

文章编号 : 0253-2239(2001)08-0933-06

自适应光学系统对实际大气湍流波前的 时域校正效果*

饶长辉 姜文汉 凌 宁 汤国茂 沈 锋 张学军 陶慧敏

(中国科学院光电技术研究所, 成都 610209)

摘要: 引入时域校正因子(系统闭环校正波前残余误差与系统开环时的湍流波前扰动误差之比)和系统测量信噪比, 分析了自适应光学系统对实际大气湍流扰动的时域校正效果与湍流功率指数、湍流功率谱转折频率、系统测量信噪比、系统时间延迟以及系统闭环带宽的关系, 并给出了系统的最佳闭环带宽。此外还分析了弱光 61 单元自适应光学系统的时域校正效果。

关键词: 自适应光学; 大气湍流; 噪声; 功率谱; 闭环带宽; 信噪比; 时域校正因子

中图分类号: TP273+.2 文献标识码: A

1 引 言

自适应光学技术能够实时测量并且校正受到大气湍流扰动的光学相位波前, 从而在天文观测、激光传输等领域得到广泛应用^[1-3]。在自适应光学系统中, 其波前校正残余误差主要由未完全补偿湍流所引起的误差和系统闭环噪声组成。自适应光学系统对大气湍流的补偿校正能力在时域上是由其时间控制带宽决定。对于大气湍流而言, 自适应光学系统是一个高通滤波器; 对于波前探测引入噪声而言, 自适应光学系统是一个低通滤波器。实质上自适应光学系统闭环波前校正以系统噪声引入为代价去换取对湍流校正的受益。因此在弱光工作条件下, 需要根据湍流条件、系统噪声水平以及系统的自身状态选择好系统的时间控制带宽, 以充分发挥自适应光学系统的校正能力。文献^[4, 5]分析了在科尔莫戈罗夫(Kolmogorov)湍流情况下自适应光学系统的最佳闭环工作带宽。但是在许多实际大气光波传输观测实验中, 大气湍流波前并不服从科尔莫戈罗夫谱规律^[6-9], 国外将这种不符合科尔莫戈罗夫谱规律的湍流称为非科尔莫戈罗夫湍流, 因此非常有必要研究在非科尔莫戈罗夫湍流条件下自适应光学系统的控制残余误差水平以及如何正确选取合适的系统控制带宽使系统工作最优。本文在考虑自适应

光学系统时间延迟并参考弱光 61 单元自适应光学系统所测大气湍流波前扰动功率谱的基础上, 通过引入自适应光学系统时域校正因子变量, 分析自适应光学系统对大气湍流波前扰动的校正有效性与系统带宽、信噪比、湍流功率指数以及波前扰动功率谱转折频率的关系, 并给出了系统的最佳工作带宽。

2 非科尔莫戈罗夫湍流情况下波前扰动的时域功率谱

在非科尔莫戈罗夫湍流情况下, 大气湍流波前扰动的时域功率谱为^[10]:

$$F_{\phi}(f) = E_{\beta} f_{\text{R}}^{\beta-2} f^{-(\beta-1)}, \quad (1)$$

式中 β 为湍流功率指数, 对于科尔莫戈罗夫湍流, $\beta = 11/3$; f_{R} 为大气湍流波前扰动特征频率, 是一个与格林伍德频率类似的物理量, 定义为经过闭环传递函数为 $H(f) = 1/(1 + jf/f_{3\text{dB}})$ ($f_{3\text{dB}}$ 为闭环带宽)的系统校正后的波前残余误差方差为 1 rad^2 时所对应的闭环带宽大小; E_{β} 为归一化系数。这时系统校正残余误差方差可表示为:

$$\sigma^2 = (f_{\text{R}}/f_{3\text{dB}})^{\beta-2}. \quad (2)$$

理论上, 根据格林伍德的分析, 对于科尔莫戈罗夫湍流, 其波前扰动的时域功率谱的低频段是频率的 $4/3$ 次方关系, 其高频段是频率的 $-8/3$ 次方。在我们的许多实际测量中, 所测量得到的波前扰动功率谱的低频段是频率的 $-2/3$ 次方。综合这些因素并考虑非科尔莫戈罗夫湍流情形, 在下面的分析中, 假定波前扰动低频段功率为一常数, 于是波前扰动功率谱

* 国家科委 863 高科技项目和国家自然科学基金 (69908006) 资助课题。

收稿日期 2000-06-05; 收到修改稿日期 2000-07-17

用折线近似表示为

$$F_{\phi}(f) = \begin{cases} E_{\beta} f_{\text{R}}^{\beta-2} f_0^{-(\beta-1)} & f \leq f_0, \\ e_{\beta} f_{\text{R}}^{\beta-2} f^{-(\beta-1)} & f > f_0. \end{cases} \quad (3)$$

式中 f_0 为转换频率。事实上,如果波前扰动的低频段功率谱不为常数,可以将其等效为低频段功率谱为常数、高频段功率指数相同的波前扰动,只是转换频率稍作修改而已,以保证开环波前扰动误差相同。此外,在自适应光学系统对大气湍流波前扰动进行校正时,其低频段影响不大(后面将具体分析)。

图1是根据弱光61单元自适应光学系统观测

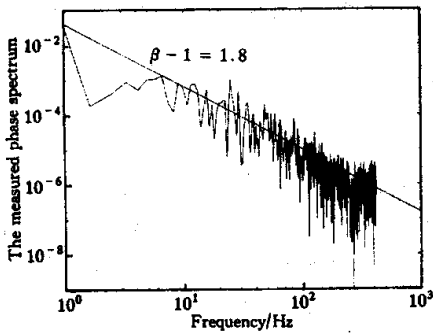


Fig. 1 The measured phase power spectrum

实验中所测量的 1024 帧数据经快速傅里叶变换得到的一典型波前扰动功率谱曲线。从图中可以看出湍流功率指数为 $\beta = 2.8$ 。必须指出,由于数据点太少,无法准确测量出波前扰动功率谱的转换频率。

3 实际大气传输情况下自适应光学系统的波前校正残余误差

在自适应光学系统中,其波前校正残余误差主要由两项组成:一项是未补偿湍流校正残余误差;另一项是系统闭环噪声方差。对于实际有时间延迟的自适应光学系统,其波前探测和波前校正不是同时进行的。这时系统的闭环传递函数可表示为

$$H_c(jf) = \frac{\exp(-j2\pi f\tau)}{1 + jf/f_{3\text{dB}}}, \quad (4)$$

式中 $f_{3\text{dB}}$ 为系统闭环 -3 dB 带宽; τ 为系统时间延迟。

3.1 未补偿湍流校正残余误差

由于系统对大气湍流低频段校正较好,因此此项误差近似等于湍流功率谱的高频段对整个频率范围的积分。根据大气湍流波前扰动功率谱和系统闭环传递函数,可以得到未补偿湍流校正残余误差:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ct}}^2 &= \int_0^{\infty} |F_{\phi}(f)|^2 |1 - H_c(jf)|^2 df \approx \int_0^{\infty} E_{\beta} f_{\text{R}}^{\beta-2} f^{-(\beta-1)} \left| 1 - \frac{\exp(-j2\pi f\tau)}{1 + jf/f_{3\text{dB}}} \right|^2 df = \\ &= E_{\beta} f_{\text{R}}^{\beta-2} \int_0^{\infty} f^{-(\beta-1)} \frac{(f/f_{3\text{dB}})^2 + 2(f/f_{3\text{dB}}) \sin(2\pi f\tau) + 4\sin^2(\pi f\tau)}{1 + (f/f_{3\text{dB}})^2} df. \end{aligned} \quad (5)$$

采用和文献 5 类似的处理方法,可以推出未补偿湍流校正残余误差表示为:

$$\sigma_{\text{ct}}^2 = E_{\beta} (f_{\text{R}}/f_{3\text{dB}})^{\beta-2} (A + Bf_{3\text{dB}}^{\beta-3} + Cf_{3\text{dB}}^{\beta-2}) \quad (6)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\pi}{2\text{Si}[\pi(4-\beta)/2]}, \\ B &= \frac{2^{\beta-3}\pi^{\beta-2}\tau^{\beta-3}}{\Gamma(\beta-2)\text{Si}[\pi(\beta-2)/2]}, \\ C &= \frac{2^{\beta-2}\pi^{\beta-1}\tau^{\beta-2}}{\Gamma(\beta-1)\text{Si}[\pi(\beta-1)/2]} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 $\Gamma(\cdot)$ 为伽玛函数。

3.2 系统闭环噪声方差

在自适应光学系统中,系统噪声是从波前探测器引入的。相对于系统闭环带宽而言,系统噪声可以认为是一高斯白噪声。假设系统噪声功率谱为 F_{in} ,则系统闭环噪声方差为:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{cn}}^2 &= \int_0^{f_s/2} F_{\text{in}} |H_c(jf)|^2 df = \\ &= F_{\text{in}} \int_0^{f_s/2} \left| \frac{\exp(-j2\pi f\tau)}{1 + jf/f_{3\text{dB}}} \right|^2 df = \\ &= F_{\text{in}} f_{3\text{dB}} \arctan\left(\frac{f_s}{2f_{3\text{dB}}}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

式中 f_s 为系统采样频率。

3.3 自适应光学系统波前残余误差

综合(6)式和(8)式,可以得到自适应光学系统闭环校正时的波前残余误差为:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{cr}}^2 &= E_{\beta} \left(\frac{f_{\text{R}}}{f_{3\text{dB}}}\right)^{\beta-2} (A + Bf_{3\text{dB}}^{\beta-3} + Cf_{3\text{dB}}^{\beta-2}) + \\ &= F_{\text{in}} f_{3\text{dB}} \arctan\left(\frac{f_s}{2f_{3\text{dB}}}\right). \end{aligned} \quad (9)$$

4 自适应光学系统的时域校正因子

为了评价自适应光学系统对大气湍流波前校正的有效性,在此引入一个变量——时域校正因子 η , 它定义为自适应光学系统闭环校正时的波前残余误差 σ_{cr}^2 与系统开环时的大气湍流波前扰动误差 σ_{ot}^2 之比,用关系式表示为:

$$\eta = \sigma_{cr}^2 / \sigma_{ot}^2. \quad (10)$$

很显然, η 越小, 自适应光学系统对大气湍流波前补偿越有效。

根据大气湍流波前扰动时间功率谱,可以得到系统开环时的大气湍流波前扰动误差为:

$$\begin{aligned} \sigma_{ot}^2 &= \int_0^{\infty} F_{\phi}(f) df = \\ &= \int_0^{f_0} E_{\beta} f_{\beta R}^{\beta-2} f_0^{-(\beta-1)} df + \int_{f_0}^{\infty} E_{\beta} f_{\beta R}^{\beta-2} f^{-(\beta-1)} df = \\ &= (\beta-1)(\beta-2) E_{\beta} f_{\beta R}^{\beta-2} f_0^{-(\beta-2)}. \end{aligned} \quad (11)$$

在实际自适应光学系统工作中,从波前探测器测量得到的波前功率谱既包含大气湍流波前扰动功率谱成分,也包含系统波前测量噪声功率谱成分。为此将系统测量得到的波前误差中大气湍流波前扰动引起的误差方差与系统波前测量噪声方差之比定义

为系统测量信噪比 η_{snr} , 用关系式表示为:

$$\eta_{snr} = \sigma_{ot}^2 / \sigma_{in}^2, \quad (12)$$

式中 σ_{in}^2 为系统波前测量噪声方差。

由于系统测量噪声属于高斯白噪声,在奈奎斯特频率范围之内噪声功率谱为一常数,因此系统波前测量噪声方差与系统采样频率和噪声功率谱之间存在如下关系:

$$\sigma_{in}^2 = F_{in} f_s / 2. \quad (13)$$

联合(9)式~(13)式,可以得到自适应光学系统的时域校正因子为:

$$\eta = \frac{(\beta-2) f_{3dB}^{-(\beta-2)} (A + B f_{3dB}^{\beta-3} + C f_{3dB}^{\beta-2})}{(\beta-1) f_0^{-(\beta-2)}} + \frac{2 f_{3dB} \arctan(f_s / 2 f_{3dB})}{f_s \eta_{snr}}. \quad (14)$$

图2是结合弱光61单元自适应光学系统所给出的不同湍流功率指数、不同测量信噪比、不同湍流功率谱转换频率以及不同时间延迟情况下系统时域校正因子随系统闭环带宽之间的函数关系变化曲线(T 为采样周期)。从图中可以看出:

1) 自适应光学系统对大气湍流波前扰动的时域补偿效果与湍流功率指数、湍流功率谱转折频率、系统测量信噪比、系统时间延迟以及系统闭环带宽等因素有关。

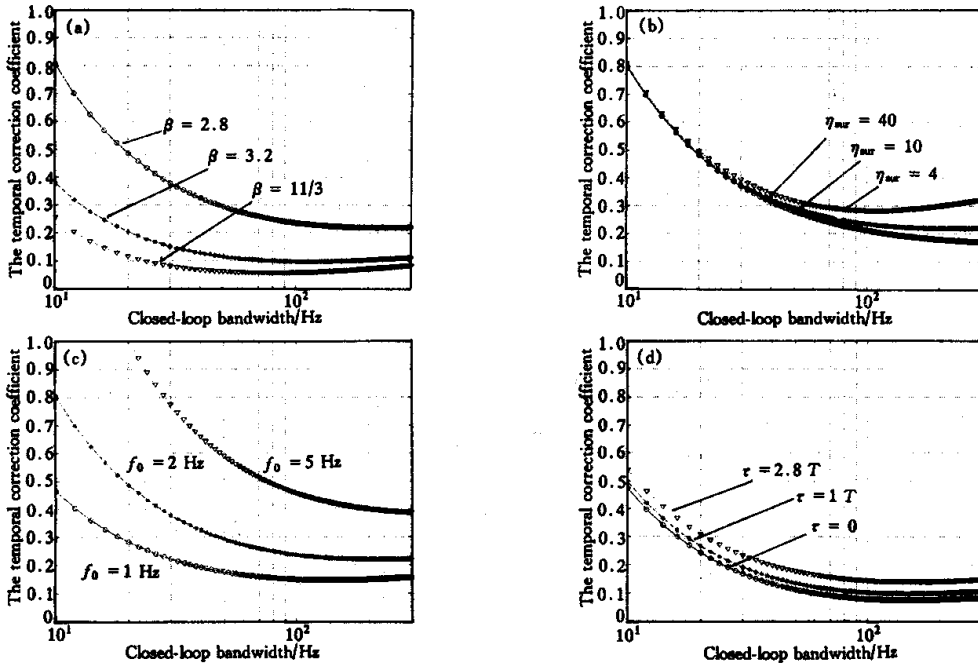


Fig. 2 The temporal correction coefficient as function of the closed-loop bandwidth. (a) For the different power-law exponent, $\tau = 2.8T$, $\eta_{snr} = 10$, $f_0 = 2$ Hz, $f_s = 838$ Hz; (b) For the different signal-to-noise ratio, $\beta = 2.8$, $\tau = 2.8T$, $f_0 = 2$ Hz, $f_s = 838$ Hz; (c) For the different cut-of frequency, $\beta = 2.8$, $\tau = 2.8T$, $\eta_{snr} = 10$, $f_s = 838$ Hz; (d) For the different time delay, $\beta = 3$, $\eta_{snr} = 10$, $f_0 = 2$ Hz, $f_s = 838$ Hz.

2) 在湍流功率谱转折频率、系统测量信噪比、系统时间延迟以及系统闭环带宽相同的情况下,湍流功率指数越大,系统补偿效果越好。这是由于湍流功率指数越大,湍流功率谱低频部分所占比重越大所致。

3) 在湍流功率指数、湍流功率谱转折频率、系统时间延迟以及系统闭环带宽相同的情况下,系统测量信噪比越高,系统补偿效果越好。这是因为湍流误差一定的情况下,随着系统测量信噪比的增大,系统噪声逐渐减小的缘故。

4) 在湍流功率指数、系统测量信噪比、系统时间延迟以及系统闭环带宽相同的情况下,湍流功率谱转折频率越小,系统补偿效果越好。这是由于湍流功率谱转折频率与风速和系统观测口径有关,对于一定的观测系统口径,风速越小,湍流功率谱转折频率就越小,为达到相同的校正效果系统所需要的时间带宽也越小的缘故。

5) 在湍流功率谱转折频率、系统测量信噪比、湍流功率指数以及系统闭环带宽相同的情况下,系统时间延迟越小,补偿效果越好。这是因为在相同的闭环带宽情况下,时间延迟越小,系统对大气湍流波前扰动的有效校正带宽越宽,所以系统对大气湍流波前扰动的抑制越强,系统补偿效果越好。

5 系统时间控制带宽优化

一般情况下自适应光学系统在实际工作时,其采样频率比系统闭环带宽要大得多,因此 $\arctan(f_s/2f_{3\text{dB}}) \approx \pi/2$ 。时是根据(14)式,系统波前扰动时域校正因子可表示为:

$$\eta = \frac{(\beta - 2)f_{3\text{dB}}^{-(\beta-2)}(A + Bf_{3\text{dB}}^{\beta-3} + Cf_{3\text{dB}}^{\beta-2})}{(\beta - 1)f_0^{-(\beta-2)}} + \frac{\pi f_{3\text{dB}}}{f_s \eta_{\text{snr}}} \quad (15)$$

将系统波前扰动时域校正因子对系统闭环带宽求导并令其为零,可以得到系统最佳闭环带宽满足:

$$A(\beta - 2)^2 f_{3\text{dB}}^{-(\beta-1)} + B(\beta - 2) f_{3\text{dB}}^{-2} - \frac{\pi(\beta - 1) f_0^{-(\beta-2)}}{f_s \eta_{\text{snr}}} = 0 \quad (16)$$

图3(a)给出了不同系统测量信噪比时系统最佳闭环带宽与湍流功率指数之间的函数关系曲线;图3(b)给出了不同湍流功率指数时系统最佳闭环带宽与系统测量信噪比之间的函数关系曲线。

图4是与图3相对应的在最佳闭环带宽时的系统时域校正因子曲线。

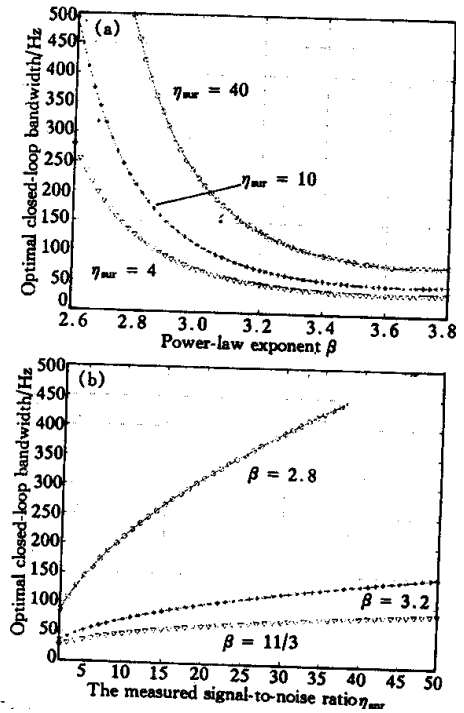


Fig. 3 (a) The optimal closed-loop bandwidth as functions of the power-law exponent (a) and the measured signal-noise ratio (b). $\tau = 2.8T$, $f_0 = 2\text{ Hz}$, $f_s = 838\text{ Hz}$

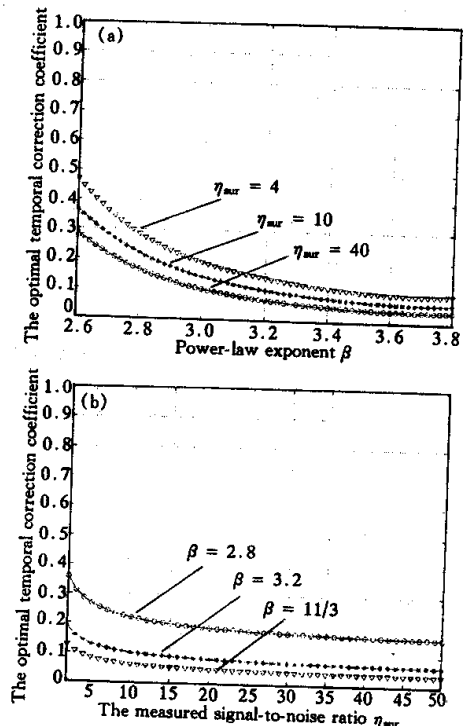


Fig. 4 The optimal temporal correction coefficient as functions of the power-law exponent (a) and the measured signal-to-noise ratio (b) $\tau = 2.8T$, $f_0 = 2\text{ Hz}$, $f_s = 838\text{ Hz}$

从(16)式及图3和图4可以看出:

1) 系统最佳闭环带宽是湍流功率指数、湍流功率谱转折频率、系统测量信噪比、系统时间延迟的函数。2) 在湍流功率谱转折频率、系统时间延迟和系统测量信噪比相同的情况下,湍流功率指数越小,系统最佳闭环带宽越宽。3) 在湍流功率谱转折频率、系统时间延迟和湍流功率指数相同的情况下,系统测量信噪比越高,系统最佳闭环带宽越宽。4) 在最佳闭环带宽情况下,湍流功率指数越大,系统测量信噪比越大(其他条件一定),自适应光学系统对大气湍流波前扰动的补偿效果越好。

6 弱光 61 单元自适应光学系统的时域控制效果

我们已经建立了一套弱光 61 单元自适应光学系统,并在云南天文台进行了实际星体目标观测实验。该系统采用哈特曼-夏克波前传感器,变形反射镜驱动器数目为 61。哈特曼-夏克波前传感器主要由阵列透镜、像增强器、耦合物镜以及 CCD 采集系统等组成,其采样频率为 838 Hz,系统有效子孔径数为 48,整个系统时间延迟为 $2.8T$ 。

在实际观测实验中,利用哈特曼-夏克波前传感器对大气湍流波前扰动数据进行了多次测量。通过对实验数据的处理分析,结果表明此站址的大气湍流多数时间内并不服从科尔莫戈罗夫规律,其波前扰动时间功率谱的高频段是频率的 $-1.6 \sim -2$ 次方(对应于 β 在 $2.6 \sim 3$ 之间),大大偏离科尔莫戈罗夫谱的 $-8/3$ 次方($\beta = 11/3$)。图 5 给出了一组根据 2000 年 3 月 23 日采集的波前扰动数据处理得到的系统时域校正因子随测量信噪比变化的实验结果(系统闭环带宽约为 110 Hz)。

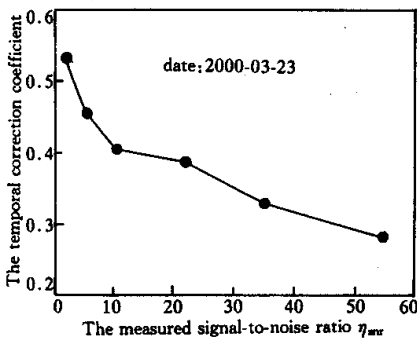


Fig. 5 The experimental result of the temporal correction coefficient vs the measured signal-to-noise ratio. The closed-loop bandwidth is 110 Hz. $\tau = 2.8T$, $f_0 = 2$ Hz, $f_s = 838$ Hz

在根据实验数据计算系统波前校正残余误差时,采用了参考文献 [11] 所述功率谱方法。该实验结果表明,在其他条件相同的情况下,系统测量信噪比越高,系统补偿效果越好。这与前面的理论分析比较一致。根据前面的分析结果,相对于科尔莫戈罗夫湍流校正,在一定的条件下,为达到相同的系统补偿效果,系统实际所需要的时间带宽要大得多,在相同的时间带宽情况下,系统的补偿效果也要差得多。而且系统补偿效果和带宽选取均与信标的亮暗程度有密切关系。信标越亮,系统测量信噪比也越高,相同带宽情况下的系统补偿效果也越好。当系统对亮目标进行补偿时,系统测量信噪比较高,系统带宽可以宽一些,而系统所能达到的闭环带宽又受限于系统采样频率。为保证系统稳定工作,该系统的闭环带宽一般在 200 Hz 以内。根据图 3,当 $\beta = 2.8$,系统测量信噪比 η_{snr} 为 40 时,为使校正效果达到最优,所需闭环带宽约 450 Hz (相对应科尔莫戈罗夫湍流校正约 90 Hz)。由于系统受限,因而系统不可能工作在最佳状态。再根据图 2,当 $\beta = 2.8$, $\eta_{snr} = 10$ 及系统闭环带宽大于 80 Hz 时,即使增加闭环带宽,系统补偿效果改善也不明显;在闭环带为 100 Hz 时,系统时域校正因子约为 0.3 (即系统闭环校正后的波前残余误差约为校正前的 $1/3$,只改善了两倍)相同的情况对于科尔莫戈罗夫湍流校正可以达到 0.08。综合起来,可以这样认为:该系统在此湍流条件下,其时域校正能力还很不够。在实际工作时,要结合系统的自身特性、大气湍流的规律以及信标的亮暗程度,尽可能使系统在接近最优状态。

结论 本文分析了自适应光学系统对大气湍流波前扰动的时域补偿效果与湍流功率指数、湍流功率谱转折频率、系统测量信噪比、系统时间延迟以及系统闭环带宽的关系,并给出了系统的最佳闭环带宽。此外还分析了弱光 61 单元自适应光学系统的时域校正效果。结果表明:湍流功率指数越大,系统测量信噪比越高,湍流功率谱转折频率越小,系统时间延迟越小,系统补偿效果越好;系统最佳闭环带宽是湍流功率指数、湍流功率谱转折频率、系统测量信噪比、系统时间延迟的函数。湍流功率指数越小,系统测量信噪比越高(其他条件一定),系统最佳闭环带宽越宽。

本文对于自适应光学系统实际工作具有重要的参考价值和指导意义。

新阳进行过非常有益的讨论,在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Jiang Wenhan, Li Mingquan, Tang Guomao *et al.*. Adaptive optics image compensation experiments for star objects. *Opt. Engng.*, 1995, **34**(1):15~20
- [2] 姜文汉, 严佩英, 李明全等. 自适应光学实时大气湍流补偿实验. *光学学报*, 1990, **10**(6):558~564
- [3] Jiang Wenhan, Tang Guomao, Li Mingquan *et al.*. 21-Element infrared adaptive optical system at 2.16 m telescope. *Proc. SPIE*, 1999, **3762**:142~149
- [4] 饶长辉, 姜文汉. 2.16 m 望远镜红外自适应光学系统的误差和性能分析. *天体物理学报*, 1996, **16**(4):428~437
- [5] 李新阳, 姜文汉, 王春红等. 自适应光学系统的控制残余方差分析. *光学学报*, 2000, **20**(10):1328~1334
- [6] Rao Changhui, Jiang Wenhan, Ling Ning. Measuring the power-law exponent of an atmospheric turbulence phase power spectrum with a Shack-Hartmann wave-front sensor. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(15):1008~1010
- [7] Rao Changhui, Jiang Wenhan, Ling Ning. Atmospheric parameters measurements for non-Kolmogorov turbulence with Shack-Hartmann wavefront sensor. *Proc. SPIE*, 1999, **3763**:84~91
- [8] Belen'kii M S, Karis S J, Brown II J M *et al.*. Experimental study of the effect of non-Kolmogorov stratospheric turbulence on star image motion. *Proc. SPIE*, 1997, **3126**:113~123
- [9] Belen'kii M S. Effect of the stratosphere on star image motion. *Opt. Lett.*, 1995, **20**(12):1359~1361
- [10] Rao Changhui, Jiang Wenhan, Ling Ning. Spatial and temporal characterization of phase fluctuations in non-Kolmogorov atmospheric turbulence. *J. Mod. Opt.*, 2000, **47**(6):1111~1126
- [11] 饶长辉, 沈 锋, 姜文汉. 自适应光学系统波前校正残余误差的功率谱分析方法. *光学学报*, 2000, **20**(1):68~72

Temporal Correction Effectiveness of Adaptive Optical System for Light Wave Atmospheric Propagation

Rao Changhui Jiang Wenhan Ling Ning Tang Guomao
Shen Feng Zhang Xuejun Tao Huimin

(The Institute of Optics and Electronics, The Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209)

(Received 5 June 2000; revised 17 July 2000)

Abstract: By introducing the temporal correction coefficient, which is defined as the ratio between the closed-loop wavefront residual error and the open-loop error induced by atmospheric turbulence, and the measured signal-to-noise ratio, the temporal correction effectiveness of adaptive optical system for light wave atmospheric propagation is studied. Its dependence on the power-law exponent of the turbulence, the cut-off frequency, the measured signal-to-noise ratio, the time delay and the closed-loop bandwidth is analyzed. The optimal closed-loop bandwidth is given. The temporal compensation effectiveness of 61-element weak light adaptive optical system is also analyzed.

Key words: adaptive optics; atmospheric turbulence; noise; power spectrum; closed-loop bandwidth; signal-to-noise ratio; temporal correction coefficient