

文章编号 : 0253-2239(2001)08-0909-04

掺杂 KNSBN 晶体各向异性自衍射的耦合波分析*

姜永远 周忠祥 李 焱 孙秀冬

(哈尔滨工业大学应用物理系, 哈尔滨 150001)

摘要: 在晶体光轴垂直于入射面的各向异性实验组态下,对掺杂 KNSBN 晶体的各向异性自衍射过程进行了理论分析和实验观测,给出了包含空间电荷场前两阶分量作用的各向异性自衍射的耦合波方程及其数值解。理论分析和实验结果都表明各向异性自衍射光来自于两束入射光的共同作用。

关键词: 各向异性自衍射;耦合波方程;空间电荷场

中图分类号: O437 文献标识码: A

1 引 言

线偏振的激光束照射到光折变晶体上,入射光和晶体中由不均匀性引起的同样偏振的散射光相互作用,并实时读出,结果产生了不同形式的各向同性或各向异性光衍射,其物理机制主要是光折变多波混频^[1,2]。

光折变各向异性自衍射现象的产生是由于入射光在写入相位栅的同时,又受到自写入相位栅的衍射作用进行读出,在一定条件下入射光向正交偏振的衍射光转移能量,从而得到了各向异性自衍射光放大。各向异性自衍射首先由 Kukhtarev 等^[3]提出,并在 BaTiO₃ 晶体中观察到这种现象。以后人们利用这一过程实现了空间光调制^[4]、全息干涉计量^[5]、矩阵与矩阵的乘法^[6]、非相干-相干光学转换^[7]等操作。各向异性自衍射的产生需同时满足两个条件,即相位匹配条件和相应的调制介电张量元不为零。前者决定各向异性自衍射的方向,后者决定各向异性自衍射的强度。已有的文献只是基于基频光栅给出了各向异性自衍射产生的物理机制及其应用。实验中我们利用掺杂 KNSBN 晶体也观察到了各向异性自衍射效应。同时我们还注意到,当挡住一束入射光时,在观察屏上可以同时看到两束各向异性自衍射光的存在,这说明各向异性自衍射光来自于两束入射光的共同作用,即入射光束分别经由基频光栅和二阶光栅向各向异性自衍射光转移能量。本文给出了包含空间电荷场前两阶分量作用的

各向异性自衍射的耦合波方程及其数值解。

2 机理分析

在光折变晶体中,由入射光波所写入的相位光栅又引起入射光及其衍射光间的相互耦合,从而使其振幅和相位随传播距离而不断变化。光波的这种变化又影响后继光栅的写入和衍射,这样在光折变晶体中所记录的是一种动态的体相位光栅。图 1 给出了晶体 *c* 轴垂直于入射面情形下,负单轴晶体中各向异性自衍射的产生所需要的相位匹配条件:

$$\left. \begin{aligned} k_{o1} - k_{e1} &= k_{e2} - k_{o2} = k_{e1} - k_{e2} = K_g, \\ k_{o1} - k_{o2} &= k_{e1} - k_{o2} = 2K_g. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

两束异常偏振的写入光 k_{e1} 和 k_{e2} 记录了波矢为 $K_g = k_{e1} - k_{e2}$ 的相位光栅。如果矢量 $k_{e1} \pm K_g$ 和 $k_{e2} \pm K_g$ 的端点落在波矢面上,则波矢 k_{o1} 和 k_{o2} 便会由此光栅自衍射出寻常偏振的光波 k_{o1} 和 k_{o2} 。在本文的分析中,同时考虑了二阶光栅作用,即矢量 $k_{e1} - 2K_g$ 和 $k_{e2} + 2K_g$ 的端点也落在波矢面上,这说明入射光波矢 k_{e1} 和 k_{e2} 经由 $2K_g$ 光栅衍射出寻常偏振的光波 k_{o1} 和 k_{o2} 。

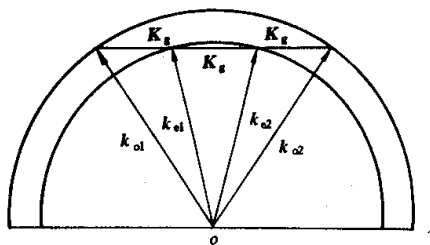


Fig. 1 Wave vector diagram of phase matching condition for anisotropic self-diffraction

* 国家自然科学基金(69977009)和哈尔滨工业大学校基金资助课题。

实验中所用晶体为 Ce : KNSBN 和 Mn : KNSBN, 两束异常偏振的 He-Ne 激光束分别以 θ' 、 $-\theta'$ 的角度对称入射到样品上, 在 $\theta' = 8.8^\circ$ 与利用相位匹配条件(1)式所得 $\theta' = 8.7^\circ$ 符合较好时观察到了各向异性自衍射现象, 如图 2 所示。实验中观察到, 在达到稳态后, 两入射光束之间的能量竞争是不存在的, 即光折变二波耦合过程是不存在的。此时挡上一束入射光, 在观察屏上可以看到, 除了两束各向异性自衍射光外, 在另一束入射光束的透射方向也可观察到衍射光。

而理论分析表明各向同性自衍射在各向异性组态条件下是禁戒的, 这说明其能量来自于两束各向异性自衍射光的反作用。即入射光束 I_{e1} (I_{e2}) 经由各向异性自衍射向衍射光 I_{o1} 和 I_{o2} 转移能量, 而两束各向异性自衍射光 I_{o1} 和 I_{o2} 又分别通过 \mathbf{K}_g 光栅和 $2\mathbf{K}_g$ 光栅的作用向另一束入射光 I_{e2} (I_{e1}) 转移了能量。各向异性自衍射光 I_{o1} 和 I_{o2} 来自于两束入射光的共同作用。这与下面的耦合波理论分析是一致的。

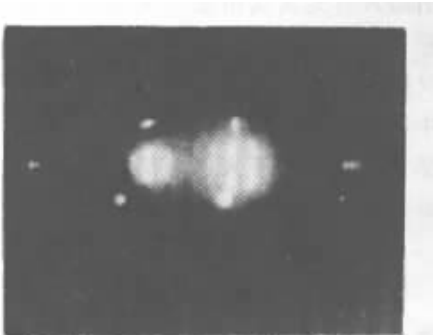


Fig. 2 Anisotropic self-diffraction pattern in Ce:KNSBN with $2\theta' = 17.6^\circ$

3 耦合波方程及其数值解

在晶体中, 异常偏振的写入光 k_{e1} 和 k_{e2} 在 xy 平面与 x 轴夹角分别为 θ 和 $-\theta$, 其偏振方向单位矢量 $e_{e1} = e_{e2} = (0, 0, 1)$; 寻常偏振的衍射光 k_{o1} 和 k_{o2} 在 xy 平面与 x 轴的夹角分别为 φ 和 $-\varphi$, 其偏振方向单位矢量为 $e_{o1} = (\sin\varphi, \cos\varphi, 0)$, $e_{o2} = (\sin\varphi, -\cos\varphi, 0)$ 。设波振幅只是 x 的函数, 则晶体中光波总场强可表示为:

$$\mathbf{E} = \sum_i \mathbf{E}_i = \sum_i A_i(x) \exp[-j(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})] \mathbf{e}_i. \quad (2)$$

\mathbf{r} 为位置矢量。各向异性光折变晶体中的矢量波动方程为:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) + \mathbf{kE} = 0. \quad (3)$$

复数波矢量 \mathbf{k} 满足

$$\mathbf{k} = k^2 \mu_r \boldsymbol{\varepsilon} + j\omega\mu\sigma, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \delta\boldsymbol{\varepsilon}, \quad (4)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ 为晶体的相对介电张量; k 为真空中光波矢量; ω 为光波角频率; μ_r 为介质磁导率; $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ 为真空中介电常数; 对于非磁性物质, 其相对磁导率 $\mu_r = 1$; 这里假设电导率 σ 不产生调制, 即只考虑相位光栅的衍射效应。本文将考虑空间电荷场的前两阶分量 E_1 、 E_2 对各向异性自衍射的作用。讨论中忽略二阶分量间的相互作用, 也忽略其对一阶空间电荷场的影响, 则空间电荷场可以用下式表示^[8]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_g = & \operatorname{Re}\{ E_1 \exp(j\mathbf{K}_g \cdot \mathbf{r}) + E_2 \exp(j2\mathbf{K}_g \cdot \mathbf{r}) \} = \\ & \operatorname{Re}\{ mE'_1 \exp(j\mathbf{K}_g \cdot \mathbf{r}) \mathbf{K} + \\ & m^2 E'_2 \exp(j2\mathbf{K}_g \cdot \mathbf{r}) \mathbf{K} \}, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 \mathbf{K}_g 为沿坐标轴 y 方向的干涉条纹的波矢, E'_1 、 E'_2 分别为 E_1 、 E_2 的大小, m 为干涉条纹调制度, 则相对介电张量的改变量可以写为:

$$\begin{aligned} \delta\boldsymbol{\varepsilon} = & \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1 \cos(\mathbf{K}_g \cdot \mathbf{r} + \phi_1) + \\ & \delta\boldsymbol{\varepsilon}_2 \cos(2\mathbf{K}_g \cdot \mathbf{r} + \phi_2), \end{aligned} \quad (6)$$

其中,

$$\begin{aligned} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1 = & -\boldsymbol{\varepsilon} \cdot (\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{E}_1) \cdot \boldsymbol{\varepsilon} = \\ & -mE'_1 [\boldsymbol{\varepsilon} \cdot (\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{K}) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}], \\ \delta\boldsymbol{\varepsilon}_2 = & -\boldsymbol{\varepsilon} \cdot (\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{E}_2) \cdot \boldsymbol{\varepsilon} = \\ & -m^2 E'_2 [\boldsymbol{\varepsilon} \cdot (\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{K}) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}], \end{aligned}$$

\mathbf{K} 为光栅波矢单位矢量, ϕ_1 和 ϕ_2 为空间电荷场基频分量和二阶分量相对于干涉图样的空间相移, $\boldsymbol{\gamma}$ 为电光张量。将(2)式代入波动方程(3)式, 利用相位匹配条件(1)式, 采用振幅慢变化近似^[9], 可得耦合波方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{dA_{e1}}{dx} - \frac{\mu\sigma}{2n_e \cos\theta} A_{e1} = & \frac{k \sin\phi_1}{4n_e \cos\theta} (-e_{e1} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1 e_{e2} A_{e2} + \\ & e_{e1} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1 e_{o1} A_{o1}) - \frac{k \sin\phi_2}{4n_e \cos\theta} e_{e1} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_2 e_{o2} A_{o2}, \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_{e2}}{dx} - \frac{\mu\sigma}{2n_e \cos\theta} A_{e2} = & \frac{k \sin\phi_1}{4n_e \cos\theta} (e_{e2} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1 e_{e1} A_{e1} - \\ & e_{e2} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1 e_{o2} A_{o2}) + \frac{k \sin\phi_2}{4n_e \cos\theta} e_{e2} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_2 e_{o1} A_{o1}, \end{aligned} \quad (7b)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_{o1}}{dx} - \frac{\mu\sigma}{2n_o \cos\varphi} A_{o1} = & -\frac{k \sin\phi_1}{4n_o \cos\varphi} (e_{o1} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1 e_{e1} A_{e1} - \\ & \frac{k \sin\phi_2}{4n_o \cos\varphi} e_{o1} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_2 e_{e2} A_{e2}), \end{aligned} \quad (7c)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_{o2}}{dx} - \frac{\mu\sigma}{2n_o \cos\varphi} A_{o2} = & \frac{k \sin\phi_1}{4n_o \cos\varphi} (e_{o2} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_1 e_{e2} A_{e2} + \\ & \frac{k \sin\phi_2}{4n_o \cos\varphi} e_{o2} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_2 e_{e1} A_{e1}). \end{aligned} \quad (7d)$$

如果用两束相干平面光波 I_{e1} 、 I_{e2} 对称地照射到光折变晶体上,如图 1 所示,它们在晶体内相干形成的干涉条纹的光强分布为

$$I = I_{e1} + I_{e2} + 2\sqrt{I_{e1}I_{e2}}\cos(\mathbf{K}_g \cdot \mathbf{r}) = I_0[1 + m\cos(\mathbf{K}_g \cdot \mathbf{r})], \quad (8)$$

式中入射总光强 $I_0 = I_{e1} + I_{e2}$, 根据光折变效应理论,导致产生光栅调制(对应的相对介电张量调制)的空间电荷场 E 沿 \mathbf{K}_g 方向,即调制空间电荷只有 y 分量。因此在晶体 c 轴垂直于入射面的实验配置情形下,由空间电荷场前两阶分量所产生的调制介电张量的形式为

$$\delta\epsilon_j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{42}E_j n_o^2 n_e^2 \\ 0 & \gamma_{42}E_j n_o^2 n_e^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (j = 1, 2). \quad (9)$$

晶体中总光强 $I = \sum_i I_i = \sum_i |A_i|^2$ (i 表示 $e1, e2, o1, o2$), 代入(7)式,忽略晶体吸收的影响,可以得到光强耦合方程:

$$\frac{dI_{e1}}{dx} = \frac{\Gamma_1}{I_0} I_{e2} I_{e1} - \frac{\Gamma_2 I_{e1}}{I_0} \sqrt{I_{o1} I_{e2}} - \frac{\Gamma_3 I_{e2} I_{e1}}{I_0^2} \sqrt{I_{o2} I_{e1}}, \quad (10a)$$

$$\frac{dI_{e2}}{dx} = -\frac{\Gamma_1}{I_0} I_{e1} I_{e2} - \frac{\Gamma_2 I_{e2}}{I_0} \sqrt{I_{o2} I_{e1}} - \frac{\Gamma_3 I_{e1} I_{e2}}{I_0^2} \sqrt{I_{o1} I_{e2}}, \quad (10b)$$

$$\frac{dI_{o1}}{dx} = \frac{\Gamma_2 I_{e1}}{I_0} \sqrt{I_{e2} I_{o1}} + \frac{\Gamma_3 I_{e1} I_{e2}}{I_0^2} \sqrt{I_{e2} I_{o1}} \quad (10c)$$

$$\frac{dI_{o2}}{dx} = \frac{\Gamma_2 I_{e2}}{I_0} \sqrt{I_{e1} I_{o2}} + \frac{\Gamma_3 I_{e1} I_{e2}}{I_0^2} \sqrt{I_{e1} I_{o2}} \quad (10d)$$

式中光栅耦合系数

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= 0, \\ \Gamma_2 &= \frac{k \sin \phi_1}{n_e \cos \theta} E_1 n_o^2 n_e^2 \gamma_{42} \cos \varphi = \\ &= \frac{k \sin \phi_1}{n_o \cos \varphi} E_1 n_o^2 n_e^2 \gamma_{42} \cos \varphi, \\ \Gamma_3 &= \frac{2k \sin \phi_2}{n_e \cos \theta} E_2 n_o^2 n_e^2 \gamma_{42} \cos \varphi = \\ &= \frac{2k \sin \phi_2}{n_o \cos \varphi} E_2 n_o^2 n_e^2 \gamma_{42} \cos \varphi. \end{aligned}$$

γ_{42} 为一个电光张量元。由耦合波方程(10)式不难看出, $\Gamma_1 = 0$ 说明光束 I_{e2} 和 I_{e1} 之间不存在光能转移,即普通意义上的二波耦合过程是不存在的。若

$\Gamma_2 > 0$, 四波耦合项 $\frac{\Gamma_2 I_{e1}}{I_0} \sqrt{I_{e2} I_{o1}}$ 和 $\frac{\Gamma_2 I_{e2}}{I_0} \sqrt{I_{e1} I_{o2}}$ 的作用是利用一阶光栅使光能在光束 I_{e2} 与 I_{o1} 和光束 I_{e1} 与 I_{o2} 之间转移;另一类四波耦合作用项 $\frac{\Gamma_3 I_{e1} I_{e2}}{I_0^2} \sqrt{I_{o2} I_{e1}}$ 和 $\frac{\Gamma_3 I_{e1} I_{e2}}{I_0^2} \sqrt{I_{o1} I_{e2}}$, 在 $\Gamma_2 > 0$ 时必有 $\Gamma_3 < 0$ ^[7], 其结果是利用二阶光栅使光能在光束 I_{e1} 与 I_{o2} 和光束 I_{e2} 与 I_{o1} 之间转移,即各向异性自衍射光 I_{o1} 和 I_{o2} 是由两部分组成的,一部分来自于二阶光栅的衍射,另一部分来自于二阶光栅的衍射。

方程组(10)式是一组非线性耦合方程,利用洛格-库塔法可以得到其数值解,其结果如图 3 所示。

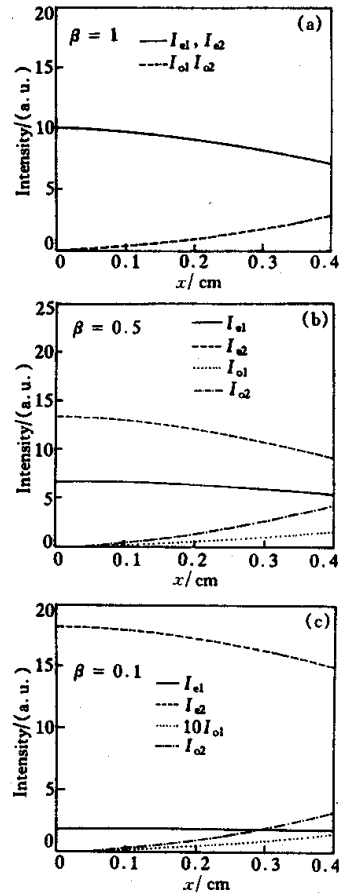


Fig. 3 Numerical results of light intensity I_i ($i = e1, e2, o1, o2$) with the thickness of crystal

实验中观测到,当用一入射光束 I_{e1} 去读出所记录的相位栅时,通过一阶光栅衍射所得到各向异性自衍射光 I_{o1} 的衍射效率,是通过二阶光栅衍射所得到的各向异性自衍射光 I_{o2} 的 16 倍,而衍射效率正比于相应的调制空间电荷场的强度的平方,这说

明空间电荷场基频分量强度是二阶分量强度的 4 倍,即 $E'_1 = 4E'_2$; 对于由扩散场所激发的折射率相位光栅,空间电荷场前两阶分量相对于干涉图样的空间相移 ϕ_1 和 ϕ_2 可近似取为 90° , 因此取 $\Gamma_2 = 8$, $\Gamma_3 = -4$; $I_{o1}(0)$ 和 $I_{o2}(0)$ 不能取零值,因为计算过程需要一定的种子光束来启动^[2]。图 3 中的曲线分别代表光强 I_{e1} 、 I_{e2} 、 I_{o1} 和 I_{o2} 随晶体厚度 x 的变化。

结论 在晶体光轴垂直于入射面的各向异性实验组态下,对掺杂 KNSBN 晶体的各向异性自衍射过程进行了理论分析和实验观测,给出了包含空间电荷场前两阶分量作用的各向异性自衍射的耦合波方程及其数值解。理论分析和实验结果都表明各向异性自衍射光来自于两束入射光的共同作用。对于晶体光轴 c 垂直于入射面的各向异性组态,通常意义下的双光束耦合是禁戒的,而各向异性自衍射是允许的。光折变晶体各向异性自衍射的研究对于了解光致散射的产生机制和了解晶体内部的结构参量信息有着重要的意义。

参 考 文 献

[1] Wang Feng, Liu Liren, Yan Xiaona. Anisotropic conical

scattering and isotropic oscillation in Cu:KNSBN. *J. Modern Opt.*, 1998, **45**(8):1645~1652

[2] Jiang Yongyuan, Li Yan, Sun Xiudong *et al.*. Coupled wave analysis of anisotropic conical diffraction in doped ($K_{0.5}Na_{0.5}$)₂($Sr_{0.61}Ba_{0.39}$)₉Nb₂O₆ Crystals. *J. Appl. Phys.*, 1997, **82**(5):2017~2022

[3] Kukhtarev N V, Kratzig E, Kulich H C *et al.*. Anisotropic self-diffraction in BaTiO₃. *Appl. Phys. (B)*, 1984, **35**(1):17~21

[4] Voit E, Gunter P. Photorefractive spatial light modulation by anisotropic self-diffraction in KNbO₃ crystals. *Opt. Lett.*, 1987, **12**(10):769~771

[5] Troth R C, Dainty J C. Holographic interferometry using anisotropic self-diffraction in Bi₁₂SiO₂₀. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(1):53~55

[6] Sun C C, Chang M W, Hsu K Y. Matrix-matrix multiplication by using anisotropic self-diffraction in BaTiO₃. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(20):4501~4507

[7] Sun C, Wang B, Chang J. Photorefractive incoherent-to-coherent optical converter based on anisotropic self-diffraction in BaTiO₃. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(35):8247~8253

[8] Saxena R, Chang T Y. Perturbative analysis of higher-order photorefractive gratings. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1992, **9**(8):1467~1472

[9] Kogelnik H. Coupled wave theory for thick holographic gratings. *Bell. Sys. Tech. J.*, 1969, **48**(9):2909~2947

Coupled Wave Analysis of Anisotropic Self-Diffraction in Doped KNSBN Crystals

Jiang Yongyuan Zhou Zhongxiang Li Yan Sun Xiudong

(Department of Applied Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

(Received 17 January 2000; revised 2 June 2000)

Abstract: Anisotropic self-diffraction in doped KNSBN crystals for the anisotropic experimental configuration is studied experimentally and theoretically where the c -axis is perpendicular to the incident plane. The set of coupled wave equations and its numerical solutions taking the first two order space-charge field into account are presented. Both theoretical analysis and experimental results show that anisotropic self-diffracted light originates from the contribution of both incident beams.

Key words: anisotropic self-diffraction; coupled wave equation; space-charge field