

文章编号: 0253-2239(2001)05-0605-04

计算光栅的一个改进的 Rouard 方法*

王子华

(上海大学光纤研究所, 上海 201800)

摘要: 对计算光栅的 Rouard 方法作了两点改进。首先将半个周期而不是一个周期作为反射单元,其次每层薄膜端面的反射系数不是用耦合波理论求得的近似值,而是用真实的反射系数值。这样它就成为一个完全的 Rouard 方法,精度也相应提高了。改进的 Rouard 方法不仅简单而且与耦合波理论无关,因此不必先求光栅的耦合系数。还给出了用改进的 Rouard 方法计算均匀与非均匀光栅的实例,并将所得结果与未经改进的方法及耦合波理论的结果进行了比较。

关键词: Rouard 方法; 光纤光栅; 耦合波理论

中图分类号: TN256 文献标识码: A

1 引 言

光纤与集成光学工艺的最新进展使我们有可能经济而有效地在光纤和平面光波导上刻写周期与非周期的光栅。其中最有效的方法是:用光敏材料作光纤纤芯,再用强紫外光照射产生永久性的折射率改变工艺制造光栅^[1,2]。于是几乎所有想象得出的光栅周期(均匀或非均匀的)和耦合系数变化形状都可以付诸实现。与此同时,涌现了许多光纤与光波导光栅传输特性的理论分析方法。光栅计算方法中用得较多的是耦合波理论^[3,4]和矩阵方法^[5-8]。另一个普遍应用且与矩阵方法相类似的是 Rouard 方法^[9,10]。它将光栅作为一个多层薄膜叠合结构,每一个光栅周期看作为其中的一层薄膜。以每层薄膜的反射系数为基础,用一个简单的循环公式计算整个结构的反射系数。它最大的优点是:不必求解整个光栅变系数的耦合微分方程,只要在单个光栅周期应用一次耦合波理论求得反射系数就行了。

由于每个周期单元反射系数的计算仍然基于耦合波理论,这方法不是一个独立的因而也不是一个完整的 Rouard 方法。实际上它是耦合波理论与 Rouard 方法相结合的方法。此外,每个单元反射系数近似为布拉格匹配条件下的反射系数。这自然会引入误差,尤其是当波长偏离布拉格波长较大时,计算非均匀光栅会产生不小的误差。因此该方法局限于求解缓慢变化的非均匀光栅。本文对 Rouard 方

法作了改进,使它成为一个完整而独立的 Rouard 方法,也不必先求耦合系数,计算过程得以简化,而且精度也有所提高。

2 改进的 Rouard 方法

改进了的 Rouard 方法对光纤和平面光波导都适用,现以光纤光栅为例加以说明。设光纤是阶跃折射率的并只传输 LP_{01} 模的单模光纤。光纤光栅通过光强空间变化的强紫外光照射来制备。如果因此而产生整个纤芯横向均匀的折射率沿纵向的变化为 $\delta n_{\omega}(z)$,那么光纤的有效折射率变化为 $\delta n_{\text{eff}} \approx \eta \delta n_{\omega}$,其中 η 为 LP_{01} 模的纤芯集光功率因子^[12]。光纤光栅可以被看成多层薄膜的叠合,如图 1 所示。纤芯折射率微扰为有 N 个周期的阶梯形周期结构。每个周期 Δ_i 可以分为近似相等的两段 $l_i^+ = l_i^- = \Delta_i/2$,其有效折射率稍有不同, $n_i^+ > n_i^-$,于是整个光栅长度为 $L = \sum_{i=1}^N (l_i^+ + l_i^-)$ 。光栅区域之外的光纤中,即 $z < 0$ 和 $z > L$ 区域,光纤折射率为 n_{ω} 。此外光纤包层折射率认为是不变的为 n_{cl} 。光从 $z = 0$ 平面进入光纤,沿 $+z$ 方向传输,经过多次反射,总的反射系数由每个界面的反射系数叠加后确定。光经过两个相邻界面所产生的相位差可以用一个循环公式表示。 $z = z_i^+$ 界面的反射系数为

$$r_i^+ = \frac{n_i^+ - n_i^-}{n_i^+ + n_i^-} = \frac{\Delta n_i}{2n_i} \quad i = 1, 2, 3 \dots N, \quad (1)$$

其中 Δn_i 为折射率差, n_i 为平均折射率。 $z = z_i^-$ 界面的反射系数为

* 上海市教育委员会基金资助项目。

收稿日期:2000-03-20; 收到修改稿日期:2000-04-20

$$r_i^- = \frac{n_i - n_{i-1}^+}{n_i + n_{i-1}^+} \quad i = 1, 2, 3 \dots N,$$

l_i^+ 薄膜层产生的相位差为

$$\phi_i^+ = l_i^+ \beta_i^+ \quad i = 1, 2, 3, \dots N, \quad (2)$$

其中 β_i^+ 为 l_i^+ 层中 LP₀₁ 模传播常数。计算界面 $z = z_i^+$ 处复数反射系数的循环公式为^[9]

$$\rho_i^+ = \frac{r_i^+ + \rho_i^- \exp(-2j\phi_i^+)}{1 + r_i^+ \rho_i^- \exp(-2j\phi_i^+)} \quad i = 1, 2, 3, \dots N, \quad (3)$$

其中 ρ_i^- 为下一个界面 $z = z_i^-$ 处的复数反射系数

$$\rho_i^- = \frac{r_i^- + \rho_{i-1}^+ \exp(-2j\phi_{i-1}^+)}{1 + r_i^- \rho_{i-1}^+ \exp(-2j\phi_{i-1}^+)} \quad i = 1, 2, 3, \dots N,$$

其中 ρ_{i-1}^+ 为再下一个界面 $z = z_{i-1}^+$ 处的复数反射系数。接下来的计算过程与计算光栅的 Rouard 方法^[9,10]是一样的。唯一不同的是：我们将整个光栅分成 $2N$ 个半周期段，而文献[9]的方法是 N 个全周期段。界面的反射系数用真实的反射系数，而文献[9]用了个近似值 $-\tanh(\kappa\Lambda)$ 。这个近似值由耦合波理论在布拉格匹配情况下得到。

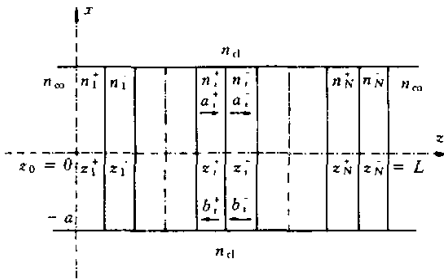


Fig.1 Schematic diagram of a fiber grating, with the index changed uniformly across the core, and the cladding index unchanged

如果光纤光栅折射率微扰 $\delta n_{eff}(z)$ 不是阶梯形状的，本文方法仍然适用。因为其他光栅折射率变化形式(如沿 $+z$ 方向正弦变化)可以用一个等效的阶梯形光栅折射率变化来近似。前者折射率的积分平均值等于后者阶梯形折射率，如一个振幅为 Δn 的正弦形周期光栅折射率变化等效于阶梯形周期光栅折射率差 $\Delta n\pi/2$ 。这只是一级近似，即这两个折射率变化的最低阶傅里叶空间频率分量相等。光栅的反射系数只取决于这一分量。高阶空间频率分量的影响可以忽略，因为它们不可能与一阶布拉格频率相匹配，所以一个任意周期性微小变化的光栅等效于一个阶梯形周期光栅。

3 均匀光栅

对均匀光栅，

$$n_i^+ = n^+, \quad n_i^- = n^-, \\ n_i = n, \quad l_i^+ = l_i^- = \Lambda/2$$

都为常数，其中 $\Lambda = L/N$ 。当微扰很小时，可以假定 $\beta_i^+ = \beta_i^- = \beta_0$ 。光纤光栅起一个阻带滤波器的作用。入射光在一个很窄的频段内被多次相干地反射，反射最强或相位匹配发生在 $\beta = \pi/\Lambda$ 。 l_i^+ 薄膜层产生的相位差为 $\phi_i^+ = \pi/2$ 。(3) 式可简化为

$$\rho_i^+ = \frac{\Delta n/2n - \rho_i^-}{1 - (\Delta n/2n)\rho_i^-} \quad i = 1, 2, 3, \dots N. \quad (4)$$

于是整个光栅反射系数有解析表达式

$$\rho = -\tanh\left(\frac{\Delta n N}{n}\right). \quad (5)$$

均匀光栅总反射系数也可用 Rouard 方法^[9]和耦合波理论^[4]求得为

$$\rho = -\tanh(\kappa L), \quad (6)$$

其中 κ 是耦合系数，由文献[2]和[3]给出

$$\kappa = \frac{\pi}{\lambda} \Delta n c_1, \quad (7)$$

其中 c_1 为 $\delta n_{eff}(z)$ 最低阶空间频率幅度，对于阶梯形光栅(或等效阶梯形)， $c_1 = 2/\pi$ 。布拉格波长为 $\lambda = 2n\Lambda$ 。将 c_1 和 λ 代入(7)式，得到 $\kappa L = \Delta n N/n$ 。于是(6)式等于(5)式，改进的 Rouard 方法得到与文献[9]的 Rouard 方法一样的结果。

光栅工作波长偏离布拉格波长为 $\delta = \beta - \pi/\Lambda \neq 0$ 时，Rouard 方法和改进了的 Rouard 方法都没有解析解。此时，当光纤光栅有很多个周期，由改进的 Rouard 方法计算得总的反射系数与 Rouard 或耦合波理论的结果比较一致。而光纤光栅只有几个周期时，它们之间就有偏差了。当 $\Delta n N/n = 2$ 、 $n = n_0$ (折射率变化的直流分量为 0)、 $N = 10$ 时，均匀光栅的功率反射系数 $R(\rho \cdot \rho^*)$ 随波长失配量 δL (已被 L 归一化)变化的曲线示于图 2。改进的 Rouard 方法与精确方法^[5,6]的结果相重合，由实线表示。Rouard 方法的结果由虚线表示。为了进行比较，将耦合波理论用于整个光栅的计算结果^[4]用点线表示。应用耦合波理论时， $\kappa L = \Delta n N/n$ 。从图 2 可以看出 Rouard 方法与改进了的 Rouard 方法(也是精确方法)所得到的曲线之间的偏差是很明显的。归一化波长失配 δL 越大，Rouard 方法的误差则越大。这是因为文献[9]中 Rouard 方法基于耦合波理论之上，将单个光栅周期反射系数用布拉格匹配下

的反射系数加以近似^[10]。同样地,归一化波长失配越大,耦合波理论的误差也越大。

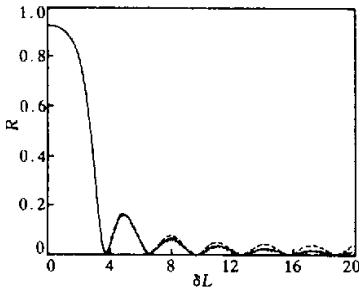


Fig. 2 Reflectance R of a uniform grating as a function of normalized detuning δL , with $\Delta n_i N/n = 2$, $n = n_\infty$ (dc index change is zero), $N = 10$. Solid line: improved Rouard's method (exact results); dashed lines: Rouard's method; dotted lines: coupled mode theory

4 非均匀光栅

制造非均匀光栅是为了达到各种所需的光谱特性。光栅的光学特性主要取决于沿 z 方向折射率变化。光敏技术的最新进展使我们能实现各种不同的非均匀光栅,包括锥度形、高斯形、啾啾形、抽样形和相移形光栅等。改进了的 Rouard 方法对各种不同的非均匀光栅都适用。这里举线性锥度形和线性啾啾形两种非均匀光栅作为计算实例。

一个线性锥度形光栅可以用阶梯折射率变化幅度沿 z 方向的变化 Δn 来表示^[4]

$$\Delta n(z) = \Delta n(z = L/2)[1 + T(z - L/2)/L], \quad (8)$$

其中 T 为锥度系数,每个周期平均折射率仍然为常数 $n_i = n$ 。现在每个周期折射率变化的幅度是不一样的,它们由下式表示

$$\Delta n_i = \Delta n_{N/2} [1 + T(i - N/2)/L] \quad (9)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N.$$

当 $\Delta n_i N/n = \pi$, 式中 $N = 20$, $T = 2$, $n = n_\infty$ 时,锥度形光栅功率反射系数 R 随归一化波长失配 δL 变化的曲线示于图 3。图中实线对应于改进了的 Rouard 方法和精确方法^[5,6],虚线对应于 Rouard 方法^[9],点线对应于耦合波理论^[4]。由图 3 可以看出,用 Rouard 方法和耦合波理论计算锥度形非均匀光栅的误差比计算均匀光栅的误差要大。

一个线性啾啾形光栅可以用周期沿 z 方向变化来表示^[4]

$$\frac{\Delta \Lambda(z)}{\Lambda(z = L/2)} = -\frac{F}{2\pi} \frac{\Lambda(z = L/2)}{L} \frac{2z}{L}, \quad (10)$$

其中 F 是啾啾系数

$$F = 2\pi L \frac{\Lambda(0) - \Lambda(z = L/2)}{[\Lambda(z = L/2)]^2}. \quad (11)$$

现在每个光栅周期是沿 z 方向变化的

$$l'_i = l_i = \frac{\Lambda_i}{2} = \left(\frac{\Lambda_{N/2}}{2}\right) \left[1 - \frac{F}{\pi} \frac{i - N/2}{N^2}\right]. \quad (12)$$

当 $\frac{\Delta n}{n} N = \frac{\pi}{2}$ (式中 $N = 20$, $\frac{F}{2\pi} = 2$, $n = n_\infty$) 时,光功率反射系数 R 随归一化波长失配 δL 变化的曲线示于图 4。图中改进的 Rouard 方法(也是精确方法^[5,6])的结果用实线表示,Rouard 的方法^[9]用虚线表示,耦合波理论的结果^[4]用点线表示。从图 4 可以看出,Rouard 方法和耦合波理论的误差比均匀的和锥度形非均匀光栅的误差都要大。

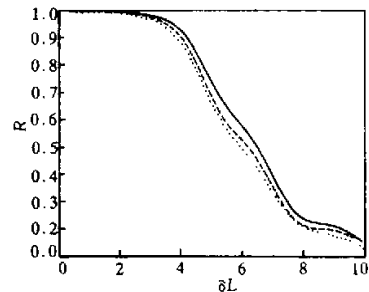


Fig. 3 Reflectance R of a linear tapered grating as a function of normalized detuning δL , with $\Delta n_i N/n = \pi$, where $N = 20$, $T = 2$, $n = n_\infty$. Solid line: improved Rouard's method (exact results); dashed lines: Rouard's method; dotted lines: coupled mode theory

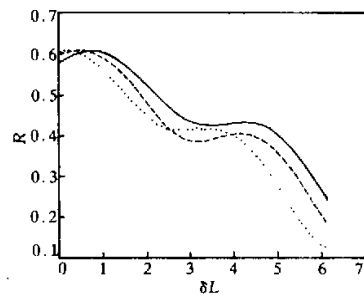


Fig. 4 Reflectance R of a linear chirped grating as a function of normalized detuning δL , with $\Delta n_i N/n = \pi/2$, $F/2\pi = 2$, where $N = 20$, $n = n_\infty$. Solid line: improved Rouard's method (exact results); dashed lines: Rouard's method; dotted lines: coupled mode theory

结论 将计算光栅的 Rouard 方法作了改进,即用了每段光栅真实的反射系数而不是用耦合波理论的近

似结果。于是改进的 Rouard 方法成为完整的简单的方法,也与耦合波理论无关了,因此可以省去求耦合系数的步骤。给出了均匀和非均匀光栅的计算实例。计算结果验证了改进了的 Rouard 方法的精确度很高,也显示了当光栅数目 N 很小以及光栅非均匀时,计算光栅的 Rouard 方法有相当大的误差。

参 考 文 献

- [1] Hill K O, Meltz G. Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview. *J. Lightwave Technol.*, 1997, **LT-15**(8):1263~1276
- [2] Erdogan T. Fiber grating spectra. *J. Lightwave Technol.*, 1997, **LT-15**(8):1277~1294
- [3] Yariv A, Nakamura M. Periodic structures for integrated optics. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1977, **QE-13**(4):233~251
- [4] Kogelnik H. Filter response of nonuniform almost-periodic structures. *Bell Sys. Tech. J.*, 1976, **55**(1):109~126
- [5] Yeh P, Yariv A, Hong C S. Electromagnetic propagation in periodic stratified media. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(4):423~437
- [6] Yariv A, Yeh P. *Optical Waves in Crystals*. New York: Wiley, 1993. 177
- [7] Winick K A. Effective-index method and coupled-mode theory for almost periodic waveguide gratings: A comparison. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(6):757~764
- [8] Yamada M, Sakuda K. Analysis of almost-periodic distributed feedback slab waveguide via a fundamental matrix approach. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(16):3474~3478
- [9] Weller-Brophy L A, Hall D G. Analysis of waveguide gratings: Application of Rouard's method. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1985, **2**(6):863~871
- [10] Weller-Brophy L A, Hall D G. Analysis of waveguide gratings: A comparison of the results of Rouard's method and coupled-mode theory. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1987, **4**(1):60~65

An Improved Rouard's Method for Grating Analysis

Wang Zihua

(Wave Science Laboratory, Shanghai University, Shanghai 201800)

(Received 20 March 2000; revised 20 April 2000)

Abstract: Two improvements have been made to Rouard's method for the analysis of fiber and waveguide gratings. The element of reflection is chosen to be a section of half period instead of a period, and the real reflectivity of each interface is used instead of an approximate value obtained by coupled-mode theory. The improved Rouard's method becomes a complete Rouard's method with higher accuracy. It is simple and independent on coupled-mode theory for no calculation of the coupling coefficient required. Numerical examples of uniform and nonuniform gratings are given.

Key words: Rouard's method; fiber gratings; coupled mode theory