

文章编号 : 0253-2239(2001)06-0696-06

# 弱散射屏的像面散斑自相关函数特性的实验研究<sup>\*</sup>

张宁玉 刘德丽 滕树云 亓东平 程传福

(山东师范大学物理系, 济南 250014)

摘要: 在对随机弱散射屏进行表面参数的原子力显微镜测量和建立了门积分取样平均的随机光强自相关函数测量系统的基础上, 对弱散射屏在严格像面和离焦像面上产生的散斑自相关函数进行了测量。发现在严格像面上, 散斑平均颗粒的大小随表面粗糙度增加而减小, 且光强自相关函数次极大的相关间隔宽度随粗糙度增加而减小; 而次极大的起伏随粗糙度的增大而增大; 在离焦像面上, 离焦量的增加使光强的自相关函数下降变得平滑, 并使极小值点和次极大点变得不明显或者消失。

关键词: 弱散射屏; 像面散斑; 自相关函数

中图分类号: TN247 文献标识码: A

## 1 引 言

散斑光强的自相关函数如同散斑光强的概率密度函数一样, 是描述散斑场特性的基本函数。众所周知, 对于表面的方均偏差粗糙度远大于照明光波波长的强散射体来说, 散斑光强自相关函数只与散射孔径有关, 并早已有成熟的理论结果和显式关系<sup>[1,2]</sup>, 目前实验上关于散斑自相关函数的研究多数也是针对强散射体的<sup>[3-5]</sup>。对于弱散射体来说, 其表面的方均偏差粗糙度小于照明光波波长<sup>[2]</sup>, 实验表明其散斑光强的自相关函数与表面特性有明显的关系。

就我们所知, 在理论上还没有关于弱散射体的散斑光强自相关函数与表面以及光路参数之间的显式关系, 实验上它们之间关系的研究也很少见。我们认为, 理论研究中的困难在于: 1) 在菲涅耳或夫琅和费衍射几何中, 关于光强自相关函数计算的一般表达式中涉及表面相关间隔的双重指数函数的积分<sup>[6-8]</sup>, 其计算十分困难; 2) 在成像几何中, 则涉及上述双重指数函数与成像系统点扩展函数的卷积, 使理论计算更为困难。而在实验上, 一般光学系统中的照明孔径或透镜成像孔径比较大, 所产生的散斑颗粒的平均尺寸比较小, 这就要求光探测器的窗口要更小, 从而导致探测器所接受到的光能量很弱, 使电信号受噪声的影响比较明显, 因此对散斑自相关函数的精确实验测量比较困难。另外对散射体

表面参数的测量也往往受到实验条件和测量手段的限制。

在本文中, 我们对弱散射屏样品的表面形貌用原子力显微镜进行测量分析, 这是目前表面测量的权威手段, 建立了基于门积分技术的散斑光强及其自相关函数测量系统, 它能够有效地抑制噪声而不损及有用的光电信号, 从而可以减小探测器窗口。在此基础上, 我们对弱散射屏在像面附近产生的散斑光强的自相关函数进行了实验测量, 发现了自相关函数特性的一些未曾报道的现象。这些现象的发现在一定的光路和表面参数条件下得到了散斑光强自相关函数的具体分布形式及其特征, 这对于弱散射体的像面散斑光强自相关函数特征这一理论难点问题的进一步研究和最终解决具有有益的指导作用。另外, 在以前的散斑表面标定方法中, 一般是通过测量散斑对比度来测定表面参数的, 本文的实验结果所揭示的散斑自相关函数与表面参数之间的关系为散斑标定随机表面的新方法提供了实验依据, 这对与表面形貌分析有关的许多科学和技术领域如材料生长动力学、精密加工和光学元件制造等有潜在的应用上的意义。

## 2 弱散射屏表面参数的测量

本文所使用的随机弱散射屏为用 2000 目、1500 目和 1200 目的氧化铝粉末研磨的三块毛玻璃, 分别记为 1 号、2 号、3 号散射屏。片基为全息干版玻璃, 研磨后清水冲洗 5 小时, 洗去残留在表面上的粉末, 再用去离子水漂洗。用原子力显微镜(Park,

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(69978012)资助项目。

收稿日期: 2000-05-09; 收到修改稿日期: 2000-08-01

Autoprobe CP 接触模式 ,UL06 探针 )对三个散射屏进行表面高度的形貌测量。图 1 给出了测得的三个

散射屏高度分布的三维图像 ,扫描范围为  $100 \mu\text{m} \times 100 \mu\text{m}$  ,成像点阵为  $256 \times 256$ 。

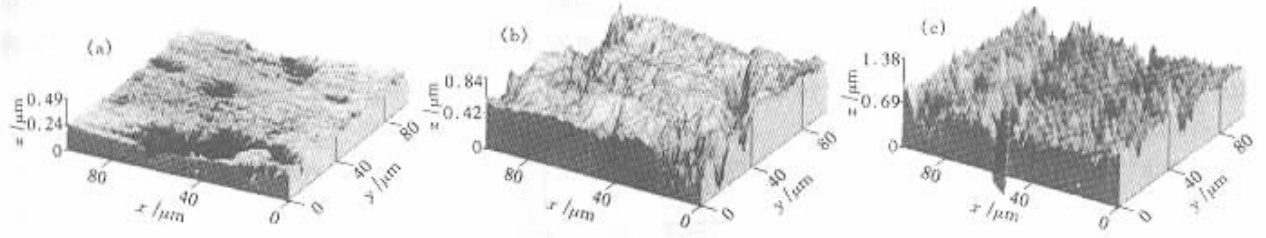


Fig. 1 The morphology of screens (a) No. 1 ,(b) No.2 ,(c) No.3 measured with AFM

为了准确起见 ,我们对每一个散射屏的三个不同区域进行测量 ,得到三幅图像 ,并由三幅图像的高度分布数据 ,计算得到该散射屏的三个均方偏差粗糙度值 ,取其平均值作为该散射屏均方偏差粗糙度的测量值。这样测得的 1 号、2 号、3 号散射屏的粗糙度分别为  $\omega_1 = 0.185 \mu\text{m}$ 、 $\omega_2 = 0.243 \mu\text{m}$ 、 $\omega_3 = 0.287 \mu\text{m}$ 。高度分布的自相关函数按下式计算：

$$R_h(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}) = h(\mathbf{r})h(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}) = R_h(\rho), \quad (1)$$

式中  $\mathbf{r}$  为散射屏平面内一点的位置坐标 , $h(\mathbf{r})$  为该点的高度 , $\rho = |\boldsymbol{\rho}|$  为散射屏平面两点间的距离 ,称之为相关间隔 ,上式中已假设散射屏是各向同性的。根据 (1) 式对每一个散射屏的三幅图像分别进行自相关函数的数值计算 ,并在相同的相关间隔处取平均后 ,得到该散射屏高度自相关函数的实验测量结

果如图 2 所示。随机表面的自相关函数通常可用下式来表示<sup>[7,9]</sup>：

$$R_h(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}) = \omega^2 \exp[-(\rho/\xi)^\alpha], \quad (2)$$

其中  $\xi$  为横向相关长度 ,即通常所说的散射颗粒的平均大小 , $\alpha$  为粗糙度指数 ,与表面的分形特征有关。用 (2) 式对三个散射屏的自相关函数进行拟合 ,拟合曲线如图 2 所示。拟合后得到的三个散射屏的  $\xi$  值分别为： $\xi_1 = 9.786 \mu\text{m}$ 、 $\xi_2 = 10.882 \mu\text{m}$ 、 $\xi_3 = 8.407 \mu\text{m}$  , $\alpha$  值分别为  $\alpha_1 = 0.350$ 、 $\alpha_2 = 0.382$ 、 $\alpha_3 = 0.318$ 。由这些结果可以看出 ,散射屏的横向相关长度  $\xi$  和粗糙度指数  $\alpha$  随研磨粉末的粒度变化并不明显 ;只是它们的方均偏差粗糙度随研磨粒度的增加而增大 ,但三个散射屏的  $\omega$  值都比  $0.6328 \mu\text{m}$  的 He-Ne 激光波长要小 ,因此 ,它们均为弱散射体。

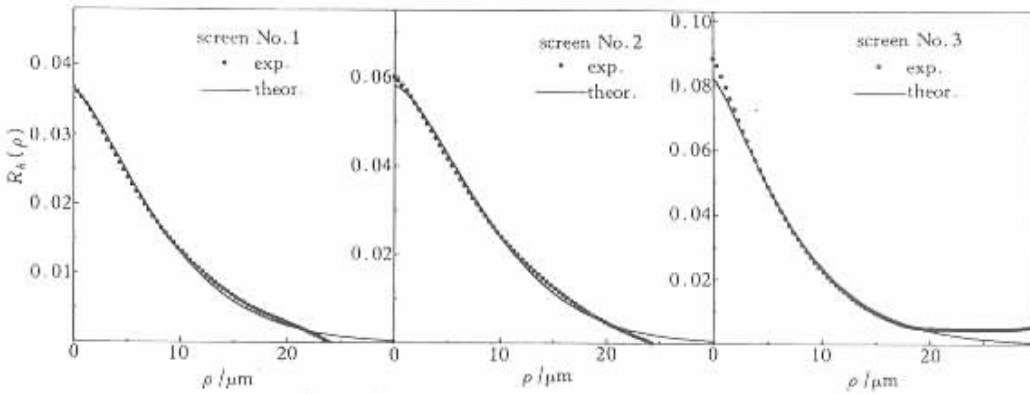


Fig. 2 Height autocorrelations (exp. ) and the self-affine fractal fits ( theor. ) of the 3 screens

### 3 基于门积分平均技术的散斑光强自相关函数测量系统

减小探测器窗口并有效地抑制光电噪声是提高散斑光强自相关函数测量准确性的关键和核心问题。为此我们建立了对光电信号进行门积分取样平均处理的散斑光强及其自相关函数的测量系统 ,其原理框图如图 3 所示。

波长为  $0.6328 \mu\text{m}$  的 He-Ne 激光束经扩束后

照明散射屏 ,由焦距  $f = 240 \text{ mm}$  的成像透镜对散射屏成像 ,透镜孔径为  $16 \text{ mm} \times 16 \text{ mm}$  ,成像放大率  $M = -1$ 。接收信号的光电倍增管 (PMT) 置于物体的严格像面或离焦像面内的光轴位置处 ,光电倍增管的端面上贴一直径为  $6 \mu\text{m}$  的针孔作为探测窗口 ,其离焦量  $\Delta$  通过一手动的移动平台进行调节。一行程为  $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$  的二维步进移动平台带动散射体在物平面内移动 ,使像面散斑场随之平移<sup>[10]</sup>。散射体每次步进位移之后 ,由光电倍增管将该点处的光强转化为电压信号 ,并由门积分器

(Boxcar)对该电压进行多次门积分取样并进行平均处理,平均后的电压送至16位模数转换卡AC1077,并由计算机读出经模数转换后的电压数值。然后开始下一个步进位移。AC1077具有8位数字开关量输出功能,对其进行写操作,可以使每一位均输出所

需的不同晶体管-晶体管逻辑电路(TTL)脉冲或电平。用其中的四位输出作为两个步进电机的转动控制脉冲和转动方向控制脉冲,控制散射体的水平和垂直步进位移一位输出触发门积分器的平均输出清零复位。

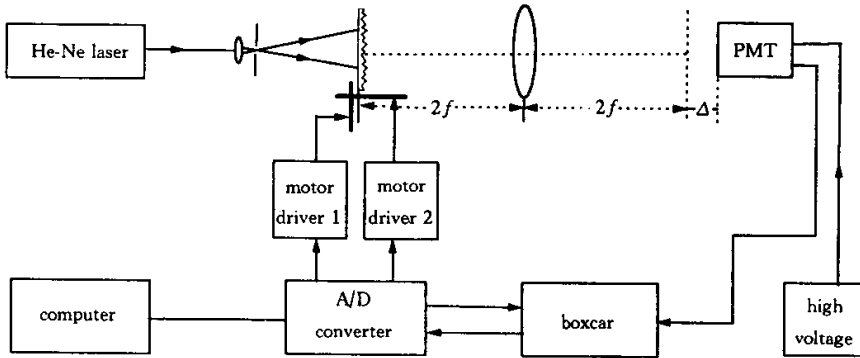


Fig. 3 The experimental setup for the autocorrelation measurement of image speckles

系统采集散斑光强分布数据的过程通过编程控制来完成。首先使散射体竖直向上移动一个步长  $2.5 \mu\text{m}$ ,再由 AC1077 模数转换卡向门积分器发出一个低电平脉冲,使门积分器清零。门积分器在内触发信号的触发下,一直以  $f_{\text{samp.}} = 20 \text{ kHz}$  的频率进行积分取样平均,预置其平均取样次数  $N = 1000$  即经过  $N$  次取样平均后,其平均输出达到稳定的值。根据取样平均原理可知<sup>[11]</sup>,平均后的信噪比提高了  $\sqrt{N} = \sqrt{1000} \approx 33$  倍。在门积分输出清零后,等待  $\tau = 50 \text{ ms}$ ,取样次数即达到  $f_{\text{samp.}} \tau = 1000$  (即预置取样次数)此时启动模数转换,由计算机读出门积分器输出的电压数值,作为散射体处于该位置时探测器窗口处的像面光强数值。然后散射体再向上移动一步,重复上述过程,得到散射体在下一位置处的光强数值。如此循环,直至散射体上行  $10 \text{ mm}$  后,得到一组由 4000 个点构成的散斑光强分布数据。散射体水平移动  $1 \text{ mm}$ ,并且在水平移动过程中,计算机停止采集数据。然后散射体下行  $10 \text{ mm}$ ,计算机进行与上行时相似的采集步骤,得到另一组散斑光强分布数据。

散斑光强自相关函数的定义为

$$R_f(x, y; \Delta x, \Delta y) = \overline{I(x, y)I(x + \Delta x, y + \Delta y)}, \quad (3)$$

其中  $\Delta x, \Delta y$  为相关的空间间隔,  $\overline{\quad}$  表示系综平均。由于相干光照明产生的像面散斑可近似地看作是各态历经的空间平稳随机过程,系综平均可用空间平均来代替,且  $R_f(x, y; \Delta x, \Delta y)$  与  $x, y$  无关,即  $R_f(x, y; \Delta x, \Delta y) = R_f(\Delta x, \Delta y)$ ,因此对于所测得

的每一组光强分布数据,自相关函数可按式计算:

$$R_f(\Delta x) = \frac{1}{4000 - n} \sum_{i=1}^{4000-n} I(i)I(i+n), \quad (4)$$

$$\Delta x = nd, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

其中  $d = 2.5 \mu\text{m}$  为散射体步进移动的步长,  $I(i)$  为散射体移动了  $i$  个步长时测得的像面光强数值。我们在计算中设定的  $n$  的最大值  $n_{\text{max}} = 40$  相应的最大相关间距  $\Delta x_{\text{max}} = n_{\text{max}}d = 100 \mu\text{m}$ 。根据(4)式对两组光强数据分别进行自相关函数的数值计算,并将它们在相同相关间隔处的平均值作为所测得的该相关间隔处自相关函数的值。

由于该测量系统采用了16位模数转换,光强的灰度等级达65536,使测量有很好的分辨精度。所采用的门积分平均信号处理技术能够有效地抑制光电噪声,与通常采用的对光电信号进行低通滤波处理相比<sup>[3~5]</sup>,它不会破坏有用的散斑光强信号,因此对散斑自相关函数的测量更为精确。

为了检验门积分取样平均的效果,我们以由240目的氧化铝粉末研磨的毛玻璃作为强散射体,对其像面散斑光强及其自相关函数进行了测量。实验所测得的结果与已有理论结果<sup>[2]</sup>吻合得很好。

## 4 实验结果与讨论

1号、2号、3号散射屏作为弱散射体,它们的散射特征是其散射光场由一个均匀的直透背景和一个漫散射成分构成,并且散射屏的粗糙度越小,直透背景越大,漫散射成分越小<sup>[7,8]</sup>。这一散射特性直接影响像面散斑光强的自相关函数。下面我们根据实

验结果分两种情况来讨论弱散射屏的像面散斑自相关函数的性质。

#### 4.1 严格像面上散斑光强的自相关函数随表面粗糙度的变化

图4给出了三个散射屏在严格像面上散斑光强归一化的自相关函数曲线,它们在以下几方面受表面特性的影响,而与我们熟知的强散射体的像面散斑自相关函数不同。

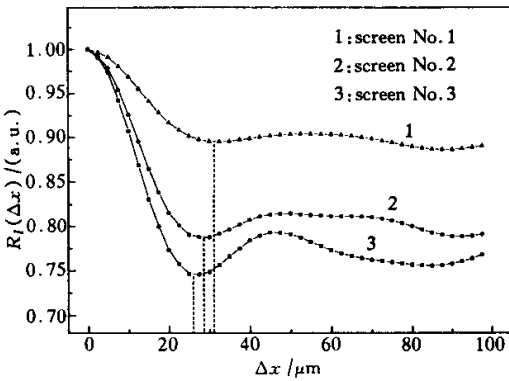


Fig. 4 The normalized autocorrelation functions on the focused image plane

1) 散斑颗粒的平均大小随表面粗糙度的变化。在图4中,用竖直虚线标出了三条自相关函数曲线的第一个极小值点的位置,该位置对应的相关间隔用 $\Delta x_s$ 表示,且 $\Delta x_s$ 的二倍通常定义为散斑颗粒的平均大小<sup>[1]</sup>。由这些实验结果可以看出,均方偏差粗糙度大的散射屏,其散斑自相关函数的 $\Delta x_s$ 略小。因此可得出这样的结论,对于弱散射体来说,随粗糙度的减小,散射体所产生的像面散斑颗粒的平均大小增加。这与强散射体产生的散斑场的平均颗粒大小与表面粗糙度无关是不同的。

2) 自相关函数的次极大。对于强散射体来说,像面散斑归一化的自相关函数的次极大所占的相关间隔的宽度为主极大的一半,极大值也与表面性质无关。但由图4的结果可以看出,对于弱散射体来说,散斑自相关函数次极大的极大值的起伏随表面粗糙度的增加而增大,它所对应的相关间隔的宽度明显大于主极大的一半,并随粗糙度的增加而减小。

3) 自相关函数在大相关间隔时的渐近值。图4的结果表明,在相关间隔 $\Delta x$ 较大时,自相关函数的渐近值随表面粗糙度的增加而减小。由于自相关函数在 $\Delta x = 0$ 时的取值为 $I^2$ ,在 $\Delta x$ 很大时的取值为 $I^2$ ,二者之差为散斑光强的涨落。光强涨落越小,散斑对比度也越小。对于粗糙度较小的散射屏,其散射光中的直透分量比较大而漫散射成分较少,

从而使其光强的涨落和散斑对比度变小,因此其自相关函数的渐近值比较大。

弱散射体产生的像面散斑的上述特性是由散射体的光散射特性和光学系统的成像条件共同决定的。由光散射理论知,各向同性散射体散射后的平均光强由一直透分量和一个以光轴为对称轴的平滑下降的散射轮廓组成。以 $P_1(x_1)$ 表示该散射轮廓在成像透镜所在的平面上的分布,则成像系统的有效孔径函数 $P(x_1)$ 应写为

$$P(x_1) = [P_1(x_1)]^{1/2} P_2(x_1), \quad (5)$$

其中 $P_2(x_1)$ 为透镜孔径的振幅透过函数。根据散斑光强相关的一般理论<sup>[1]</sup>,并考虑到散射平均光强中的直透分量仅在像面上形成一个均匀背景,从而可将像面散斑光强自相关函数的涨落项写为

$$\begin{aligned} \Delta I(x) \Delta I(x + \Delta x) &\propto \\ &\int |P(x_1)|^2 \exp[-i2\pi x_1(\lambda z)] dx_1 = \\ &\mathcal{F}\{P_1(x_1)\} \otimes \mathcal{F}\{|P_2(x_1)|^2\}, \quad (6) \end{aligned}$$

上式中 $\mathcal{F}\{\}$ 表示傅里叶变换,且变换的谱坐标 $f_{x_1} = \Delta x/\lambda z$ , $z = 2f$ 为像距, $\otimes$ 表示卷积运算。(6)式表明,散斑光强自相关函数的涨落项为散射轮廓函数的傅里叶变换与透镜孔径振幅透过函数模平方的傅里叶变换的卷积。

由于散射轮廓 $P_1(x_1)$ 是平滑下降的函数,它的傅里叶变换也是平滑下降的。但是由于透镜孔径 $P_2(x_1)$ 的截断,使有效孔径 $P(x_1)$ 模平方的傅里叶变换即散斑自相关函数的涨落项出现振荡,从而出现次极大。当散射屏的粗糙度较小时,光散射轮廓 $P_1(x_1)$ 的扩展范围也比较小<sup>[8,9]</sup>,则它降至比较小的值时才被透镜孔径截断,由此引起的 $|P(x_1)|^2$ 的突变相对较小,因此它的傅里叶变换的振荡也比较小。这是实验结果中散射屏粗糙度小,散斑相关函数的次极大的极大值起伏也小的原因。 $P_1(x_1)$ 比较小的扩展范围又使得在透镜孔径平面上的光能量集中在中心附近的区域,从而使有效孔径 $P(x_1)$ 的等效区域减小,导致 $|P(x_1)|^2$ 的傅里叶变换的扩展区域即散斑颗粒的平均大小 $\Delta x_s$ 增大。这正是随粗糙度减小散斑颗粒的平均大小增大的实验结果。也正是由于在小粗糙度散射屏的情况下,有效孔径函数的模平方 $|P(x_1)|^2$ 更多地取决于 $P_1(x_1)$ ,使 $P_1(x_1)$ 的傅里叶变换和 $|P_2(x_1)|^2$ 的傅里叶变换的卷积的平滑特性变得明显,从而散斑光强相关的次极大对应的相关间隔宽度增大。同理可知,由于散射屏粗糙

度增大,使透镜孔径截断的影响增大, $P(x_1)$ 的等效孔径区域增大,致使自相关函数次极大的极大值的起伏增加,散斑平均颗粒大小减小。

必须指出,只有观察点在像面上的光轴附近,渐晕效应对成像的影响可以忽略时,上述讨论才是正确的。

#### 4.2 离焦像面上散斑光强的自相关函数

图5分别给出了三个散射屏在离焦量不同的像面处的自相关函数,其中离焦量小于零表示靠近成像透镜一方的离焦像面。在有离焦像差存在的情况下,散射屏的特性和离焦量都会影响自相关函数的特性。

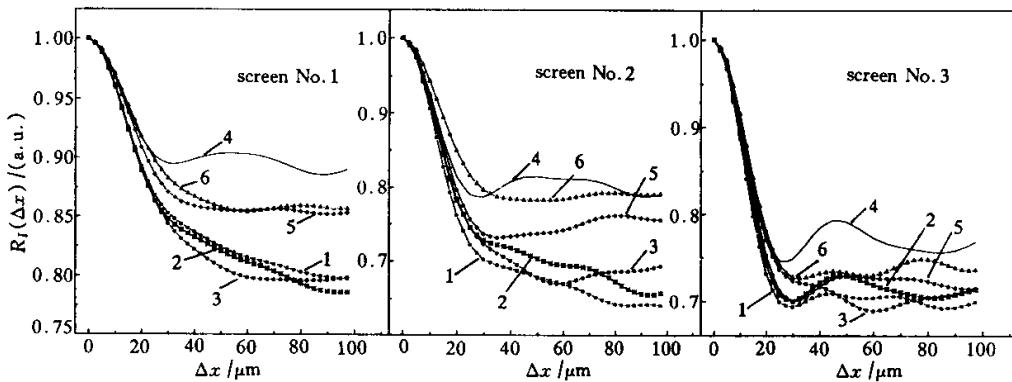


Fig. 5 The normalized autocorrelation functions on the image planes of different defocus  $\Delta$ . 1:  $\Delta = 15$  mm; 2:  $\Delta = 10$  mm; 3:  $\Delta = 5$  mm; 4:  $\Delta = 0$ ; 5:  $\Delta = -5$  mm; 6:  $\Delta = -10$  mm

1) 在散射屏粗糙度很小时(1号散射屏),离焦像面上光强的自相关函数曲线都比较平滑地下降,不出现类似于严格像面散斑和强散射体所产生的散斑的自相关函数的第一极小值点。相对于1号散射屏来说,2号散射屏的粗糙度增大,由图5可以看出,其离焦像面散斑的自相关函数虽然仍没有明显的第一极小点,但在相关间隔 $\Delta x$ 小于严格像面散斑自相关函数的第一个极小点对应的的相关间隔 $\Delta x_s$ 时,自相关函数下降得比较快,而当 $\Delta x$ 大于该间隔时,自相关函数的下降明显趋缓。当散射屏的粗糙度继续增加时,即对于3号散射屏来说,则离焦像面上散斑的自相关函数出现第一个极小值点,并且该极小值点对应的 $\Delta x$ 比严格像面上散斑相关的第一个极小值点的相关间隔略大,即散斑颗粒的平均大小略有增加。

2) 比较图5的结果可以看出,表面的粗糙度越小,散斑自相关函数受离焦量的影响越大。在表面粗糙度较小(1号散射屏、2号散射屏),且离焦像面在靠近成像透镜的一方时,即离焦量小于零时,自相关函数比较快地下降至相关间隔较大处的渐近值,且此时该渐近值比较大,而离焦量大于零时,自相关函数下降得比较缓慢,且自相关函数的渐近值比较小。我们认为,这是由于散射光中的直透分量的影响所引起的。在本文的实验系统中,我们以经过扩束的激光束照明散射屏,它相当于一个点光源,散射光中的直透分量会聚于该点光源的像的位置,且位

于严格像面的前面。这相当于一个新的点光源。离焦像面上各点的光场应为散射光场中的漫散射成分和该点光源光场的迭加。当离焦像面越靠近透镜一方时,它离该点光源就越近,因此直透分量的影响也就越大,从而使自相关函数的渐近值增大,同时散斑对比度也减小。但必须指出,直透分量并不是影响自相关函数渐近值的唯一因素,散射光中的漫散射成分对其也有影响。因此,虽然严格的像平面距点光源像的距离不是最小,但该面上散斑自相关函数的渐近值和散斑对比度却最小,这则是由像面光场的非圆形高斯统计特性<sup>[1,2]</sup>所引起的。

结论 本文的实验结果和分析讨论表明,弱散射体产生的像面散斑光强的自相关函数与表面特性和离焦量之间有密切关系,并且它们之间的关系比较复杂,目前尚无完全严格的理论结果可以对这些复杂的关系进行解释,这一问题需要实验和理论上更为系统深入的测量和研究。

#### 参 考 文 献

- [1] Dainty J C. *Laser Speckle and Related Phenomena*, 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1984. 35~42
- [2] 刘培森. 散斑统计光学. 北京: 科学出版社, 1987. 26~36
- [3] Sun H, Zhang L Y, Liu Y *et al.*. Statistical properties of triple-random modulated dynamic speckle. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1999, **16**(6): 1387~1394
- [4] Yura H T, Hanson S G, Hansen R S *et al.*. Three-

- dimensional speckle dynamics in paraxial optical system. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1999, **16**(6):1402~1412
- [5] 孙虹, 刘迎, 马世宁. 纵向运动双散射散斑场的动态特性研究. *光学学报*, 1999, **19**(2):181~185
- [6] Yang H N, Wang G C, Lu T M. Time-invariant structure factor in an epitaxial growth front. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(17):2612~2615
- [7] Yang H N, Wang G C, Lu T M. *Diffraction from Rough Surfaces and Dynamic Growth fronts*. Singapore: World Scientific, 1993. 38~80
- [8] Ogilvy J A. *Theory of Wave Scattering from Rough Surfaces*. Britol: Adam Hilger, 1991. 9~37
- [9] 亓东平, 刘德丽, 滕树云等. 随机散射屏的原子力显微镜形貌分析及其光散射特性. *物理学报*, 2000, **49**(7):1260~1266
- [10] Yamagnchi I. Fringe formation in speckle photography. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1984, **1**(1):81~86
- [11] 陈佳圭编著. *微弱信号检测*. 北京: 中央广播电视大学出版社, 1987. 125~176

## Experimental Study on the Properties of Autocorrelation Function of Image Speckles Produced by Weak Random Screens

Zhang Ningyu Liu Deli Teng Shuyun Qi Dongping Cheng Chuanfu

(Department of Physics, Shandong Normal University, Jinan 250014)

(Received 9 May 2000; revised 1 August 2000)

**Abstract:** By measuring the parameters of weak random screens with AFM and constructing a specially designed setup with gated integrator, the properties of autocorrelation functions of speckle fields produced by weak random screens on the focused and defocused image planes are studied experimentally. It is found that: 1) as the surface roughness increases, the average size of the speckle grains on the focused image plane decreases, and the spatial separation range of the secondary maximum of the autocorrelation functions is reduced while its fluctuation is increased; 2) as the defocus increases, the autocorrelation function of the speckle intensity on the defocused image plane decreases more smoothly and the first order minimum and the secondary maximum become indistinct or even disappear.

**Key words:** weak random screens; image speckles; autocorrelation function