 ~ 1752
- [2] Sprangle P, Esarey E. Interaction of ultrahigh laser fields with beams and plasmas. *Phys. Fluids* (B), 1992, 4(7): 2241 ~ 2248
- [3] Tabak M, Hammer J, Glinsky M E et al.. Ignition and high gain with ultrapowerful lasers. Phys. Plasmas, 1994, 1(5):1626~1634
- [4] Sprangle P, Ting A, Tang C M. Analysis of radiation focusing and steering in the free-electron laser by use of a source-dependent expansion technique. *Phys. Rev.* (A), 1987, 59(2) 202 ~ 205
- [5] Kaw P, Schmidt G, Wilcox T. Filamentation and trapping of electromagnetic radiation in plasmas. *Phys. Fluids*, 1973, 16(9):1522~1525

- [6] Sun Guozheng, Ott E, Lee Y C et al.. Self-focusing of short intense pulses in plasmas. *Phys. Fluids*, 1987, 30
   (2) 526 ~ 532
- [7] Esarey E, Sprangle P, Krall J et al.. Self-focusing and guiding of short laser pulses in ionizing gases and plasmas. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1997, QE-33(11):1879 ~ 1914
- [8] Ting A, Moore C I, Krushelnick K et al.. Plasma wakefield generation and electron acceleration in a selfmodulated laser wakefield accelerator experiment. Phys. Plasmas, 1997, 5(5):1889~1899
- [9] Krushelnick K, Ting A, Moore C I et al.. Plasma channel formation and guiding during high intensity short pulse laser plasma experiments. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, 78 (21):4047~4050

## Non-Relativistic Intense Laser Propagation Characteristics in the Plasmas

Yu Huade<sup>1</sup> Chen Zhaoyang<sup>1</sup> Tu Qinfen<sup>2</sup> Yu Lichun<sup>2</sup> Yu Wei<sup>1</sup> Xu Zhizhan<sup>1</sup>
(1), Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Science Academy of Sciences, Shanghai 201800
2), Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024
(Received 8 November 2000; revised 12 January 2001)

**Abstract**: In the non-relativistic limits, long pulses and ultra-short pulses laser propagation characteristics in the fully-ionized plasma are discussed. The electron density distribution can be derived from the balance of the pondermotive force with the thermal force in long pulses and with the electrostatic force in ultra-short regime. Using the source-dependent expansion (SDE) method, the laser field propagation characteristics in plasma can be described through the numerical solution of the enveloped equation. In long pulses, the self-guiding, which means the laser spot size oscillates in the spread direction, will appear if the ratio of the laser power and the plasma temperature exceeds the threshold. The guiding cannel is steady in some initial laser spot size and the optimal condition to produce the narrowest steady channel is found. In ultra-short pulses, the effective Rayleigh length of laser increases but self-guiding does not occur according to the numerical solution and theoretic analysis.

**Key words** : plasma ; intense laser ; effective Rayleigh length