文章编号:0253-2239(2001)09-1128-06

行波电光相位调制器输出响应的定量分析*

周 静

(北京师范大学物理系,北京 100875)

摘要: 从标量波动方程出发,采用傅里叶变换的方法,导出了行波电光相位调制器的时间域输出响应的计算公式。以高斯脉冲调制信号为例,定量计算并讨论了速度不匹配和微波衰减对输出相位调制信号的脉冲形状、峰值、 半值宽的影响。所得到的结果,对行波电光调制器的实验研究有很好的参考价值。所给出的公式和方法适用于行 波电光调制器的时间域定量分析。

关键词: 行波;调制器;波导

中图分类号:TN256 文献标识码:A

1 引 言

近些年来,宽带高速光通讯系统越来越受到人 们的关注,由此带动了高速集成电光器件研究的迅 速发展 作为宽带电光调制器的行波电光调制器就 是其中一个研究热点。由于行波电光调制器中的光 波与调制微波的传播速度不同,同时微波在传播过 程中会有衰减 使得输出调制信号与输入调制信号 有偏离 比如展宽或衰减 限制调制信号的带宽和比 特率。因此 缩小光波与微波的速度差别和减小微 波的衰减成为被广泛关注的问题,各种实验研究在 不断地进行,主要的是通过设计电极的形状^{1~3]}、厚 度[45]等提高微波的速度,减小微波的衰减。然而, 对于速度不匹配和微波衰减产生的影响的定量分析 至今未见报道。本文从理论上导出行波电光相位调 制器的时间域输出响应公式,然后以高斯脉冲调制 信号为例 定量计算并讨论速度不匹配和微波衰减 对输出相位调制信号的脉冲形状、峰值、半值宽的影 响。

2 行波电光调制器的输出响应

行波电光调制器的基本结构是条形波导^[6,7], 波导两侧与波导同方向的条形电极,外加电调制信 号,在调制器的输出端调制信号表现为对光波相位 的调制,通过干涉仪或定向耦合器可以将相位调制 转化为振幅或强度调制。所以,行波电光调制器的 基本原理是相位调制器 ,相位调制的幅度与外加调 制电压的幅度成正比 ,本文主要讨论输出相位调制 信号。

考虑最基本的行波电光调制器结构,如图1所示,波导两侧各有一长度为L的条形电极,波导的 调制区域从z=0到z=L。外加电调制信号通过改 变波导材料的折射率而对光波的相位产生调制,对 这一问题的定量分析需要解标量波动方程

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} , \qquad (1)$$

其中, A 为波导中传播的光波的复振幅, n 为与该光 波对应的折射率, c 为真空中的光速。





波动方程的解可以写成如下的形式:

 $A = A_0 \exp\left[i\omega\left(t - \frac{z}{v_0}\right) - i\Delta\varphi(z,t)\right], \quad (2)$

式中 , A_0 为光波的振幅 , ω 为光波的角频率 , v_0 为光 波传播的速度 $\Delta \varphi(z,t)$ 是与电光调制有关的相位 调制。

如果光波速度与微波速度完全匹配,而且没有 微波衰减 $\Delta q(z,t)$ 应该具有与外加调制信号相同 的时间域分布。由于速度不匹配和微波衰减的存在, $\Delta q(z,t)$ 会与外加调制信号有偏离 $\Delta q(z,t)$ 就是 本文要求解的相位调制。

 ^{*} 教育部留学回国人员科研启动基金资助课题。
 收稿日期 2000-04-17;收到修改稿日期 2000-06-12

假设没有外加电调制信号时,波导中对应该光 波的折射率为 n_0 ,那么(1)式中的 n 可以写为 n_0 加 上由调制信号产生的折射率的变化 $\Delta n(z,t)$,即:

$$n = n_0 + \Delta n(z, t).$$
 (3)

将(2)式和(3)式代入(1)式,然后对(1)式两边微分 并忽略二次微分项可得:

$$k + \frac{\partial \Delta \varphi(z,t)}{\partial z} = \frac{n}{c} \left[\omega - \frac{\partial \Delta \varphi(z,t)}{\partial t} \right]. \quad (4)$$

式中 $k = \omega / v_{00}$ 为了求解方程,可以采用傅里叶变 换的方法将 $\Delta n(z,t)$ 和 $\Delta q(z,t)$ 表示为其频谱分 量的积分,即

$$\Delta n(z,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} N(z,\omega_{\rm m}) \exp(i\omega_{\rm m}t) d\omega_{\rm m}$$
 (5)

$$N(z \omega_{\rm m}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty} \Delta n(z t) \exp(-i\omega_{\rm m} t) dt \quad (6)$$

当(6)式中取 z = 0时,可得输入调制信号的傅里叶 变换为:

$$N(\omega_{\rm m}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta n(0, t) \exp(-i\omega_{\rm m} t) dt. (7)$$

考虑 到 调 制 信 号 为 微 波 信 号 , 并 用 衰 减 系 数 _α(| ω_m|)表示微波信号的衰减 (5)式可以写为:

$$\Delta n(z,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} N(\omega_{\rm m}) \exp\left[i\omega_{\rm m}\left(t-\frac{z}{v_{\rm m}}\right) - \alpha(|\omega_{\rm m}|)z\right] d\omega_{\rm m} , \qquad (8)$$

式中 , ω_{m} 和 v_{m} 分别为微波的角频率和传播速度。用同样的方法可以把相位函数 $\Delta q(z,t)$ 写为:

$$\Delta \varphi(z,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(z,\omega + \omega_{\rm m}) \exp\left[i\omega_{\rm m}\left(t - \frac{z}{v_0}\right)\right] d\omega_{\rm m} , \qquad (9)$$

式中 ω 和 v_0 分别为光波的角频率和传播速度。将(8)式和(9)式代入(4)式可得:

$$\frac{\partial \Delta \varphi (z_{\rm m}\omega + \omega_{\rm m})}{\partial z} \exp\left(-\frac{i\omega_{\rm m}z}{v_0}\right) = \frac{\omega N(\omega_{\rm m})}{\sqrt{2\pi}c} \exp\left[-\frac{i\omega_{\rm m}z}{v_{\rm m}} - \alpha(|\omega_{\rm m}|)z\right].$$
(10)

对(10) 式两边积分,并代入(9) 式,可得:

$$\Delta \varphi (L,t) = \frac{\omega}{\sqrt{2\pi}c} \int_{-\infty}^{\infty} N(\omega_{\rm m}) \left\{ \int_{0}^{L} \exp\left[-i\omega_{\rm m}z\mu - \alpha (|\omega_{\rm m}|)z] dz \right\} \exp\left[i\omega_{\rm m} \left(t - \frac{L}{v_{\rm o}} \right) \right] d\omega_{\rm m} , \quad (11)$$

其中:

$$\mu = 1/v_{\rm m} - 1/v_{\rm o} , \qquad (12)$$

(11)式是一个二重积分,当 $\mu = 0$, $\alpha \neq 0$ 时,对括号内的z积分得:

$$\Delta \varphi(L,t) = \frac{\omega}{\sqrt{2\pi}c} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N(\omega_{\rm m})}{-i\omega_{\rm m}\mu - \alpha(|\omega_{\rm m}|)} \{\exp[i\omega_{\rm m}(t-t_1-\Delta t) - \alpha(|\omega_{\rm m}|)L] - \exp[i\omega_{\rm m}(t-t_1)]\} d\omega_{\rm m},$$

(13)

式中 $t_1 = L/v_0$, $\Delta t = \mu L$. (14) t_1 为光波在波导中传播需要的时间 Δt 是在波导输 出端微波相对于光波的时间延迟。(13)式就是行波 电光调制器的输出相位调制函数 ,用数值积分的方 法解(13)式就可以算出输出相位调制信号的时间 域分布,从而直观地得出速度不匹配和微波衰减的 影响。

如果速度不匹配的影响占主导地位,微波衰减 的影响可以忽略,即令 $\alpha(|\omega_m|) = 0$,那么(13)式 简化为:

$$\Delta \varphi(Lt, \mathbf{r}) = \frac{\omega}{\sqrt{2\pi}c} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N(\omega_{\rm m})}{-i\omega_{\rm m}\mu} \{\exp[i\omega_{\rm m}(t-t_1-\Delta t)] - \exp[i\omega_{\rm m}(t-t_1)]\} d\omega_{\rm m}.$$
(15)

对比前面的(8)式(15)式可以表示为对输入端折射率调制函数 Δn (0,t)的积分:

$$\Delta \varphi(L,t) = \frac{\omega}{\mu c} \int_{-\infty}^{t} [\Delta n(0,t-t_1-\Delta t) - \Delta n(0,t-t_1)] dt.$$
(16)

21 卷

所以当速度不匹配起主导作用、微波衰减可以忽略 的情况下,对于给定的输入调制信号,输出调制相位 分布 Δφ(*L*,*t*)可以通过对(16)式的积分得到,被 积函数与输入调制信号具有相同的函数形式,调制 信号通常是脉冲信号,积分只限制在一定范围内,因 而通常是比较容易求解的。

如果微波衰减的影响不容忽略,则需要求解 (13)式的积分,由于微波衰减系数 $\alpha(|\omega_m|)$ 的存在 将使积分变得复杂, $\alpha(|\omega_m|)$ 的函数形式成为影响 积分的重要因素。

对于条形平面电极 ,当 $|\omega_m|$ 的值在几十兆赫到 几万兆赫时 ,微波的强度衰减量近似与微波频率 f_m 的平方根成正比 ,与微波的传播距离 z 也成正比 ,设 α_0 为微波强度的分贝衰减系数 ,目前的波导电光调 制器的衰减系数 α_0 在 0.5 dB(cm·GHz^{1/2})左右^[2 &], 微波强度的分贝衰减可以表示为:

$$-10 \lg \left[\frac{I(\omega_{\rm m}, z)}{I(\omega_{\rm m})} \right] = -\alpha_0 \sqrt{f_{\rm m}} z. \quad (17)$$

I(ω_m,z)和 *I*(ω_m)分别为微波在位置 z 和位置 z = 0时的强度。因为微波强度与外加调制电压的平方 成正比,而外加电压产生的折射率变化与电压成正 比,所以(17)式可以写为:

$$10 \lg \left[\frac{N(\omega_{\rm m}, z)}{N(\omega_{\rm m})} \right]^2 = \alpha_0 \sqrt{f_{\rm m}} z. \qquad (18)$$

对比(8)式,可得

 $20 \log x_{I} \left[- \alpha (\left| \omega_{m} \right|) z \right] = \alpha_{0} \sqrt{f_{m}} z , (19)$ 由此可以推出

 $\alpha(|\omega_{m}|)z = 0.065\alpha_{0}\sqrt{\omega_{m}}z.$ (20) 这就是微波衰减的函数形式,对于给定的外加调制 信号 $\Delta n(z,t)$,可先由(7)式算出 $N(\omega_{m})$,再将 $N(\omega_{m})$ 和微波衰减函数(20)式代入(13)式,用数 值积分的方法就可以算出相位调制的分布函数 $\Delta q(L,t)$ 。

3 计算结果与讨论

假设外加电压调制信号为高斯脉冲信号,它在 输入端 z = 0 处产生的折射率调制为:

 $\Delta n(0,t) = \Delta n_0 \exp(-t^2/\tau^2),$ (21) 式中 Δn_0 为折射率的最大调制值 2τ 是调制信号 强度降至峰值强度的 e⁻¹时对应的脉冲宽度。

采用图 1 所示的基本的行波相位调制器为模型,假设波导材料为 z 向切割铌酸锂,波导两侧是 长度为 L 的条形平面电极,工作波长为 1.3 μ m,在 这种情况下,分别取波导光波折射率和微波的折射 率为 $n_o = 2.15$, $n_m = 4.22^{181}$,微波的调制范围为 z= 0 到 $z = L_o$ 由公式:

 $v_{o} = c/n_{o}$, $v_{m} = c/n_{m}$, (22) 可以算出光波的传播速度 v_{o} 和微波的传播速度 v_{m} ,再由(12)式算出 $\mu = 68$ ps/cm。

3.1 速度不匹配的影响

当速度不匹配起主导作用,微波衰减的影响可 以忽略时,如前述,可以直接对(16)式积分得到输出 相位调制函数,将(21)式代入(16)式可得:

$$\Delta \varphi(L_{t},t) = \frac{\Delta \varphi_{0}}{\mu L} \int_{-\infty}^{t} \{ \exp[-(t_{1} - t_{1} - \Delta t)^{2}/\tau^{2}] - \exp[-(t_{1} - t_{1})^{2}/\tau^{2}] \} dt.$$
(23)

其中 $\Delta \varphi_0$ 是当光波与微波的速度完全匹配 ,并且忽略微波衰减时 ,输出相位调制函数的峰值。对(11) 式积分可以算出:

$$\Delta \varphi_0 = \omega \Delta n_0 L/c. \qquad (24)$$

由(23)式的积分可以看出 $\Delta \varphi$ (*L*,*t*)是以(*t* – *t*₁ – $\Delta t/2$)为对称中心的偶函数,半峰值宽度与速度不匹配量 Δt (= μL)有关。假设高斯调制信号的脉冲半宽度为 τ = 30 ps,分别取 L 为 0、0.43 cm、0.87 cm、1.74 cm、2.61 cm ,由(14)式可以算出对应的微波相对于光波的时间延迟 Δt 约为 0、30 ps、60 ps、120 ps、180 ps 即 $\Delta t/\tau$ 等于 0、1、2、4、6。图 2 给出了对应的输出调制相位分布曲线。



Fig. 2 The effect of velocity mismatch on the output modulated phase with no microwave attunation. $\tau = 30$ ps $\Delta t/\tau =$ 0 1 2 3 A 6

由图可见,输出信号仍然是对称的,而输出光波 中的相位调制信号的脉冲宽度相对于输入调制信号 被展宽,同时峰值变低。

从物理意义上分析,在输入端外加调制信号的 前端对载波的调制对应于输出相位调制信号的前 端,而在输出端,外加调制信号的末端对载波的调制 对应于输出相位调制信号的末端,由于微波调制信 号相对于光波(载波)有延迟,所以输出调制信号在 时间上被展宽,调制峰值则会降低。由图2可以看 出,延迟量△t 越大,脉宽越宽,峰值越小。

图 3 给出了输出调制信号的半值宽度 W 随 Δt



Fig. 3 The effect of velocity mismatch on the half-value width of output modulated phase with no microwave attunation. t = 30 ps

的变化曲线,横轴为 $\Delta t/\tau$ 纵轴为 W/τ 。图4是输出 调制信号的峰值 $\Delta \varphi(L,t)_{max}$ 随 Δt 的变化。





3.2 微波衰减的影响

如果考虑到微波衰减的影响,则需要计算(13) 式的积分,首先将脉冲信号(20)式代入(9)式求出 它的傅里叶变换 N(ω_m):

$$N(\omega_{\rm m}) = \frac{\Delta n_0 \tau}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{\omega_{\rm m}^2 \tau^2}{4}\right). \qquad (25)$$

如果取 _{て = 30 ps} ,对应的频谱带宽的量级为几万兆 赫 ,将(25)式和衰减系数公式(20)式代入(13)式 ,可 得高斯信号的输出调制相位函数为:

$$\Delta \varphi(L,t) = \frac{\Delta \varphi_0 \tau}{2\sqrt{\pi}L} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\omega_m^2 \tau^2/4)}{-i\omega_m \mu - \alpha(|\omega_m|)} \{ \exp[i\omega_m(t-t_1 - \Delta t) - \alpha(|\omega_m|)L] - \exp[i\omega_m(t-t_1)] \} d\omega_m.$$

(26)

用数值积分求解(26)式,便可计算出高斯脉冲信号 的输出相位调制函数 $\Delta \varphi(L,t)$,它既包含了速度不 匹配的影响,也包含了微波衰减的影响。

如果微波衰减起主导作用,速度不匹配产生的 影响可以忽略,即取 $\Delta t = 0$ 。图 5 给出了当 $n_0 =$



Fig. 5 The effect of microwave attunation on the peak value of output modulated phase with no velocity mismatch. $\tau = 30 \text{ ps}$, $\alpha_0 = 0 \text{ } 0.2 \text{ } 0.4 \text{ } 0.6 \text{ } 0.8$

 n_m , L = 2.50 cm, $\tau = 30$ ps, α_0 分别取 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 时对应的输出调制相位分布曲线。图中的曲线说明, 当 $\Delta t = 0$, 而且调制范围 L 固定时, 衰减系数越大, 输出信号的峰值越低, 信号的半值宽度则没有明显的变化。

图 6 给出的是当 $\alpha_0 = 0.5$, $\tau = 30$ ps, $n_0 = n_m$, *L* 分别取 0.5 cm、1.5 cm、2.5 cm、3.5 cm 时,对应 的输出调制相位分布曲线。图 6 的曲线表明,调制 区域的长度 *L* 变化时,输出调制信号的峰值也会发 生变化, *L* 越大,峰值越小,而信号的半值宽度仍然 没有明显变化。

另外,从图 5 和图 6 可见,当速度匹配,只有微 波衰减的影响时,输出信号仍然是对称分布的。从 物理上分析,微波衰减必然会造成输出调制信号减 弱,因为微波与光波同步,所以输出调制信号的时间 域分布与外加调制信号同步,不会被展宽,同时保持



Fig.6 The plot of output modulated phase for L = 0.5 cm ,1. 5 cm 2.5 cm ,3.5 cm , with no velocity mismatch and $\alpha_0 = 0.5$, $\tau = 30$ ps

3.3 微波衰减和速度不匹配的共同影响

如果微波衰减和速度不匹配两个因素均不能忽 略,这里将作三个方面的计算与比较:1)当外加调 制高斯信号的脉宽 τ 和衰减系数 α_0 给定,速度不匹 配参数 Δt 变化时,输出信号的变化情况;2)当外加 调制高斯信号的脉宽 τ 和速度不匹配参数 Δt 给定, 衰减系数 α_0 变化时,输出信号的变化情况;3)当衰 减系数 α_0 和速度不匹配参数 Δt 给定,外加高斯信 号的脉宽 τ 变化时,输出信号的变化情况。

图 7 是 $\alpha_0 = 0.5$, $\tau = 30$ ps, $n_o = 2.15$, $n_m = 4.22$, L 分别取 0,0.43 cm, 0.87 cm, 1.31 cm, 1.74 cm, 2.61 cm, 即 $\Delta t/\tau$ 分别等于 0,1,2,3,4,6 时的输出调制相位分布曲线。可见 输出信号除了展 宽和峰值降低之外,对称性也受到影响 Δt 越大,不 对称性越明显。这是因为在输入端外加信号没有衰 减,对光波调制的幅度最强,而在输出端外加调制信号被衰减且相对光波有延迟,造成了输出调制信号 有较强的前端,较弱的末端,而且在时间域被展宽。



Fig.7 The plot of output modulated phase for $\Delta t/\tau = 0$, 1 2 3 A β , with $\alpha_0 = 0.5$, $\tau = 30$ ps

如果给定高斯信号的脉宽 τ = 30 ps ,同时给定 $n_o = 2.15$, $n_m = 4.22$,L 取 2.61 cm ,即 $\Delta t/\tau = 6$, 当 α_0 分别取 0、0.2、0.4、0.6、0.8 时对应的输出调 制相位分布曲线如图 8 所示。衰减系数越大 输出信 号的对称性越差。



Fig. 8 The plot of output modulated phase for $\alpha_0=0.2$, 0.4 0.6 0.8 , with $\Delta t/\tau=6$, $\tau=30~{\rm ps}$

对于给定的行波调制器结构,例如给定 $\alpha_0 =$ 0.5 , $n_o = 2.15$, $n_m = 4.22$,L = 1.52 cm ,当高斯信 号的脉宽 τ 分别取 10 ps、15 ps、20 ps、25 ps、30 ps 时 对应的输出调制相位分布曲线由图 9 给出。图 中的曲线说明,对于给定的参数的调制器,当高斯信 号的脉宽越小时,输出信号的失真度越高。



Fig. 9 The plot of output modulated phase for $\tau = 10$ ps ,15 ps ,20 ps ,25 ps ,30 ps , with $\alpha_0 = 0.5$, $n_o = 2.15$, $n_m = 4.22$,L = 1.52 cm

结论 本文通过理论推导,给出了行波调制器的输 出调制相位的时间域分布函数的求解公式。以高斯 信号为例,定量计算和讨论了速度不匹配及微波衰 减对输出调制信号的影响,并以分布曲线的形式直 观地给出了多种情况下的输出调制相位的时间域分 布。速度不匹配将使信号的半值宽变大,峰值降低; 微波衰减将使信号的峰值降低,但信号的半值宽度 基本不受影响,速度不匹配和微波衰减的共同影响 将使信号展宽、峰值降低、同时对称性也被破坏;另 外对于同样的行波调制器,外加调制信号的脉宽越 小 输出调制信号的失真度越大。这些定量计算的 结果与物理定性分析结果是一致的,可作为实验研 究的参考。本文所给出的分析方法和计算公式具有 普遍性,可用于行波调制制器的其他时间域分析。

Dr. H. F Taylor 在此课题的研究中给予了很大的帮助,对他表示诚挚的感谢。

参考文献

- Becker R A. Travelling-wave electro-optic modulator with maximum bandwidth-length product. Appl. Phys. Lett., 1984, 45(11):158~160
- [2] Hui K W, Chiang K S, Wu B et al.. Electrode optimization for high-speed traveling-wave integrated optic modulators. J. Lightwave Technol., 1998, 16(2):232 ~ 238
- [3] Noguchi K, Kawano K. Proposal for Ti: LiNbO₃ optical modulator with modulation bandwidth of more than

150 GHz. Electron. Lett., 1992, 28(18):1759~1768

- [4] Gopalakrishnan G K ,Bulmer C H , Burns W K et al.. 40 GHz , low half-wave voltage Ti : LiNbO₃ intensity modulator. *Electron*. Lett. , 1992 , 28(9) 826~827
- [5] Boyu W, Guangjun X, Xiaomin J. Travelling wave electrode optimization for high speed electro-optic modulators using the Fourier series method. Inst. Electron. Proc. Opto-electron., 1994, 141 381 ~ 390
- [6] Gee C M, Thurmond G D, Yen H W. Traveling-wave electro-optic modulator. Appl. Opt., 1983, 22(13): 2034 ~ 2037
- [7] Kubota K, Noda J, Mikami O. Traveling wave optical modulator using a directional coupler LiNbO₃, waveguide. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1980, **OE-16**(7):754~760
- [8] Gopalakrishnan G K, Burns W K, McElhanon R W et al.. Performance and modeling of broadband LiNbO₃ traveling wave optical intensity modulators. J. Lightwave Technol., 1994, 12(10):1807~1818

Quantitative Analysis of the Response of Traveling Wave Electrooptic Modulators

Zhou Jing

(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875) (Received 17 April 2000; revised 12 June 2000)

Abstract: An integral expression for the time domain output response of traveling wave (TW) electrooptic phase modulator is derived by using the scalar wave equation and Fourier transform technique. In the case of a Gaussian modulating pulse, the temporal dependence of the output modulated phase amplitude was calcauated. The plots showing the effect of velocity mismatch and microwave attenuation on pulse shape, amplitude, and width was given. The method proposed is generally applicable to the time-domain analysis of TW modulators.

Key words : traveling wave ; modulator ; waveguide