文章编号:0253-2239(2001)09-1079-05

相位板衍射图样处理方法的研究

李 直 赵 洋 李达成

(清华大学精密仪器与机械学系 精密测试技术及仪器国家重点实验室,北京 100084)

摘要: 分析了准直激光束照明条件下,相位板中心偏离准直光束中心对衍射图样的影响,并给出了数值仿真结 果,提出了一种基于多层前馈神经网络的相位板衍射图样处理方法,相对于传统的最小二乘曲线拟合处理方法而 言,精度大为提高。该方法并能适用于包括无衍射光束等复杂图样的细分处理,从而为进一步提高大尺度准直精 度奠定了基础。

关键词: 准直技术;相位板;图像处理;衍射图样;神经网络中图分类号:0436.1 文献标识码:A

1 引 言

高精度准直技术是大型工件几何量测量,包括 工件的形状与位置误差、几何参数等测量的基础。 在形形色色的准直方案中,激光光纤准直技术是一 项成熟而且应用较为广泛的准直技术,在其基础上 组建的测量系统多种多样。大型工件平行度垂直度 测量仪^[1]即是典型一例:该仪器以激光光纤准直仪 提供的准直激光束为测量基线,配合回转轴系,旋转 其光轴与回转轴重合的五角棱镜,即可扫出互相平 行或垂直的基准平面,从而实现对大型工件的形位 误差测量。

早期的激光光纤准直技术,其准直基线是光斑 能量分布中心的连线,用位敏光电器件或 CCD 作为 探测器检测光强中心,即可同时实现二维测量。为 进一步提高准直精度,可在准直系统中引入波带片、 相位板、双缝等元件,以这些元件所产生的干涉或衍 射条纹的空间连线作为基准。相位板由于其制作简 单、使用方便而在实际测量系统中得到广泛应用。 随着 CCD 探测器在测量系统中的普及,相位板衍射 图样一般采用 CCD 探测,并经图像采集卡数字化后 传入微机,而后应用最小二乘曲线拟合法对其进行 细分,以提高分辨率。目前结合相位板的半导体激 光光纤准直系统的 3 米稳定性可达 2.29µm/3 h^[2]。

但在实际应用中发现,当相位板中心与准直激 光的光强中心不重合时,测量系统的示值误差明显 以至于不能忽略。例如对前述大型工件平行度垂直 度测量仪,当基准准直光束与回转轴线平行但不重

收稿日期 2000-05-22; 收到修改稿日期 2000-08-02

合时,旋转五角棱镜,即会产生准直光束相对于相位 板中心有横向跳动的现象,此时测量系统显示出明 显测量误差。这一现象促使我们定量地研究了准直 激光照明条件下相位板横移对衍射图样的影响。结 果表明,传统的最小二乘曲线拟合细分法不适用于 这类衍射图样的细分。由此提出了基于神经网络的 相位板衍射图样处理方法。实验证明,本文提出的 方法较之传统的曲线拟合细分法,极大地提高了系 统的测量精度。

2 准直激光照明条件下相位板横向位 移对衍射图样的影响

单模光纤准直系统的出射光是振幅呈中心对称 的贝塞尔分布的平面波,其近场分布与高斯函数十 分相近。为方便分析,以下直接取准直激光为高斯 光束。设入射高斯光束的波前为

$$U(x, y) = A \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right)$$
,

其中 σ 为光束的" $1/e^2$ "半径,相位板的透射函数为 $T(x - \Delta_1, y - \Delta_2), \Delta_1, \Delta_2$ 为相位板相对于高斯光 束的横向(x-y 面内)位移。则当光束透射相位板后, 其波前可由菲涅耳衍射公式得到^[3]:

$$U(x,y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \times$$

$$\iint U(x_1,y_1)T(x_1 - \Delta_1,y_1 - \Delta_2) \times$$

$$\exp\left\{i\frac{k}{2z}[(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2]\right\} \operatorname{d} x_1 \operatorname{d} y_1,$$

对应的光强分布为

(1)

则

式中

K

$$T(x',y') = \begin{cases} 1 & 0 < x' < \infty, & -\infty < y' < \infty, \\ \exp(-i\pi) & -\infty < x' < 0, & -\infty < y' < \infty. \end{cases}$$
(3)

$$U(x, y) = AC(y) \int [f(x_1, x, \Delta_1) - f(-x_1, x, \Delta_1)] dx_1, \qquad (4)$$

$$f(x_1 ; x ; \Delta_1) = \exp \left[-\frac{(x_1 + \Delta_1)^2}{\sigma^2} \right] \exp \left[i \frac{k}{2z} (x_1 + \Delta_1 - x)^2 \right]$$

由于我们事实上不关心 y 方向的衍射光强分 布,这里不再给出 C(y)的表达式。图 1 给出了 $y = y_0(|y_0| < \sigma)$ 处的光强分布,由图可见,由于 $|\Delta_1| > 0$,使得衍射图样不对称。



Fig.1 Intensity distribution curve of Gauss beam diffracted by phase plane for $|\Delta_1| > 0$

下面进一步分析衍射图样主暗线 x_0 随 Δ_1 的 变化情况。由(4)式 , $y = y_0$, x_0 不变 因此以下只考 察 y = 0处的衍射图样 ,并记 $u(x) = U(x \Omega)$, $i(x) = I(x \Omega)$ 。由(4)式可见 ,当 $\sigma \rightarrow \infty$ 时 ,

 $U(x,y) \rightarrow$

工旦右

AC(y) { *F*($x = \Delta_1$) = *F*[-($x = \Delta_1$)] }, (5) *F*(·)为菲涅耳积分。从而 *I*(Δ_1 , *y*)→ Q((5)式中常 数已合并入 *A*中] 这说明分析相位板的位移量 Δ_1 对衍射条纹的影响时需考虑准直激光束口径的作 用。为此 引入新变量

$$s = \Delta_1 / \sigma , \qquad (6)$$

 $x ; s , \sigma$]] d x_1 , (7)

$$J = H$$

$$u(x; s, \sigma) =$$

$$A \int_{0}^{\infty} [\varphi(x_{1}, x; s, \sigma) - \varphi(-x_{1}, \sigma)] =$$

$$\exp\left[-\left(\frac{x_1}{\sigma^2}+s\right)\right]\exp\left[i\frac{k}{2z}(x_1+s\sigma-x^2)\right],$$

A 中合并了推导过程中得到的常数项。把(7)式代 入(2)式并求导,可得

$$\frac{\mathrm{d}i(s\ is\ \sigma)}{\mathrm{d}x} = 2\frac{\mathrm{d}|u(x\ is\ \sigma)|^2}{\mathrm{d}x}, \quad (8)$$

显然 ,令(8)式恒等于零 ,而直接求 x_0 的解析解是 困难的。因此 ,这里应用数值算法求得 x_0 的数值解 (以下仿真中取 z = 3.0 m)。图 2 给出了主暗线中心 x_0 相对于 Δ_1 的偏差 $\delta x_0 = \Delta_1 - x_0$ 随 ($s \sigma$)的变 化曲线。图 3 给出了 $|\delta x_0| \leq 1$ 条件下 ,s 的取值范围 (图中阴影部分)与 σ 的关系曲线。



Fig. 2 The relationship between δx_0 and (s, σ)



Fig.3 The proper s with σ for $\delta |x_0| \leq 1 \mu m$ 由图 2 可见,在相同的 s 条件下 δx_0 随着准直 光束半径 σ 的增大而显著地减小。通常在大尺度准 直系统中,考虑到空气湍流的影响,一般取 σ 为 $4 \times 10^{-3} \text{ m} \sim 5 \times 10^{-3} \text{ m}^{[4]}$,因此当|s| < 0.5,即 $|\Delta_1| < 2.0 \times 10^{-3}$ 时, $|\delta x_0|$ 应小于 1 μ m。

以上分析虽然只针对一维相位板[由(3)式定 义)衍射情况,但显然同样适用于二维情况。但是当 使用最小二乘曲线拟合细分法处理图样时, δx_0 远 大于 1 μ m 量级。

3 相位板衍射图样的传统处理方法

相位板衍射图样经 CCD 采样后转化为一组离 散灰度数据。通常由于 CCD 的像素尺寸远大于 1 µm(一般为 10 µm 量级),为提高精度,常常希望 对其进行细分。灰度图像的细分可以有两种方法, 即插值法和曲线拟合^[5]。然而由于噪声的存在,如 大尺度准直中常遇到的空气湍流的影响、CCD 的量 化噪声等,实际应用中一般选择曲线拟合方法进行 细分。

设在某时刻 CCD 采得一幅相位板的衍射图样, 得到主极小(暗线)附近(左右两峰之间)的一组灰度 数据^[6]

$$\varphi(x) = \sum_{j=0}^{n} p_j x^j = \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{\Phi}(x), \quad (9)$$

式中

 $P = [p_0 p_1 \dots p_m], \quad \Phi(x) = [1x \dots x^n],$ 则在最小二乘拟合优度条件下,有

$$P = Y \cdot B^{\dagger} \cdot (B \cdot B^{\dagger})^{-1} , \qquad (10)$$

式中

 $\boldsymbol{B} = [\boldsymbol{\Phi}(x_0) \boldsymbol{\Phi}(x_1) \dots \boldsymbol{\Phi}(x_m)].$

由于相位板衍射图样的主谷(主极小左右两峰 之间区域)开口随准直距离增加而增大,为避免 (10)式右端奇异,一般取 *n* = 2。此时经拟合得到的 主暗线的位置 *x*′₀为:

$$x'_0 = -\frac{p_1}{p_2}.$$

图 4、图 5 给出了在 n = 4 时,应用最小二乘曲 线拟合方法细分 CCD 采得相位板衍射图样的仿真 结果,其中图 4 给出了应用最小二乘曲线拟合法计 算得到的暗线中心 x'_0 ,图 5 给出了对应的误差 $\delta x'_0$ $= x'_0 - x_0$ 。由图可见,随 |s| 增大,细分误差 $|\delta x'_0|$ 增大。这说明随 |s| 增加,主谷内的图像已不 适合用如(9) 式所示的线性模型来描述。为此本文 提出了基于神经网络的相位板衍射图样处理方法。



Fig. 4 x_0 predicted by polynomial curve fitting method



Fig. 5 x_0 predicted error by polynomial curve fitting method

4 基于神经网络的相位板衍射图样处 理方法

人工神经网络方法由于其所具有的自适应学 习、万能逼近和并行处理等优越特性,很适合求解复 杂非线性函数逼近问题,此外,它还具有很强的容错 性和鲁棒性,能够进行联想、综合和推广^[7]。

如前所述,随|s|增加,衍射图样主暗线附近图 像的非线性程度增加,而且由(7)式可知,i(x)的表 达式复杂,难于将其转化为线性模型以利于最小二 乘曲线拟合法处理。但由图 1 可见,尽管不能给出 (4)式及(8)式的解析解,u(x)及i(x)显然连续可 导。由 Kolmogorov 定理^[7],对任一连续函数 $f: U^n$ → R^m ,f(x) = Y,f 可以精确地用一个三层前向网 络实现^[7]。据此,构造具有单隐层的前向神经网络

y = *NN*(*x*,ν,*w*), (11) 来逼近 (*x*),其中 ν、*w* 为网络权值。该网络的隐层 神经元输出为

$$h_j = o(\mathbf{v}_j^{\mathrm{t}} \cdot \mathbf{l}), \qquad (12)$$

其中, $d(\cdot)$ 为 sifmoid 函数, $v_j = [v_{j,0} \ v_{j,1}]$, $l = [1 \ x]$;输出层神经元输出为

$$y = w^{t} \cdot h , \qquad (13)$$



网络学习算法采用 Levenberg-Marquardt 算法^[7],L-M 算法是梯度下降法与高斯-牛顿法的结合 既有高斯-牛顿法的局部收敛性,又有梯度法的 全局特性。考虑到前向神经网络的学习理论已经十 分成熟,这里不再详细介绍。

为求主暗线位置,对(11)式求导,有

$$\frac{dy}{dx} = \sum_{i=1}^{n_h} w_i o(1 + o) v_{j,1}.$$
 (14)

令(14)式恒等于 0 成用牛顿迭代法求解 即可得到 主暗线位置 x'_{0} 。图 6 给出了应用这种方法细分 CCD 采得相位板衍射图样的仿真结果 x'_{0} ,及其误 差 $\delta x_{0} = x'_{0} - x_{0}$ 。由图可见 std($\delta x'_{0}$) < 0.32 μ m。



Fig.6 (a) x_0 predicted by neural network ;(b) x_0 predicted error by neural network

5 实验及结论

为充分说明问题,在如图 7 所示的实验系统中, 半导体激光器发出的激光经光纤准直系统准直后, 其 $1/e^2$ 半径为 0.75 mm,相位板垂直于光束传播方 向发生位移 Δ_1 ,CCD 接收衍射图样,经图像采集卡 送入计算机内进行处理。为减小空气扰动对测量结 果的影响,取 L = 400 mm。图 8 给出分别采用传统





最小二乘曲线拟合法和基于神经网络的衍射图样细 分法处理结果:其中图 & a)绘出了应用两种方法测 得的相位板位移量 图中横坐标为测点序号 *i*,在相 邻测点相位板发生位移 50 μ m,纵坐标为分别采用 前述两种方法计算得到的相位板衍射图样主暗线在 CCD 上的位置 x_0 ;图 & b)给出了这两种方法分别 测得的 $x_0 - \Delta_1$,其中横坐标为测点序号 *i*,纵坐标 为 $x_{0,j} - \Delta_{1,i} - x_{0,0}$ 。由图 8 可见,当相位板中心处 于准直激光束中心附近 $|s| \rightarrow 0$,如图 8 (a)中测点 *i* = 11 附近]时,两种方法的测量结果比较接近,而当 相位板远离准直激光束中心 $|s| \rightarrow 1$ 时,应用传统曲 线拟合方法得到的测量结果与神经网络方法有较大 偏差,达 65.4 μ m(在测点 *i* = 0 处)。由引可知,采 用前面所介绍的基于神经网络的衍射图样细分法,



Fig.8 (a) x_0 measured by two methods ;(b)($x_0 - \Delta_1$) measured by two methods

较之传统细分方法 较大地提高了系统的准直精度。

近年来,无衍射光束开始在实际工程项目中投入使用^[9]。较之传统衍射条纹准直技术,无衍射光 束由于其光斑图样能够在较长距离内保持不变而具 有较高的潜在准直精度。但是截至目前,可实际应 用的无衍射光束一般为零阶/准零阶贝塞尔函数光 束,其波前形状复杂。根据经验,为达到较高的准直 精度,一般应避免直接采用光束的光强中心峰值作 为准直基准,而采用光斑图样的暗(环)线作为准直 基准。此时,考虑到神经网络的特点,模型(11)式具 有普适性,本文所提出的基于神经网络的衍射图样 细分法将更能体现出优越性。

参考文献

[1] 曹 芒 李达成,王 佳等.采用激光扫描与 CCD 探测 系统的大型工件垂直度、平行度测量仪.计量学报, 1995, 16(1) 26~30

- [2] 郝 群.激光准直和 CCD 测量技术在大型尺寸形位误 差测量中的应用研究.[博士学位论文].北京:清华大 学精仪系,1997
- [3] Goodman J W. Introduction to Fourier Optics. San Francisco: McGraw-Hill, 1968
- [4]曾理江. 自适应激光准直方法和实验研究. [博士学位 论文]. 北京:清华大学精仪系,1989
- [5]关 治 陈景良. 数值计算方法. 北京:清华大学出版 社,1990
- [6] Castleman K R. Digital Image Processing. Englewood Cliffs, N. J. Prentice Hall, 1996
- [7]赵振宁,徐用懋.模糊理论和神经网络的基础应用.北 京:清华大学出版社和南宁:广西科学技术出版社, 1996
- [8]司 捷,周贵安,李 函等.基于梯度监督学习的理论 与应用(1)——基本算法.清华大学学报,1997,37(7): 71~73
- [9] 王 鹏 徐毓光,余勤跃.圆屏(球)和圆环菲涅耳衍射 的解析表达式.光学学报,2000,20(3)351~356

Image Processing for Pattern Diffracted by Phase Plane

Li Zhi Zhao Yang Li Dacheng

(State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments, Department of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing 100084) (Received 22 May 2000; revised 2 August 2000)

Abstract: The effect of the deviation between the center of collimated laser beam and the center of the phase plane on the diffraction pattern is investigated and simulated. A novel diffraction pattern processing method based on multi-layer feedforward neural networks is proposed, which is proved to be better than the conventional method based on the least-squares curve fitting. Moreover, the method proposed has the potentiality to be used for processing such complicated image as diffraction free beam with high precision.

Key words : collimation technique ; phase plane ; image processing ; diffraction pattern ; neural networks