

文章编号 : 0253-2239(2001)09-1093-06

多重光反馈的激光自混合干涉^{*}

禹延光¹⁾ 程 明¹⁾ 强锡富²⁾

(1), 郑州大学电子工程系, 郑州 450052
(2), 哈尔滨工业大学精密仪器专业, 哈尔滨 150001)

摘要 : 对多重光反馈的激光自混合干涉现象进行了实验观察,并基于含复合腔激光器结构,建立了系统模型,模型的仿真结果与实验结果相吻合。研究结果有助于设计高分辨率的位移测量系统。

关键词 : 多重光反馈 ; 自混合干涉 ; 位移测量系统

中图分类号 : TN241 文献标识码 : A

1 引 言

激光自混合干涉效应的起源^[1-3],可以归属为激光器外部光反馈效应。由于光反馈作用的结果可严重地影响激光器的输出特性,所以光反馈对激光系统的影响一直是备受关注的问题。起初,人们总是试图消除光反馈的不利影响,因此研究者特别关注光反馈引起的光噪声、谱线展宽和相干猝灭现象等方面的研究。半导体激光器内的光反馈现象颇为丰富,学者大量研究了激光光谱特性和反馈光水平之间的关系,研究了光反馈对激光器阈值、动态特性、输出功率及系统稳定性的影响。随着研究的深入,又出现了非相干光反馈效应的研究及强光反馈效应的研究,并随之出现主动利用光反馈效应,主要应用在谱线压窄^[4,5]和自混合干涉测量两个领域^[1-3,6-24]。

早在 1963 年,King^[25]等在其实验中发现一个可动外部反射镜引起激光强度波动,类似于传统的双光束干涉现象,即

- 1) 一个条纹移动对应半个光波波长的位移 ;
- 2) 强度波动深度与传统双光束干涉系统相当。

这两个现象奠定了自混合干涉的基础。由此,人们开始探讨该现象产生的物理本质及有效地利用这种现象进行物理量测量的方法。最初构成激光多普勒速度测量仪^[6,7],逐渐又应用于距离^[8-10]、位移^[11,12]的测量。近几年来,自混合干涉技术的研究不断扩展测量领域,如振动测量^[13]、探伤研究^[14]、模

具谱分析^[15]、平面度测量^[16]、形貌测量^[17,18]等,尤其是与大规模集成制造技术结合,利用表面微机械技术,可以使微光学动力系统集成在单片半导体基片上^[19,20],向微型传感器发展。半导体激光自混合干涉技术越来越引起关注,主要是由于系统仅有一个干涉通道,结构简单、紧凑,且系统易准直,解决了传统激光干涉系统尺寸庞大、光路复杂、敏感于准直等问题。

以往的自混合干涉系统研究均在弱光反馈或者适度光反馈(忽略多重反馈)的条件下进行,根据系统所产生的正弦或锯齿形干涉条纹完成测量。近两年,自混合干涉的新现象、新结果不断报道,如利用自混合激光管的散斑效应测速^[21],自混合型相位锁定干涉仪^[22],三电极分布布拉格反射器激光管的自混合干涉特点^[23]等。1996 年,Richard^[24]报道了利用激光器的非准直外腔可以使自混合干涉系统的干涉条纹二倍频,基于这一报道的启发,本文探讨了多重光反馈效应对激光自混合干涉条纹的影响。

本文建立的激光自混合干涉型系统,工作在外腔光反馈较强的状态,多重光反馈效应已很明显。调整外腔面处于不同的倾斜角,可获得条纹二倍频的干涉信号。当插入光衰减器使光反馈水平减弱,则干涉条纹类似以前报道的实验研究结果^[1,2,6,25,26]。该实验不仅重现了已报道过的自混合干涉现象,且观察到非准直外腔时新的干涉现象。这些实验现象用以往的理论模型不能圆满地解释。本文基于含非准直外腔的激光器结构,建立了系统模型,通过模型的数值解详细分析了系统位移干涉条纹的波形,其结果与实验结果相吻合。该模型可作为自混合干涉系统的一般模型,经实验验证,它能

* 国家自然科学基金(59675077)资助课题。

收稿日期 :2000-06-15 ;收到修改稿日期 :2000-08-21

描述弱光及适度光反馈下和多重光反馈下自混合干涉条纹形状。该结论对激光自混合干涉型位移测量传感器的设计有指导意义。

2 实 验

基于多重光反馈效应的激光自混合干涉型系统如图 1 所示。系统由激光管 LD(Sharp LT022MDO 型, 波长为 780 nm, $I_{th} = 49$ mA)、自聚焦透镜 L、可调衰减器 A、被测物扬声器 T 组成。扬声器中心粘贴反射率很高的材料。激光器的前腔面与扬声器表面形成激光器的外腔。激光管发射光束经自聚焦透镜准直后, 照射在扬声器表面, 被反射后, 一部分光又反馈回激光器内腔。扬声器的振动引起外腔相位的波动, 从而使激光器输出光强度发生波动, 波动的光强携带扬声器的振动信息。封装在激光管后面的探测器 PD 用来监测激光器的输出能, 其光电流经电流/电压转换电路、交流放大电路、二阶有源低通滤波电路后, 送入 HP54645D 型数字存储示波器, 该示波器可记录 16 条踪迹, 配用测量模块后, 直接将记忆波形传送到计算机供波形分析。

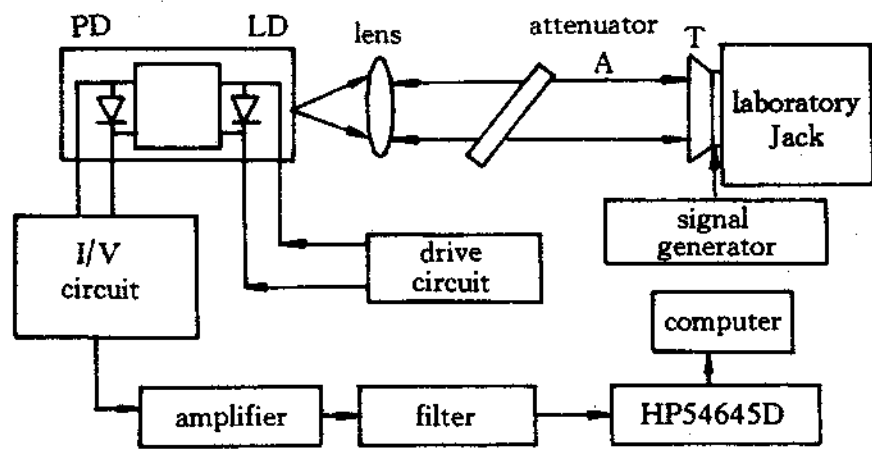


Fig. 1 The self-mixing interference system with multi-feedback

自聚焦透镜与激光管组装在一个管座内构成传感头, 将其固定在一个光学调整架上, 表面贴有高反射率材料的扬声器固定在一个六自由度的光学调整架上。外腔长约 6 cm。激光器驱动电路提供给激光器 50 mA 的工作电流。调整系统光路, 使反馈光能耦合到激光器内腔; 信号发生器提供一个正弦信号至扬声器线圈, 调整光衰减器, 使系统处于较低的光反馈水平, 用示波器观察波形, 很容易得到锯齿波形干涉信号和正弦波形干涉信号。该实验结果曾在文献[27,28]作过报道。调整光反馈水平为较强状态, 信号发生器提供一个幅值为 778.5 mV、频率为 18.55 Hz 的正弦信号至扬声器线圈, 调整外腔处于不同的倾斜角, 用示波器记录 5 条对应的典型干涉条纹, 如图 2 所示。图 2 中干涉条纹可分为三类; 第

一类, 干涉条纹为锯齿波形(如踪迹 1、5); 第二类, 干涉条纹的波峰或波谷分叉(如踪迹 2、4); 第三类, 干涉条纹的波峰和波谷同时分叉(如踪迹 3)。第一类信号可根据锯齿倾斜方向识别位移方向。第二类信号经仔细调整扬声器的倾斜角, 可使干涉条纹出现二倍频现象, 如图 3 所示, 踪迹 A_1 是踪迹 A_2 的条纹二倍频信号。第三类信号, 经过后级的信号处理, 可使位移分辨率较大提高。

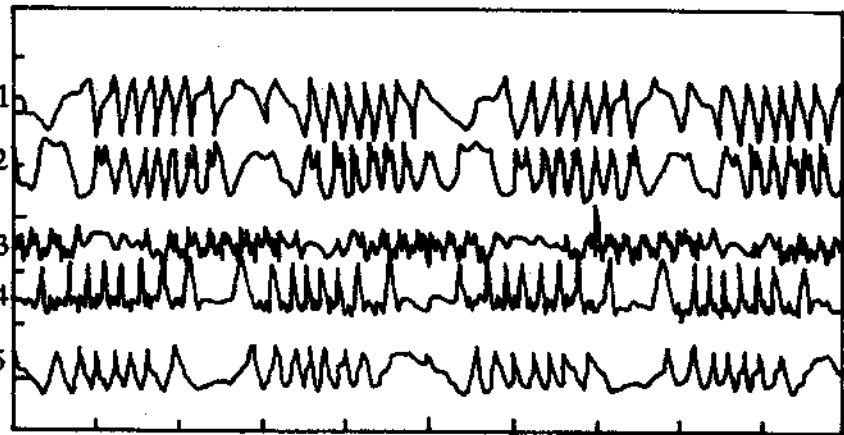


Fig. 2 Typical interference signal with asymmetric external cavity

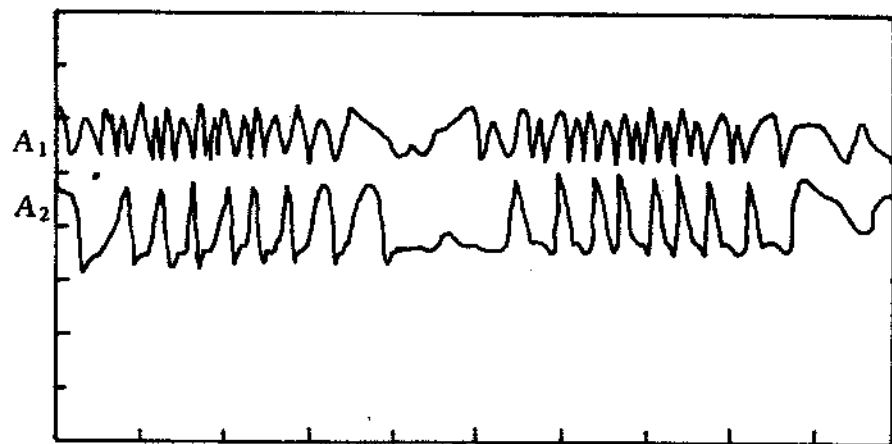


Fig. 3 Double frequency fringe phenomenon

3 理论分析

先推导忽略多重光反馈的复合腔激光系统的激光。当外腔长度小于单管激光相干长度的一半时, 考虑相干反馈光的影响, 应该对复合腔内场的边界值问题进行求解。为简化分析, 仅考虑一维激光模型结构, 如图 4 为外腔半导体激光器原理图。图中 E_I 、 E_{II} 、 E_{III} 分别表示三个不同区域的横向电场。 n_c 为激光介质折射率, l_D 为激光器内腔长, r_1 、 r_2 、 r_3 分别表示激光器内腔左面、右面和外腔面幅值反射率(通常 $r_1 = r_2 = 0.565$), x 为光场横向坐标。

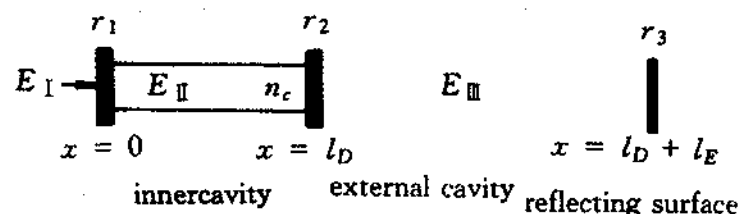


Fig. 4 Schematic of the external-cavity semiconductor laser
假定模型的三个有关区域横向电场为

$$\begin{aligned}
 E_{\text{I}} &= E_{\text{I}}^- \exp(-ikx) & x \leq 0, \\
 E_{\text{II}} &= E_{\text{II}}^+ \exp\{in_c k + (g - \alpha_{\text{in}})2x\} + E_{\text{II}}^- \exp\{-[in_c k + (g - \alpha_{\text{in}})2x]\} & 0 \leq x \leq l_{\text{D}}, \\
 E_{\text{III}} &= E_{\text{III}}^+ \exp(ikx) + E_{\text{III}}^- \exp(-ikx) & l_{\text{D}} \leq x \leq l_{\text{D}} + l_{\text{E}},
 \end{aligned}$$

其中 E_i^+ 表示光场的后向分量 ($i = 1, 2, 3$); E_i^- 表示光场的前向分量 ($i = 1, 2, 3$); k 为光波在空气中传播波矢; g 为激光介质的增益系数, α_{in} 为激光介质的吸收系数。

整个光场及其导数在介质界面 ($x = 0$ 和 $x = l_{\text{D}}$) 必须是连续的, 且场的前向和后向分量通过腔面反射面 r_1, r_2, r_3 相关联, 于是可以导出其特征方程的形式为

$$\exp\{[g - \alpha_{\text{in}}]l_{\text{D}}\} = \frac{1 + r_2 r_3 \exp(i\phi_0)}{r_2 \exp(i\phi_1) [r_2 + r_3 \exp(i\phi_0)]} \quad (1)$$

其中,

$$\phi_0 = 2kl_{\text{E}}, \quad \phi_1 = 2n_c kl_{\text{D}}.$$

令

$$\tau = 2l_{\text{E}}/c, \quad \tau_0 = 2n_c l_{\text{D}}/c,$$

这里 c 为真空中光束, 则有

$$\phi_0 = \omega\tau, \quad \phi_1 = \omega\tau_0, \quad (2)$$

这里 ω 为激光角频率, 令

$$r_{\text{eff}} = \frac{r_2 + r_3 \exp(i\phi_0)}{1 + r_2 r_3 \exp(i\phi_0)}. \quad (3)$$

则(1)式可以写为

$$r_1 r_{\text{eff}} \exp\{[g - \alpha_{\text{in}}]l_{\text{D}}\} \exp(i\omega\tau_0) = 1. \quad (4)$$

(4)式为忽略多重反馈的复合腔激光系统的激发条件, 称 r_{eff} 为含外腔的等效复数反射率。

当反馈水平较高时, 多重反馈及外腔的非准直度都不能忽略。非准直外腔下多重反馈效应的原理示意如图 5 所示。

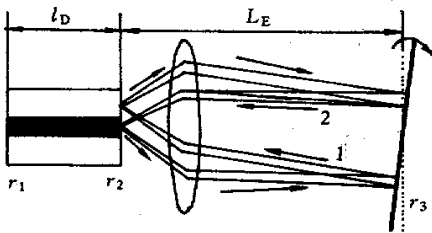


Fig. 5 Schematic illustration of odd-order (beams 1) and even-order (beams 2) round trip beam contributions to optical feedback in an asymmetric external cavity laser^[26]

在非对称外腔激光系统中有两个主要成分耦合进激光器内腔: 一个是角度敏感成分, 来自于单次往

返光束的衍射; 一个是慢变成分, 来自于二次往返光束被激光腔面的耦合。更高阶的往返光束以同样方式作用。即所有奇次往返光束是角度敏感的, 所有偶次往返光束是慢变的。图 5 中“1”和“2”往返光束分别代表奇次阶和偶次阶往返光束的代数和。

当外腔面倾斜角较小时, 等效幅值反射率可用(5)式表示^[25], 考虑三重反射时有:

$$\begin{aligned}
 r_{\text{eff}} &= r_2 - \frac{r_{31} \exp(i\omega\tau)}{1 - [r_2 r_3 \exp(i\omega\tau)]} - \\
 &\quad \frac{r_{32} \exp(i2\omega\tau)}{1 - [r_2 r_3 \exp(i\omega\tau)]} - \\
 &\quad \frac{r_{33} \exp(i3\omega\tau)}{1 - [r_2 r_3 \exp(i\omega\tau)]}, \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中,

$$r_{31} = (1 - r_2^2) r_3 f \frac{\sin(\theta_1 \pi)}{\theta_1 \pi},$$

$$r_{32} = (1 - r_2^2) r_2 r_3^2 f,$$

$$r_{33} = (1 - r_2^2) r_2^2 r_3^3 f \frac{\sin(\theta_1 \pi)}{\theta_1 \pi},$$

这里 τ 为光在外腔的往返时间, f 为外腔准直时, 内外腔耦合效率, θ_1 为相对于衍射图样的第一个暗条纹对应角度的归一化倾斜角, 约为 $100 \mu\text{rad}$, 研究范围设定在 $\theta_1 \leq 1$ 。令

$$r_{\text{eff}} = \exp(G + i\phi), \quad (6)$$

代入(4)式, 分离等式中的实部和虚部, 则得

$$r_1 \exp\{G + (g - \alpha_{\text{in}})l_{\text{D}}\} = 1, \quad (7)$$

$$\phi + \omega\tau_0 = 2\pi p, \quad p \text{ 为正整数}. \quad (8)$$

由(7)式得

$$(g - \alpha_{\text{in}})l_{\text{D}} + \ln r_1 = -G. \quad (9)$$

无光反馈时, $\phi = 0$, 激光器激发频率由内腔参数确定, 记作 ω_0 , 由(8)式得

$$\tau_0 = 2\pi p / \omega_0.$$

故(8)式可写成

$$p(\omega_0 - \omega) = (\omega_0 / 2\pi)\phi.$$

若只考虑基模, 取 $p = 1$, 则

$$\Delta\omega = (\omega_0 / 2\pi)\phi. \quad (10)$$

由(9)式和(10)式看出, 当外腔长变化时, 根据以上推导过程, 光反馈的影响可描述为

$$\tau \rightarrow r_{\text{eff}} \rightarrow \begin{cases} G \rightarrow g, \\ \phi \rightarrow \Delta\omega. \end{cases}$$

因此可以说 (9) 式描述了激光器阈值随外腔长及激光频率的变化规律 (10) 式描述了激光频率随外腔长度变化规律。为了便于求数值解, 令阈值等效量、反馈光相位和中间变量分别为:

$$\left. \begin{aligned} y &= (g - \alpha_{\text{in}}) l_D + \ln r_1, \\ x &= \omega_0 \tau, \\ m &= \omega \tau. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将 (11) 式代入 (5) 式得

$$r_{\text{eff}} = r_2 - \frac{r_{31} \exp(i m)}{1 - [r_2 r_3 \exp(i m)]^2} - \frac{r_{32} \exp(i 2 m)}{1 - [r_2 r_3 \exp(i m)]^2} - \frac{r_{33} \exp(i 3 m)}{1 - [r_2 r_3 \exp(i m)]^2}.$$

为了更精确地表示光反馈的实际情况, 角度敏感分量的相位也应与角度有关, 引入参数 $a = 2\pi\theta_1$, 将上式修改为

$$r_{\text{eff}} = r_2 - \frac{r_{31} \exp[i(m + a)]}{1 - [r_2 r_3 \exp(i m)]^2} - \frac{r_{32} \exp[i(2 m)]}{1 - [r_2 r_3 \exp(i m)]^2} - \frac{r_{33} \exp[i3(m + a) + a]}{1 - [r_2 r_3 \exp(i m)]^2}. \quad (12)$$

将 (12) 式代入 (9) 式、(10) 式得

$$y = -G(m), \quad x - m = A\phi(m), \quad (13)$$

其中 $A = x/2\pi$, 因 $x/2\pi = l_E/(n_c l_D)$, 当外腔位移 Δl_E 与初始外腔长 l_E 之比远远小于 1 时, 可认为 A 为常数。以 x 为自变量, y 为因变量, 由 (13) 式的数值解作阈值等效量 y 随反馈光相位 x 的变化关系图形, 如图 6 所示。

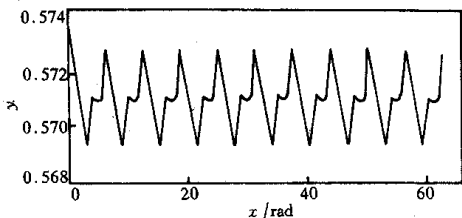


Fig. 6 Relationship of y and x

图中 x 取值为 $0 \sim 20\pi$, 对应参数取值为 $A = 50, r_2 = 0.565, r_3 = 0.9, f = 0.001, \theta_1 = 0.2$ 。由线性变换 (11) 式知, $y-x$ 图形可描述激光强度随外腔变化而变化的规律。(13) 式为自混合干涉系统的一般模型。

由数值仿真知, y 是 x 的周期函数, 周期为 2π 。

由 (11) 式知, $x = 2\pi$ 时, $\omega_0 \tau = 2\pi$, 即

$$2\pi \frac{c}{\lambda_D} \frac{2l_E}{c} = 2\pi,$$

这里 c 为真空中的光速, 则

$$l_E = \lambda_0/2.$$

因此, 光强波动一个周期时, 对应外腔移动半个光波波长。

当外腔以余弦规律振动时, 假设 $x = 8\pi \cos t$ (这里 t 为时间变量) 相当于 l_E 变化 $2\lambda_0$ 。若取 $A = 50, r_1 = r_2 = 0.565, r_3 = 0.9, f = 0.001$, 分别对应不同的 θ_1 时, 得到一组 $y-t$ 的数值解, 即干涉条纹的数值仿真, 如图 7 所示。图 7(a) 仿真图形中, 干涉条纹 1、2、3、4 对应的参数分别为: $\theta_1 = 3/8, 2/4, 3/4, 1/8$ 。显然, 与实验波形图 2 中踪迹 1、2、4、5 对应。图 7(b) 仿真图形中, 干涉条纹 1 对应外腔面反射率较小时 (系统等效为弱光反馈下的自混合干涉), 其干涉条纹为正弦波形, 相应参数为 $r_3 = 0.2$,

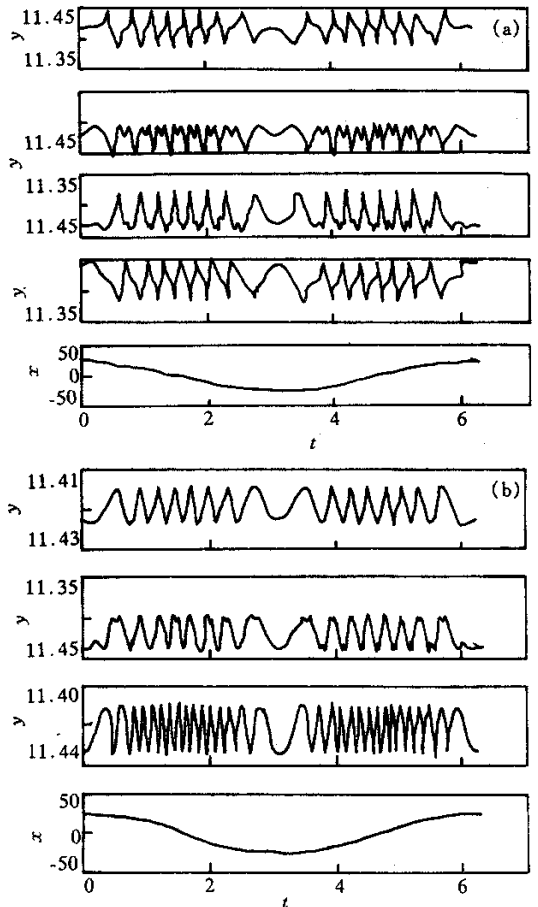


Fig. 7 Numerical simulation of the self-mixing interference fringes (x : feedback phase; y : threshold equivalence)

θ_1 为任意值,与实验波形 3 相对应;干涉条纹 2 相应参数 r_{32} 很小, r_{33} 增强,出现波峰和波谷同时分叉现象,与实验波形图 2 中踪迹 3 对应;干涉条纹 3 相应参数为 $\theta_1 = 1$,此时干涉信号出现倍频现象,与实验波形图 3 中踪迹 A_1 对应。

结论 多重光反馈下自混合干涉条纹特点有:

1) 由仿真图形图 6 可见,反馈相位 x 变化 20π 时对应阈值等效量 y 变化 10 个条纹,所以,一个干涉条纹对应反馈光相位变化 2π ,即一个条纹对应外腔变化半个光波波长。与弱光反馈水平下条纹分辨率相同。

2) 多重光反馈下也可以得到类锯齿波形,其波形比弱光反馈水平下锯齿波形频谱复杂,但同样包含位移信息,可直接用于方向辨识。

3) 一定倾斜角的外腔可产生倍频干涉信号,条纹分辨率是弱光反馈水平下条纹分辨率的二倍。

4) 根据第三类干涉信号的特点,经后期信号处理,可以得到更高的位移测量分辨率。

5) 若忽略多重反馈,系统模型简化结果相同于弱光反馈水平下的模型(该模型参见文献 [12, 29]),因此该模型更具普遍意义。

参 考 文 献

- [1] Shimizu E T. Directional discrimination in the self-mixing type laser Doppler velocimeter. *Appl. Opt.*, 1987, **26** (2):4541 ~ 4544
- [2] Wang W M, Grattan K T V, Palmer A W *et al.*. Self-mixing interference inside a single mode diode laser for optical sensing applications. *IEEE J. Light Wave Technology*, 1994, **12** (9):1577 ~ 1587
- [3] Wang W M, Boyle W J O, Grattan K T V *et al.*. Self-mixing interference in a diode laser: Experimental observations and theoretical analysis. *Appl. Opt.*, 1993, **32** (9):1551 ~ 1558
- [4] Henry C H. Theory of the linewidth of semiconductor lasers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1982, **QE-18** (2):259 ~ 263
- [5] Agrawal G P. Line narrowing in a single-mode injection laser due to external optical feedback. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1984, **QE-20** (5):468 ~ 471
- [6] Churnside J H. Laser Doppler velocimetry by modulating a CO₂ laser with back scattered light. *Appl. Opt.*, 1984, **23** (1):61 ~ 65
- [7] Shinohara S. Laser Doppler velocimeter using the self-mixing effect of a semiconductor laser diode. *Appl. Opt.*, 1986, **25** (9):1417 ~ 1419
- [8] Kato J, Yamato J. Non-contact optical probing sensor applying optical feedback effects in laser diodes. *Meas. Sci. Technol.*, 1991, **3** (4):146 ~ 153
- [9] Kato J, Kikuchi N. Optical feedback displacement sensor using a laser diode and its performance improvement. *Meas. Sci. Technol.*, 1995, **6** (1):45 ~ 52
- [10] Shinohara H S. Compact and high-precision range finder with wide dynamic range and its application. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 1992, **41** (1):40 ~ 44
- [11] Merlo S, Donati S. Reconstruction of displacement waveforms with a single-channel laser-diode feedback interferometer. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1997, **QE-33** (4):527 ~ 531
- [12] Donati S, Giuliani G. Laser diode feedback interferometer for measurement of displacements without ambiguity. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1995, **QE-31** (1):113 ~ 119
- [13] Roos P A, Stephens M, Wieman C E. Laser vibrometer based on optical feedback-induced frequency modulation of a single-mode laser diode. *Appl. Opt.*, 1996, **35** (34):6754 ~ 6761
- [14] Servagent N, Bosch T, Lescure M. A laser displacement sensor using the self-mixing effect for modal analysis and defect detection. *IEEE Trans. Instrum. and Meas.*, 1997, **46** (4):847 ~ 850
- [15] Bosch T, Servagent N. A displacement sensor for spectrum analysis using the optical feedback in a single-mode laser diode. *IEEE Instr. and Meas. Tech. Conference*, 1997, May 19 ~ 21. 870 ~ 873
- [16] 小野田岳志, 伦弘. 半导体レーザーへのリ光を利用した合成口顕微法. *光学*, 1996, **25** (6):323 ~ 328
- [17] Suzuki T, Sasaki O, Maruyama T. Phase-locked laser diode interferometer for surface profile measurement. *Appl. Opt.*, 1989, **28** (20):4407 ~ 4410
- [18] Bosch T, Servagent N, Chellali R *et al.*. Three-dimensional object construction using a self-mixing type scanning laser range finder. *IEEE Trans. Instrum. and Meas.*, 1998, **47** (5):1326 ~ 1329
- [19] Hauptmann M A, Grattan K T V, Palmer A W *et al.*. Silicon resonator sensor systems using self-mixing interferometry. *Sensors and Actuators (A)*, 1996, **55**:71 ~ 77
- [20] Ukita H, Uenishi Y, Tanaka H. A photomicrodynamic system with a mechanical resonator monolithically integrated with laser diode on gallium arsenide. *Science*, 1993, **260** (5109):786 ~ 788
- [21] Shibata T, Shinohara S. Laser speckle velocimeter using self-mixing laser diode. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 1996, **45** (2):499 ~ 503
- [22] Suzuki T, Muto T, Sasaki O *et al.*. Self-mixing type of phase-locked laser diode interferometer. *Appl. Opt.*, 1999, **38** (3):543 ~ 548
- [23] Mourat G, Servagent N, Bosch T. Distance measurement using the self-mixing effect in a three-electrode distributed Bragg reflector laser diode. *Opt. Engng.*, 2000, **39** (3):738 ~ 743
- [24] Addy R C, Palmer A W. Effects of external reflector alignment in sensing applications of optical feedback in laser diode. *J. Lightwave Technology*, 1996, **14** (12):

2672 ~ 2676

- [25] King P G R , Steward G J. Metrology with an optical master. *Rev. Sci.* ,1963 ,**17** :180 ~ 182
- [26] Seo D , Park J , Mcinerney J G *et al.*. Multiple feedback effects in asymmetric external cavity semiconductor lasers. *IEEE J. Quant. Electron.* ,1989 ,**QE-25**(11) 2229 ~ 2237
- [27] Yu Yanguang , Qiang Xifu. The correct interpretation

about a phenomenon of the self-mixing interference in semiconductor laser. *Chinese J. Laser (B)* ,2000 ,**9**(1) : 24 ~ 29

- [28] 禹延光 强锡富. 差动型激光自混合干涉式位移测量系统. *光学学报* ,1999 ,**19**(9) :1269 ~ 1273
- [29] 禹延光. 激光自混合干涉理论及其位移测量方法的研究. 哈尔滨工业大学工学博士学位论文 ,2000. 31 ~ 32

Self-Mixing Interference Effects in a Laser Diode with Multiple Optical Feedback

Yu Yanguang¹⁾ Cheng Ming¹⁾ Qiang Xifu²⁾

(1) , *Electronic Engineering Department , Zhengzhou University , Zhengzhou 450052*)
 (2) , *Precision Instrument Speciality , Harbin Institute of Technology , Harbin 150001*)

(Received 15 June 2000 ; revised 21 August 2000)

Abstract : The self-mixing interference effects in a laser diode with multiple optical feedback are studied. The system model is established based on the compound cavity effect in lasers. The numerical analysis of the model is accordant with experimental results. The results contribute to the theory of self-mixing interference and to the designing of a displacement measurement system with high resolution.

key words : multiple optical feedback ; self-mixing interference ; displacement measurement system