

文章编号 : 0253-2239(2001)07-0846-04

基于人的视觉特征的双正交小波基的构造*

胡海平 莫玉龙

(上海大学延长校区通信学院 , 上海 200072)

摘要 : 构造了一个与人的视觉系统模型的调制转移函数相近似的紧支撑双正交小波基。文中采用遗传算法 , 寻找一个紧支撑双正交小波函数 , 使它与调制转移函数在频域中相近似。同时将所构造的双正交小波基用于图像压缩 , 并将它与其它双正交小波进行比较。实验结果表明 , 所构造的紧支撑双正交小波基与 Daubechies 的 9/3 小波相比较有更高的压缩比 , 与 9/7 小波相比压缩性能相当 , 但计算量更小 , 它更适合于纹理图像的压缩。

关键词 : 人的视觉系统 ; 紧支撑双正交小波基 ; 调制转移函数

中图分类号 : TN919.8 文献标识码 : A

1 引 言

由于小波具有多分辨率分析的特性 , 并且在图像压缩过程中不会产生分块效应 , 所以近年来 , 它一直受到人们的关注。目前 , 基于小波变换的图像压缩的研究 , 主要集中在两个方面 : 一是寻找适合图像压缩的小波基来对图像进行分解。早在 1988 年 , Daubechies 就已构造了具有紧支撑的正交小波^[1] , 但是具有紧支撑的正交小波(除 Haar 基外)不具有线性相位 , 后来 Cohen 和 Daubechies 等人在放宽正交性的条件下 , 构造出了具有紧支撑的双正交小波^[2] , 同时 Vetterli 和 Herley 在频域上利用 Diophantine 方程和连分式的方法也构造出了具有紧支撑的双正交小波^[3] , 这类小波一般都具有线性相位 , 因此较适合于图像压缩。另外 , Ramchandran 和 Vetterli 利用小波包的方法^[4] , 对图像进行分解 , 这种分解具有较好的自适应性。除这些方法外 , 还有一些其它的方法 , 例如 , 最近人们又提出了第二代小波分解的方法^[5]。总之 , 小波变换的目的是除去图像的相关性。其次是编码算法 , 在基于小波变换的图像压缩编码过程中 , 主要采用的编码算法有零树编码^[6] , 基于集合分割的层次树算法^[7] , 空间-频率量化^[8] , 矢量量化^[9]和格型矢量量化等方法。这些编码算法一般是利用了小波系数间所存在的冗余 , 例如零树编码 , 基于集合分割的层次树算法以及空间-频率量化等编码方法就是利用小波变换分解过程中 , 相同方向和相同位置而不同层次间的小波系

数所具有的相关性。

由于图像信息是靠人的视觉来感觉的 , 因此在图像压缩的过程中 , 除了利用图像像素间的冗余和编码冗余外 , 还应充分利用人的视觉系统的冗余。利用人的视觉特性进行图像压缩的工作大致有两个方面 : 有人将小波变换后所获的小波系数在量化过程中利用人的视觉系统(HVS)来对小波系数进行量化^[10,11] ; 也有人采用对离散余弦变换(DCT)变换后的系数用人的视觉系统进行加权的方法^[12] , 使得权值后的变换系数与人的视觉系统相匹配。这些利用视觉冗余的方法 , 在图像压缩的过程中取得了一定的压缩效果。本文将构造一个与人的视觉系统的调制转移函数相接近的紧支撑双正交小波函数 , 使得变换后的小波系数更接近于人的视觉特性 , 这样在图像压缩的过程中既可省略对变换系数进行加权运算等步骤 , 又能定量地体现人的视觉特性。

2 紧支撑双正交小波基的构造

Mannos 和 Sarison 等人^[13]已通过大量的实验 , 建立了下列的调制转移函数模型 :

$A(\xi) = 2.6(0.192 + 0.114\xi) \exp[-(0.114\xi)^{-1}]$.
由文献 [2] 中的定理 3.8 可知 , 如果 $\{h_n\}$ 和 $\{\tilde{h}_n\}$ 是

满足 $\sum_n h_n \tilde{h}_{n+2k} = \delta_{k,0}$ 的两个有限实数序列 , 定义

$$m_0(\xi) = 2^{-1/2} \sum_n h_n \exp(-in\xi) ,$$

$$\tilde{m}_0(\xi) = 2^{-1/2} \sum_n \tilde{h}_n \exp(-in\xi) ,$$

$$\varphi(\xi) = (2\pi)^{-1/2} \prod_{j=1}^{\infty} m_0(2^{-j}\xi) ,$$

* 国家自然科学基金(69875009)资助项目。

收稿日期 2000-05-25 ; 收到修改稿日期 2000-06-28

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(\xi) &= (2\pi)^{-1/2} \prod_{j=1}^{\infty} \tilde{m}_0(2^{-j}\xi), \\ \varphi(x) &= \sum_n (-1)^n \tilde{h}_{-n+1} \varphi(2x-n), \\ \tilde{\varphi}(x) &= \sum_n (-1)^n h_{-n+1} \tilde{\varphi}(2x-n), \end{aligned}$$

并假定有常数 C, ϵ , 它们都大于 0, 使得

$$\begin{aligned} |\varphi(\xi)| &\leq C(1+|\xi|)^{-1/2-\epsilon}, \\ |\tilde{\varphi}(\xi)| &\leq C(1+|\xi|)^{-1/2-\epsilon}, \end{aligned}$$

则 $\psi_{j,k}(x) = 2^{-j/2} \varphi(2^{-j}x-k)$ 构成 $L^2(R)$ 的一个框架, 并且其对偶框架为

$$\tilde{\psi}_{j,k}(x) = 2^{-j/2} \tilde{\varphi}(2^{-j}x-k).$$

另外, 如果 $m_0(\xi)$ 和 $\tilde{m}_0(\xi)$ 写成

$$\begin{aligned} m_0(\xi) &= \left(\frac{1+e^{-i\xi}}{2}\right)^L F(\xi), \\ \tilde{m}_0(\xi) &= \left(\frac{1+e^{-i\xi}}{2}\right)^{\tilde{L}} \tilde{F}(\xi), \end{aligned}$$

并有整数 k, \tilde{k} 都大于 0, 使得

$$\begin{aligned} B_k &= \max_{\xi} |F(\xi) \dots F(2^{k-1}\xi)|^{1/k} < 2^{L-1/2}, \\ \tilde{B}_{\tilde{k}} &= \max_{\xi} |\tilde{F}(\xi) \dots \tilde{F}(2^{\tilde{k}-1}\xi)|^{1/\tilde{k}} < 2^{\tilde{L}-1/2} \end{aligned}$$

成立, 则上面定义的 $\varphi(x)$ 与 $\tilde{\varphi}(x)$ 构成一对双正交小波. 由

$$\sum_n h_n \tilde{h}_{n+2k} = \delta_{k,0}$$

可得

$$m_0(\xi) \overline{\tilde{m}_0(\xi)} + m_0(\xi + \pi) \overline{\tilde{m}_0(\xi + \pi)} = 1,$$

同时要想 $m_0(\xi)$ 和 $\tilde{m}_0(\xi)$ 具有线性相位, 则

$$\left. \begin{aligned} m_0(\xi) &= [\cos(\xi/2)]^{2l} p_0(\cos\xi), \\ \tilde{m}_0(\xi) &= [\cos(\xi/2)]^{2\tilde{l}} \tilde{p}_0(\cos\xi), \end{aligned} \right\} (1)$$

或者

$$\left. \begin{aligned} m_0(\xi) &= [\cos(\xi/2)]^{2l+1} p_0(\cos\xi) e^{-i\xi/2}, \\ \tilde{m}_0(\xi) &= [\cos(\xi/2)]^{2\tilde{l}+1} \tilde{p}_0(\cos\xi) e^{-i\xi/2}, \end{aligned} \right\} (2)$$

其中 l, \tilde{l} 为正整数, $p_0(\cos\xi)$ 和 $\tilde{p}_0(\cos\xi)$ 必须满足

$$\begin{aligned} p_0(\cos\xi) \tilde{p}_0(\cos\xi) &= \sum_{n=0}^{k-1} \binom{k-1+n}{n} \left(\sin^2 \frac{\xi}{2}\right)^n + \\ &\quad \left(\sin^2 \frac{\xi}{2}\right)^k R(\cos\xi), \end{aligned}$$

其中 $R(x)$ 为奇多项式, 在 (1) 式情形下, $k = l + \tilde{l}$, 在 (2) 式情形下, $k = l + \tilde{l} + 1$. 这里我们取 $l = 1, \tilde{l} = 1, k = 2$. 为了方便起见, 取 $R(\cos\xi) = a \cos\xi$, 这里 a 为待定参数, 取 $\tilde{\varphi}(x)$ 为二次 B 样条函数, 则

$$\tilde{m}_0(\xi) = \left(\cos \frac{\xi}{2}\right)^2, \quad \tilde{\varphi}(\xi) = \left[\frac{\sin(\xi/2)}{\xi/2}\right]^2,$$

因此有

$$\begin{aligned} m_0(\xi) &= [\cos(\xi/2)]^2 \times \\ &\quad \left[1 + 2\left(\sin \frac{\xi}{2}\right)^2 + a\left(\sin \frac{\xi}{2}\right)^4 \cos\xi\right] = \\ &\quad \left(\frac{1+e^{-i\xi}}{2}\right)^2 e^{-i\xi/2} \times \\ &\quad \left[1 + 2\left(\sin \frac{\xi}{2}\right)^2 + a\left(\sin \frac{\xi}{2}\right)^4 \cos\xi\right]. \end{aligned}$$

又由

$$\tilde{\psi}(x) = \sum_n (-1)^n h_{-n+1} \tilde{\varphi}(2x-n),$$

$$\text{得 } \tilde{\psi}(\xi) = -\exp\left(-\frac{\xi}{2}i\right) m_0\left(\frac{\xi}{2} + \pi\right) \overline{\tilde{\varphi}\left(\frac{\xi}{2}\right)},$$

所以

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}(\xi) &= -e^{-i\xi/2} \left(\sin \frac{\xi}{4}\right)^2 \times \\ &\quad \left[1 + 2\cos^2 \frac{\xi}{4} - a\cos^4 \frac{\xi}{4} \cos \frac{\xi}{2}\right] \left[\frac{\sin(\xi/4)}{\xi/4}\right]^2. \end{aligned}$$

下面寻找一个合适的参数 a , 使得 $\tilde{\psi}(\xi)$ 与人的视觉系统的调制转移函数 $A(\xi)$ 相接近, 并保证对某一个正整数 k 使

$$\max_{\xi} |F(\xi) \dots F(2^{k-1}\xi)|^{1/k} < 2^{L-1/2}, \quad (3)$$

成立, 其中

$$F(\xi) = e^{i\xi} \left[1 + 2\sin^2\left(\frac{\xi}{4}\right) + a\sin^4\left(\frac{\xi}{4}\right) \cos\left(\frac{\xi}{2}\right)\right].$$

首先, 将 $\varphi(\xi)$ 与 $A(\xi)$ 归一化为 $\bar{\varphi}(\xi)$ 与 $\bar{A}(\xi)$, 令

$$T(a, \lambda_0, \xi_0) = \int_0^{40} \left| -e^{i\xi/2} \bar{\varphi}(\xi/\lambda_0 + \xi_0) - \bar{A}(\xi) \right| d\xi,$$

然后选择合适的参数 a, λ_0, ξ_0 , 使得 $T(a, \lambda_0, \xi_0)$ 为最小, 同时, 还必须保证 (3) 式成立.

为了寻找合适的参数 a, λ_0, ξ_0 , 我们采用遗传算法^[14]. 以 $T(a, \lambda_0, \xi_0)$ 作为个体适应度, (a, λ_0, ξ_0) 作为个体. 首先对参数 a, λ_0, ξ_0 进行个体编码, 然后通过选择、杂交和变异运算, 最后得出的结果为: 当 $a = -0.8, \lambda_0 = 4, \xi_0 = 1.7$ 时, $T(a, \lambda_0, \xi_0)$ 为最小. 在图 1 中给出了归一化函数 $\bar{\varphi}(\xi/4)$ 和

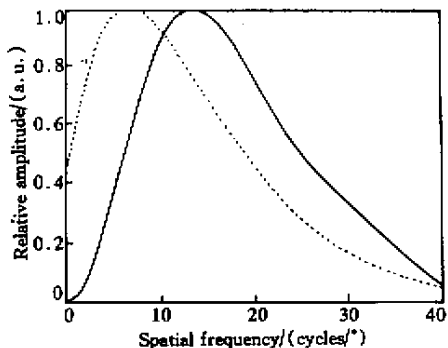


Fig. 1 The solid line is the curve of normalized $\tilde{\psi}(\xi/4)$, the dash line is the curve of MTF $A(\xi)$

$\bar{A}(\xi)$ 的曲线。

$$m_0(\xi) = \left(\cos \frac{\xi}{2} \right)^2 \times \left[1 + 2\sin^2 \left(\frac{\xi}{2} \right) - 0.8\sin^4 \left(\frac{\xi}{2} \right) \cos \xi \right],$$

所以,所构造的紧支撑双正交小波相对应的两个低通滤波器为

$$\begin{aligned} \sqrt{2}h_n &= \{-0.00625, 0.0125, -0.125, 0.2375, \\ &0.7625, 0.2375, -0.125, 0.0125, -0.00625\}, \\ \sqrt{2}\tilde{h}_n &= \{1/4, 1/2, 1/4\}, \end{aligned}$$

此滤波器就相当于文献[9]中的 9/3 小波滤波器。

3 实验结果

实验结果如图 2 和图 3 所示。这里采用的是文献[10]中的编码算法,量化方法采用的是—致量化,使用的图像为 256 pixel × 256 pixel 的灰度图像。

表 1 的实验结果表明,本文所构造的紧支撑双

正交小波与图像压缩中一般所采用的 9/7 小波相比较,其压缩比基本相似;与文献[9]中的 9/3 小波相比较,其压缩比有明显的提高;从计算的复杂性角度来说,它比 9/7 小波具有更小的计算量。表中 bpp 表示每个像素的比特数。

表 2 的实验结果表明,对纹理较丰富的图像,如 Baboon 和指纹图像来说,采用本文所构造的小波,有更好的压缩效果。它对纹理图像的压缩有很好的应用前景。

Table 1. The results of image Lena compression

bite rate /bpp	constructed wavelet PSNR/dB	9/3 wavelet in reference [9] PSNR/dB	9/7 wavelet PSNR/dB
0.25	30.60	30.23	31.16
0.35	34.44	33.80	33.90
0.45	36.57	35.67	35.44
0.55	38.01	37.77	36.97



Fig.2 The compressed baboon image by constructed wavelet and Daubechies wavelet. (a) Original baboon image ;(b) Compressed baboon image by constructed wavelet PSNR = 28 dB , bite rate is 0.50 bpp ;(c) Compressed baboon image by Daubechies 9/7 wavelet PSNR = 28 dB , bite rate is 0.53 bpp

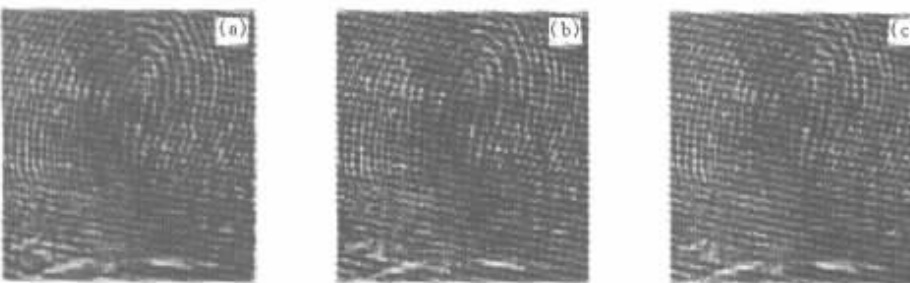


Fig.3 The compressed fingerprint image by constructed wavelet and Daubechies wavelet. (a) Original fingerprint image ;(b) Compressed fingerprint image by constructed wavelet PSNR = 30 dB , bite rate is 0.339 bpp ;(c) Compressed fingerprint image by Daubechies 9/7 wavelet PSNR = 30 dB , bite rate is 0.348 bpp

Table 2. The results of image baboon and fingerprint compression

bite rate /bpp	baboon		fingerprint	
	constructed wavelet PSNR/dB	9/7 wavelet PSNR/dB	constructed wavelet PSNR/dB	9/7 wavelet PSNR/dB
0.40	26.66	26.36	31.71	31.45
0.50	28.00	27.75	34.13	33.34
0.60	29.45	28.56	35.90	34.54
1.00	32.44	31.00	38.52	38.94

参 考 文 献

- [1] Daubechies I. Orthogonal bases of compactly supported wavelets. *Commun. Pure Appl. Math.*, 1988, **XI** :909 ~ 996
- [2] Cohen A, Daubechies I, Feauveau J C. Biorthogonal bases of compactly supported wavelets. *Commun. Pure Appl. Math.*, 1992, **XLV** 485 ~ 560
- [3] Vetterli M, Herley C. Wavelets and filter banks : theory and design. *IEEE Tran. On Signal Processing*, 1992, **40**(9): 2207 ~ 2231
- [4] Ramchandran K, Vetterli M. Best wavelet packet bases in rate-distortion sense. *IEEE Tran. Image Proc.*, 1993, **2** (2):160 ~ 175
- [5] Swelden W. The Lifting scheme : A custom-design construction of biorthogonal wavelets. *J. Appl. and Comput. Harmonic Analysis*, 1996, **3**(2):186 ~ 200
- [6] Shapiro J M. An embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients. *IEEE Tran. Signal Proc.*, 1993, **41** (12) 3445 ~ 3462
- [7] Said A, Pearlman W A. A new , fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees. *IEEE Tran. Circuits Syst. Video Technol.*, 1996, **6**(3) 243 ~ 250
- [8] Xiong Z, Ramchandran K, Orchard M T. Space-frequency quantization for wavelet image coding. *IEEE Tran. Image Processing*, 1997, **6**(6) 677 ~ 693
- [9] Antonini M, Barlaud M, Mathieu M *et al.*. Image coding using wavelet transform. *IEEE Tran. Image Processing*, 1992, **1**(2) 205 ~ 221
- [10] Lewis A S, Knowles G. Image compression using the 2-D wavelet transform. *IEEE Tran. Image Processing*, 1992, **1** (4) 244 ~ 250
- [11] Kim Y, Choi I, Lee I *et al.*. Wavelet transform image compression using human visual characteristics and a tree structure with a height attribute. *Opt. Engng*, 1996, **35** (1) 204 ~ 212
- [12] Nill N B. A visual model weighted cosine transform for image compression and quality assessment. *IEEE Tran. Commun.*, 1985, **33**(3) 551 ~ 557
- [13] Mannos J L, Sakrison D J. The efficiencies of visual fidelity criterion on the encoding of images. *IEEE Tran. Inform. Theory*, 1974, **20**(4) 525 ~ 536
- [14] 周 明 孙树栋. 遗传算法原理及应用. 北京 :国防工业出版社, 1999.

Construction of Biorthogonal Wavelet Based on Human Visual System

Hu Haiping Mo Yulong

(School of Communication and Information Engineering , Yanchang Campus ,
Shanghai University , Shanghai 200072)

(Received 25 May 2000 ; revised 28 June 2000)

Abstract : A new method is presented to construct a kind of compactly supported biorthogonal wavelet based on human visual system. The genetic algorithms are used to find a compactly supported biorthogonal wavelet so that the constructed wavelet can approximate the modulation transform function for HVS. The constructed wavelet is applied to image compression coding in the experiments. The experimental results indicate that the quality of construction with the new kind of wavelet is equivalent to 9/7 biorthogonal wavelets in the condition of the same bit rate ,but computational load is less. It has a good performance of construction specially for texture image compression coding.

Key words : human visual system ; compactly supported biorthogonal wavelet ; modulation transform function