文章编号:0253-2239(2001)08-0965-05

# 高功率激光器窗口三维温度场分析及其热透镜研究\*

## 陆培华 王润文

(中国科学院上海光学精密机械研究所,上海 201800)

摘要: 对高功率激光器输出耦合镜的受热情况进行了分析,在实际工作模型下设定了圆柱坐标下的热传导方程 边界条件。对高功率激光器输出耦合镜所处的物理状态进行了符合实际情况的简化,求得了热传导方程的解析 解。对 GaAs 窗口材料分析了 高功率激光器输出耦合镜内部温度分布,在考虑了材料折射率与线膨胀系数随温度 变化的因素后,计算了等效光程变化及其引起的热透镜效应。

关键词: 高功率激光器;窗口;温度分布

中图分类号:TN241 文献标识码:A

## 1 引 言

高功率激光输出耦合镜(其通光口径部分为激 光器窗口,以下简称窗口)存在不为零的吸收系数, 因此高功率激光通过后 就会吸收可观激光能量而 导致窗口内部形成一定的温度分布。温度分布也会 随着透过激光功率的变化而改变,在稳态情况下可 认为有一恒定的温度场分布。实际上,高功率激光 器(特别是 CO, 激光器)的输出窗口常采用各种冷 却手段使窗口保持较低的温度。对于采用周边水冷 的方法来带走窗口产生热量的情况,既能带走足够 的热量,也不阻碍激光的传播,从而被广泛采用,本 文就这类物理状态进行分析研究。在激光器稳定运 转时 窗口内部形成确定的温度场分布 温度场分布 决定了窗口的热畸变以及由此而导致的热透镜效 应 这种情况会严重影响激光器运转的稳定性及激 光器输出的光束质量 从而影响到高功率激光器的 实际应用<sup>[12]</sup>。

已有一些工作对窗口热效应进行了研究。例 如,从设定热形变后的物理状态为球面、抛物面及高 斯曲面三种情况来分析窗口的热透镜效应<sup>[3]</sup>。从实 验上采用干涉仪来测量激光器窗口的光程变化来分 析窗口的热致光程变化,从而反演温度分布<sup>[4]</sup>;以及 忽略窗口体吸收效应,认为仅考虑表面膜层吸收后 热传导引起来分析窗口的热分布<sup>[5]</sup>。

实际上,窗口的体吸收在高功率激光透过情况 下是不可忽略且甚为重要的热形变因素,本文从经 典热传导方程建立存在体吸收情况下的偏微分方 程 采用变量分离法获得二个一元二阶常微分方程 组。以实际应用状况求解了其稳态情况下的边值问 题,得到了窗口温度分布的准确解析解,计算出了窗 口的三维温度场分布。利用得到的窗口温度分布同 时计及材料折射率的温度系数 dn/dT,研究了热形 变形成的热透镜效应。

## 2 窗口温度分布的数学模型和理论计 算

如图 1(a)所示,激光窗口镜片是一厚度为d、 半径为a的平板圆盘,窗口圆柱形周边以低温水冷 却。分析中采用圆柱坐标系,坐标原点选定在窗口 内表面圆心,输出激光光束沿z轴方向传播。将窗 口分成多个等厚薄片,每片厚度 $\Delta d$ 远小于其口径 (即 $\Delta d \ll 2a$ ),如图 1(b)所示,因此可近似地认为激



<sup>\*</sup> 国家科委 863 高科技项目。 收稿日期 2000-03-27; 收到修改稿日期 2000-07-05

Fig. 1 Schematic diagram of edge-cooled coupler and microchip analysis

光能量是被窗口体积均匀地吸收。在求得薄片热传 导解后,再将 n→∞,在极限情况下得出其解析表达 式。为简化分析,我们采用窗口本身作为激光器的 光栏,设定通过窗口的激光光束充满窗口口径,在多 模运转时其激光功率在窗口内部截面上可以认为近 于均匀分布。窗口材料吸热系数及热传导等物理特 性具各向同性。因结构的圆柱对称性,窗口温度分 布对中轴线是呈圆柱对称的。

经典圆柱坐标下的窗口热传导方程为<sup>[6]</sup>:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho C} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right) + \frac{Q}{\rho C} ,$$
(1)

上式中,*K* 为窗口材料的热传导系数,*Q* 为窗口单 位体积吸收的激光功率,*Q* =  $\beta I$ , $\beta$  为窗口的吸收系 数,*I* 为窗口截面上的激光功率密度, $\rho$  为窗口材料 密度,*C* 为窗口材料比热容。对高功率激光器窗口的 特定情况,选定窗口材料的, $\beta I$  一般很小,满足, $\beta I \ll$ 1。入射高阶多模激光功率在窗口横截面上均匀分 布,*I* =  $P/\pi a^2$ ,其中 *P* 为入射进窗口的激光功率。

在稳态条件下  $\partial T / \partial t = 0$ 。考虑到圆柱对称分 布  $\partial T / \partial \theta = 0$  得到窗口的热传导方程为:

 $\frac{\partial^2 T(r,z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r,z)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T(r,z)}{\partial z^2} = -\frac{\beta I}{K}.$ (2)

冷却水沿 z 正方向流动,开始冷却的是圆柱底层边缘,即设定窗口内表面边缘温度为 T<sub>0</sub>,窗口外表面(激光器输出镜腔外一面)边缘温度为 T<sub>n</sub>,由于冷却水以恒定的速度沿轴向流动并不断吸收窗口导出的热量,可假定窗片圆柱边缘温度沿 z 方向是线性分布的。得到微分方程(2)的边界条件为:

 $T(a,z) = T_0 + gz, \quad (3)$ 式中  $g = (T_n - T_0) d_c$ 作如下函数变换

$$\frac{\partial^2 F(r,z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F(r,z)}{\partial r} + \frac{\partial^2 F(r,z)}{\partial z^2} = 0,$$
(4)

将 F(r,z)分离变量 ,令 F(r,z) = u(r)x(z),并 代入(4)式。整理后 ,分别把仅与 r,z 有关的单一变 量因子移到等号两边 ,并令其等于常数  $\pm \lambda^2$  ,

$$\frac{1}{u(r)} \left[ \frac{\partial^2 u(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u(r)}{\partial r} \right] = -\frac{1}{v(z)} \frac{\partial^2 v(z)}{\partial z^2} = \pm \lambda^2.$$

由于窗口吸收的热量通过周边低温冷却水带走,窗口温度将沿径向逐渐降低,从而上式中的常数只能 取为 – λ<sup>2</sup>。因而可得到下面的常微分方程组:

$$d^{2} x(z)/dz^{2} - \lambda^{2} x(z) = 0, \qquad (5)$$

$$\frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du(r,z)}{dr} + \lambda^2 u(r) = 0. \quad (6)$$

(5)式的通解为:

 $t(z) = C'_1 \exp(\lambda z) + C'_2 \exp(-\lambda z),$  (7) 其中  $C'_1, C'_2$ 为积分常量 ,因它是由偏微分方程演 化而来 ,它们的取值与  $\lambda$  有关 ,可由边界条件决定。

将(6)式与下面一般的贝塞尔方程比较:

$$\frac{d^{2}y(x)}{dx^{2}} + \frac{1}{x}\frac{dy(x)}{dx} + \left(k^{2} - \frac{n^{2}}{x^{2}}\right)y(x) = 0,$$
(8)

可知当 n = 0 时 (6)式的解即为零阶贝塞尔函数, 其通解为:

$$u(r) = C'_{3}J_{0}(\lambda r) + D'_{3}N_{0}(\lambda r).$$
 (9)  
上式中  $J_{0}(\lambda r)$ 为零阶第一类贝塞尔函数,  $N_{0}(\lambda r)$   
为零阶第二类贝塞尔函数。 $C'_{3}$ 、 $D'_{3}$ 为与  $\lambda$  有关的积  
分常量,由边界条件决定。因为当 $r = 0$ 时,即窗口  
中轴处的温度为有限值,可得 $D'_{3} = 0$ 。这样(6)式的  
通解为:

$$u(r) = C'_{3}J_{0}(\lambda r),$$
 (10)

由(4)式、(7)式及(10)式可得(2)式的解为:

T(r,z) =

$$\begin{bmatrix} C'_{1} \exp(\lambda z) + C'_{2} \exp(-\lambda z) \end{bmatrix} C'_{3} J_{0}(\lambda r) - \frac{\beta I}{2K} z^{2}$$

$$\square:$$

$$T(r,z) = [C_1 \exp(\lambda z) + C_2 \exp(-\lambda z)]_0 (\lambda r) - \frac{\beta I}{2K} z^2.$$
(11)

其中 $C_1$ 、 $C_2$ 为积分常量, $C_1 = C_1C_3$ 、 $C_2 = C_2C_3$ , 它们的值可由边界条件决定。(11)式便是窗口温度 分布热传导方程的解,而 $\lambda$ 原则上可取任意常数。 $\lambda$ 值在实际的物理状态中它与窗口内部的激光功率、 窗口材料、窗口冷却情况等有关。当其它条件选定 时 $\lambda$ 值的大小与入射激光引起的窗口初始热分布 的物理状态有关。

由(11)式,当 *z* = 0时,可得到窗口内表面的温 度分布为:

$$T(r \ 0) = (C_1 + C_2) J_0(\lambda r).$$
 (12)  
上式中取  $r = 0$ ,即得窗口内表面中心的温度  $T_c$ 为:  
 $T_c = T(0 \ 0) = C_1 + C_2.$  (13)

(12)式中取 r = a,即得窗口内表面周边温度  $T_0$ 为:

 $T_0 = T(a \ \beta) = (C_1 + C_2) J_0(\lambda r), (14)$ 由(13)式、(14)式可得

$$T_0 = T_c J_0 (\lambda a).$$
 (15)

由于初值条件  $T_0$ 、 $T_c$ 已知 ,即可由(15)式完全确 定特征值  $\lambda_c$ 

(12)式完全表示了窗口温度在内表面的绝对 分布情况,因而温度在整个窗口的绝对分布情况也 完全确定。 $\lambda$ 值的取定是由实际的激光加热与窗口 冷却模式完全决定。窗口内表面的边缘温度可由实 验中用温度计来测量,而中心温度则与入射进窗口 的激光功率、窗口材料及窗口冷却效果等因素有关。 可以认为在选定的激光器件中,对于给定的窗口材 料吸收系数及其冷却状态,则窗口内表面的中心温 度是与入射进窗口的激光功率成正比。本文中针对 我们的器件,由实验测定并经曲线拟合得到 $T_c = T_0 + 2 \times 10^{-4} P_o P$ 的单位为W, $T_c$ 的单位为K, $T_0$ 是当无激光功率入射时窗片温度保持与环境温度  $T_0$ 一致,由(15)式可得到 $\lambda$ 与入射激光功率P的关 系曲线,如图 2 所示。

为分析方便,把窗口垂直于 z 方向等分为 n 片, 如图 1(b)所示。每一片的解都用(11)式来表示,只



#### Fig. 2 Value of $\lambda$ v.s. laser power

是其积分常量  $C_1$ 、 $C_2$  将对各片而言是有差别的,其 原因主要是冷却水温在流动过程中对各层柱面的温 度是有差异的。虽然每层厚度为 d/n,水从最底部 为  $T_0$  值不断吸收窗片的热量,在出口的上部温度 为  $T_n$  值。由于冷却水流速是稳定的,在流过每一圆 环导走窗片的部分热量而温度逐渐上升,可以合理 地设定水温沿壁面高度是线性上升的,即由(3)式 所表示的边界条件。对于第 *i* 层窗片上下层的圆柱 边缘的温度为:

$$T_{i-1} = T_0 + g[(i-1)d/n],$$
  

$$T_i = T_0 + g(id/n),$$
(16)

则对于第 *i* 层的边界条件为:

$$T_{i-1} = T\left(a \frac{i-1}{n}d\right) = J_0\left(\lambda a \left[C_1^i \exp\left(\lambda \frac{i-1}{n}d\right) + C_2^i \exp\left(-\lambda \frac{i-1}{n}d\right)\right] - \frac{\beta I}{2K}\left(\frac{i-1}{n}d\right)^2, \right\}$$

$$T_i = T\left(a \frac{i}{n}d\right) = J_0\left(\lambda a \left[C_1^i \exp\left(\lambda \frac{i}{n}d\right) + C_2^i \exp\left(-\lambda \frac{i}{n}d\right)\right] - \frac{\beta I}{2K}\left(\frac{i}{n}d\right)^2, \right\}$$
(17)

解得

$$C_{1}^{i} = \frac{\exp\left(-\lambda \frac{i+1}{n}d\int T_{i-1} + \frac{\beta I}{2K}\left(\frac{i-1}{n}d\right)^{2}\right) - \exp\left(-\lambda \frac{i}{n}d\int T_{i} + \frac{\beta I}{2K}\left(\frac{i}{n}d\right)^{2}\right)}{J_{0}\left(\lambda a \left[\exp\left(-\frac{2}{n}d\lambda\right) - 1\right]},$$

$$C_{2}^{i} = \frac{\exp\left(\lambda \frac{i-2}{n}d\int T_{i} + \frac{\beta I}{2K}\left(\frac{i}{n}d\right)^{2}\right) - \exp\left(\lambda \frac{i-1}{n}d\int T_{i-1} + \frac{\beta I}{2K}\left(\frac{i-1}{n}d\right)^{2}\right)}{J_{0}\left(\lambda a \left[\exp\left(-\frac{2}{n}d\lambda\right) - 1\right]},$$
(18)

由此可得第 *i* 面的温度分布为:

$$T[r(i/n)d] = \{C_1 \exp[\lambda(i/n)d] + C_2 \exp[-\lambda(i/n)d]\}_0(\lambda r) - (\beta I/2K](i/n)d]^2$$

将(18) 武代入上式化简得:  

$$T[r(i/n)d] =$$
  
 $\begin{bmatrix} T_i + \frac{\beta I}{2K} \left(\frac{i}{n}d\right)^2 \int_0^{J_0(\lambda r)} - \frac{\beta I}{2K} \left(\frac{i}{n}d\right)^2$ .  
当  $n \rightarrow \infty$ ,亦即把窗口分割成无穷多层时,

*i*(*d*/*n*)→ *z*,这样便得到窗片温度分布的连续解 析解:

$$T(r,z) = \left(T_0 + gz + \frac{\beta I}{2K}z^2\right) \frac{J_0(\lambda r)}{J_0(\lambda a)} - \frac{\beta I}{2K}z^2. \quad (19)$$

## 3 窗口热形变分析

设窗口材料热膨胀系数为  $\alpha$ ,在常温  $T_0$ 下窗口 材料折射率为  $n_0$ ,折射率的温度变化率为  $\gamma = dn/dT$  激光束通过窗口的光程为:

$$L(r) = \int_{0}^{a} n_{0} \{1 + \gamma [T(r,z) - T_{0}]\} \times \{1 + \alpha [T(r,z) - T_{0}]\} dz,$$

一般  $\alpha$ 、 $\gamma$  的数量级为  $10^{-6}$  左右,可忽略二次项,并 将上式简化得:

$$L(r) = n_0 \int_0^d \{1 + (\alpha + \gamma) T(r,z) - T_0 \} dz.$$
(20)

将(19)武代入(20)武 解得:

$$L(r) = n_0 d + (\alpha + \gamma) n_0 \left[ \left( T_0 d + \frac{1}{2} g d^2 + \frac{\beta I}{6K} d^3 \right) \frac{J_0(\lambda r)}{J_0(\lambda a)} - \frac{\beta I}{6K} d^3 - T_0 d \right].$$
(21)

由此可得窗口中轴线上的光程与边缘光程之差为:

$$\Delta L = L(0) - L(a) = (\alpha + \gamma)n_0 \left( T_0 d + \frac{1}{2}gd^2 + \frac{\beta I}{6K}d^3 \right) \frac{1}{J_0(\lambda a)} - 1 \left].$$
(22)

把光程的改变等效为一薄透镜,薄透镜两边的曲率 半径相等 均为 R<sub>a</sub>。可得到:

$$R_{\rm c} = a^2/L$$
 , (23)

即:

$$\frac{1}{f} = (n_0 - 1) \left[ \frac{1}{R_c} - \left( -\frac{1}{R_c} \right) \right] = \frac{\alpha (n_0 - 1)}{R_c},$$
(24)

**由**(23)式、(24)式可得到窗口等效热透镜焦距 *f* 的 表达式为:

$$f = \frac{R_{\rm c}}{2(n_0 - 1)} = \frac{a^2}{2\Delta L(n_0 - 1)}.$$
 (25)

### 4 理论计算结果及讨论

图 3 和图 4 给出了窗口温度分布的三维分布曲 线,计算采用 GaAs 窗口材料,有关数据如下<sup>[1]</sup> 窗口 厚度 d = 0.5 cm,窗口半径 a = 1.0 cm,窗口材料 导热系数 K = 0.37 W/(cm·K),窗口材料在激光 波长为 10.6  $\mu$ m 时的吸收系数为  $\beta = 0.012$  cm<sup>-1</sup>, 窗口材料在常温下的折射率为  $n_0 = 3.30$ ,窗口材



Fig. 3 Temperature distribution of the window

料折射率的温度变化率为  $\gamma = 18.7 \times 10^{-5}$  K<sup>-1</sup>,窗 口材料的热膨胀系数为  $\alpha = 5.7 \times 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>。入射进 窗口的激光功率 *P* 取 1000 W,相应可得  $\lambda$  值为 0.053。图 3 中取窗口周边为常温,即  $T_0 = T_n =$ 298.0 K,图4中取  $T_0 = 298.0$  K, $T_n = 298.1$  K,窗 口边缘温度随 z 线性递增。由图中可以看出,整个窗 口内部温度差别的绝对值相当小,这是因为 GaAs 材料的导热系数较大(与金属相近)的原因。窗口温 度沿 z 轴方向近似成线性分布;而径向则呈零阶贝 塞尔函数分布。当入射到窗口里的激光功率变化 时,径向分布将取零阶贝塞尔函数的不同区域。



图 5 给出的不同激光功率入射到窗口内表面的 温度分布 a, b, c 分别代表 500 W、1000 W、2500 W 激光功率的入射 ,它说明了不同入射功率、相同的冷 却条件下的温度分布 ,这组曲线表明了要在很高激 光激光功率情况下保持窗片温度的平坦分布 ,就得 选取吸收系数  $\beta$  值更小的材料这一点。

图 6 给出了等效热透镜焦距随入射激光功率 的变化情况。入射激光功率越大 窗口边缘与中心温



Fig. 5 Temperature distribution of certain window section



Fig. 6 The focal length of thermal lens v.s. laser power

度差别越大,由此引起的窗口光程变化越严重,等效 热透镜焦距就越短。本文仅对激光器工作在高阶多 模的情况进行了分析,当激光器工作在低阶模或基 模情况下时入射进窗口的激光能量在横截面上将呈 现一定的分布 *I*(*r*),此时(1)式只能求助计算机用 数值方法求解,作者将在下一步的工作中进行研究。

#### 参考文献

- [1] Sparks M. Optical distortion by heated windows in highpower laser systems. J. Appl. Phys., 1971, 42(11): 5029~5046
- [2] Patel B S. Optical suitability of windows materials for CO<sub>2</sub> lasers. Appl. Opt., 1977, 16(5):1232~1235
- $[\ 3\ ]Evans\ J.$  Thermal lensing : A practical approach. Design , modeling , and control of laser beam optics. Proc . SPIE , 1992 , 1625 44 ${\sim}\,60$
- [4]陈清明,张永芳,李再光.高功率激光器窗口的热透镜 效应及补偿.中国激光,1989,16(8)456~459
- [5]程兆谷 程 亚, 王润文等. 高功率横流 CO<sub>2</sub> 激光器高 反膜耦合窗口 ZnSe 热形变理论和实验研究. 光学学报, 1995, **15**(1):78~82
- [6] 霍尔曼 JP著,马云良译. 传热学. 北京:人民教育出版 社,1997. 1~6

## Three-Dimensional Temperature Distribution Analysis and Thermal Lens Effect Calculation for High Power Laser Windows

Lu Peihua Wang Runwen

( Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800) ( Received 27 March 2000; revised 5 July 2000)

**Abstract**: Heat absorption of high power laser windows is analysed and the heat equation of the window for practical working device and its solving condition are given. Physical state of the high power laser is simplified suitable for the pratical condition. Analytic solution of the heat equation is given. Then the thermal lens effect of high power laser windows is calculated considering the thermal changes of refractive index of the window material and linear expanding index , and the result is disscussed.

Key words : high power laser ; windows ; temperature distribution