

文章编号: 0253-2239(2001)05-0593-04

# 一种新型衍射超分辨光学器件\*

王海凤 干福熹 陈仲裕

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘要:** 提出了一种提高通过光学系统的部分光线的空间频率, 来提高系统分辨率的新型衍射超分辨光学器件。该器件通过把部分低频光线移到高频带, 使得艾里斑的主斑变小, 同时焦深也得到了延长。模拟计算结果表明, 在中心峰值强度相等的条件下, 用该器件所获得的超分辨效果比目前最好的纯相位型超分辨光阑要好。

**关键词:** 超分辨; 空间频率; 半宽比; 中心峰值强度比  
中图分类号: O436.1 文献标识码: A

## 1 引 言

19 世纪末, Albe 和 Rayleigh 就提出了衍射效应是由有限尺度的光瞳引起的观点, 并从不同角度分别给出了光学系统分辨率的阿贝衍射极限频率和瑞利判据。Albe 认为, 除非物镜的孔径为无穷大, 否则其作用相当于一个低通滤波器, 只能传递有限带宽的空间频率, 在非相干照明下, 系统所能传递的空间频率不会超过  $2/\lambda$ 。Rayleigh 则从系统对两点物成像在像方的强度分布角度对系统的分辨能力给出了定义, 指出, 如果其中一个点源产生的衍射花样的中心最大值和另一个点源产生的衍射花样的第一暗环重合, 则这两点刚好能够分辨。由此可见超分辨技术可分为两种类型<sup>[1]</sup>: 一种是通过减小由瑞利判据决定的艾里斑, 但不提高系统的空间截止频率<sup>[2-6]</sup>; 另一种是通过提高光学系统的空间截止频率来实现的<sup>[7,8]</sup>。第一种方法可由在光学系统的孔径上加上光瞳滤波器来实现, 如中心遮挡的圆环、 $\pi$  相位型双带滤波器、由一系列任意半径和相位及振幅透过率的同心圆环组成的滤波器等。第二种方法可在紧靠物体处放置一个小光阑<sup>[7]</sup>或利用两块完全相同的光栅分别对物面和像面作两次衍射等。本文提出了一种提高通过光学系统的部分光线的空间频率, 来提高系统分辨率的新器件。该器件把部分低频光线移到高频带, 提高高频光线所占的比例, 使得艾里斑的主斑变小, 同时焦深也得到了延长。模拟计算结果表明, 在中心峰值强度相等的条件下, 用该

器件所获得的超分辨效果比目前最好的纯相位型超分辨光阑要好。

## 2 方法和原理

如图 1, 光束整形器件<sup>[9]</sup>将入射光转换成准直了的环形光束, 容易看出, 入射光束中间部分的低频光线被频移到高频通带, 这样, 高频光线所占的比例得到提高。假定环形光束的环带内光强是等强度的, 则这样的光学系统和带有中心遮挡圆环<sup>[10]</sup>的光学系统有着一些相似之处, 压缩光环的宽度就对应于增加中心遮挡圆环的内环半径。

假定系统被单位强度的均匀光照明, 则聚焦后的束腰平面上的振幅分布可表示为

$$G(\rho) = 2 \int_0^1 r g(r) J_0(\rho r) dr, \quad (1)$$

式中  $g(r)$  为光瞳面上的振幅传递函数,  $J_0$  为零阶贝塞尔函数,  $\rho = 2\pi(\text{NA}/\lambda)R$ 。对于中心遮挡光学系统, 假定遮挡率为  $\epsilon$ , (1) 式可表示为

$$G(\rho) = 2 \int_{\epsilon}^1 r J_0(\rho r) = \frac{2}{\rho} [J_1(\rho) - \epsilon J_1(\epsilon\rho)]. \quad (2)$$

$J_1$  为一阶贝塞尔函数。对于  $\rho$  值很小时, 应用<sup>[11]</sup>

$$J_1(z) = \left(\frac{z}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z/2)^{2n}}{n!(n+1)!} = 2.0 \left(\frac{z}{4}\right) - 4 \left(\frac{z}{4}\right)^3 + 2.7 \left(\frac{z}{4}\right)^5 - 0.89 \left(\frac{z}{4}\right)^7 + 0.18 \left(\frac{z}{4}\right)^9 \dots$$

取 3 次近似, 得到 (2) 式的近似值为

$$G(\rho) = \frac{1}{8} [8(1 - \epsilon^2) - \rho^2(1 - \epsilon^4)], \quad (3)$$

\* 中国科学院高密度光存储 (KJ951·B1·702·03) 资助项目。

收稿日期: 2000-01-26; 收到修改稿日期: 2000-03-21

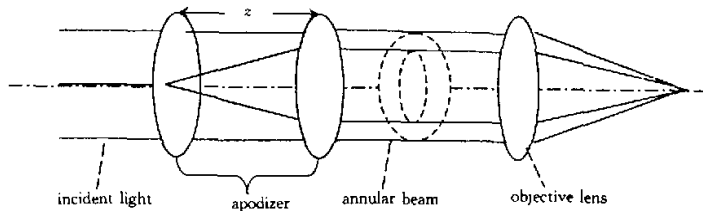


Fig.1 System setup

中心峰值强度比为

$$S = [G_{\epsilon \neq 0}(0)/G_{\epsilon = 0}(0)]^2 = (1 - \epsilon^2)^2. \quad (4)$$

假定半宽比为  $H$ , 则由(3)式、(4)式得到如下的半宽比和中心峰值强度比的关系式

$$H^2 = 1/(2 - S^{1/2}), \quad (5)$$

沿轴向的归一化振幅分布为

$$G(u) = 2 \int_0^1 \exp\left(-\frac{1}{2} iur^2\right) r dr = \frac{2}{iu} \left[ \exp\left(-\frac{iu}{2}\right) - \exp\left(-\frac{iu\epsilon^2}{2}\right) \right], \quad (6)$$

式中,  $u = \frac{2\pi}{\lambda}(\text{NA})^2 z$ , 轴向的归一化强度分布为

$$I = |G(u)|^2 = (1 - \epsilon^2)^2 \text{sinc}^2[u(1 - \epsilon^2)/4]. \quad (7)$$

如果  $\epsilon = 0$ ,

$$I = \text{sinc}^2(u/4). \quad (8)$$

令  $1/(1 - \epsilon^2) = n$ , 由(7)式可以看出, 焦深延长了  $n$  倍, 但  $n$  倍焦深的延长是以  $n$  倍的能量损失为代价的。对于图 1 的光学系统, 中心部分的光没有被遮挡, 而是被移到外环上去, 系统在能量传递过程中没有能量损失。假定环上的振幅为  $A$ , 则整形后光束的强度分布可表示为

$$I(r) = 0 \quad (0 \leq r < \epsilon), \quad (9)$$

$$I(r) = A^2 \quad (\epsilon \leq r \leq 1). \quad (10)$$

根据能量守恒定律得

$$E = 2\pi \int_{\epsilon}^1 A^2 r dr = 2\pi \int_0^1 r dr, \quad (11)$$

因而

$$A = 1/\sqrt{1 - \epsilon^2}, \quad (12)$$

所以, 经透镜聚焦后的束腰面上的振幅分布为

$$G(\rho) = 2 \int_{\epsilon}^1 A r J_0(\rho r) dr = \frac{2}{\rho \sqrt{1 - \epsilon^2}} [J_1(\rho) - \epsilon J_1(\epsilon \rho)] = \frac{1}{8\sqrt{1 - \epsilon^2}} [8(1 - \epsilon^2) - \rho^2(1 - \epsilon^4)], \quad (13)$$

中心峰值强度比为

$$S_1 = |G_{\epsilon \neq 0}(0)/G_{\epsilon = 0}(0)|^2 = 1 - \epsilon^2. \quad (14)$$

令  $H_1$  为半宽比, 根据(13)式、(14)式得到

$$H_1^2 = \frac{1}{2 - S_1}, \quad (15)$$

沿轴向的振幅分布为

$$G_1(u) = 2 \int_{\epsilon}^1 A \exp\left(-\frac{iur^2}{2}\right) r dr = \frac{2}{iu} \left[ \exp\left(-\frac{iu}{2}\right) - \exp\left(-\frac{iu\epsilon^2}{2}\right) \right] \frac{1}{\sqrt{1 - \epsilon^2}}. \quad (16)$$

因而沿轴向的强度分布为

$$I_1(u) = |G_1(u)|^2 = (1 - \epsilon^2) \text{sinc}^2\left[\frac{u(1 - \epsilon^2)}{4}\right]. \quad (17)$$

比较(7)式、(8)式、(17)式, 容易看出此时的焦深也延长了  $n$  倍, 而此时的轴向强度是中心遮挡圆环情况下的  $n$  倍。比较(4)式和(14)式易知, 对于相同的  $\epsilon$ , 此时的中心峰值强度比也是中心遮挡情况下的  $n$  倍。

### 3 模拟计算

图 2 和图 3 分别是径向和轴向光强分布的特性曲线。图 2 中的虚线代表中心遮挡情况下的径向强度分布曲线, 遮挡率为  $\epsilon = 0.85$ 。实线对应于产生圆环光束时的强度分布, 此时的圆环光束的内环半径为  $\epsilon = 0.85$ 。点线对应于单位强度均匀光束直接照

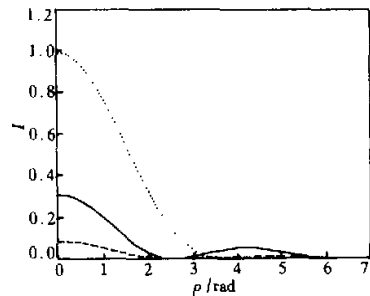


Fig.2 Radial behavior

射透镜时的强度分布。容易看出,利用圆环光束方法产生的衍射主斑与中心遮挡方法产生的衍射主斑半径相同,但利用圆环光束方法时的主斑强度是中心遮挡方法的 3.6 倍。

图 3 中虚线对应于中心遮挡率  $\epsilon = 0.85$  时的轴向强度分布,实线对应于内环半径  $\epsilon = 0.85$  时的圆环光束产生的轴向光强分布,点线对应于单位强度均匀光束直接照射透镜时的轴向强度分布。容易看出,利用圆环光束方法时的轴向强度是中心遮挡方法的 3.6 倍,但这两种方法都使焦深延长了 3.6 倍。

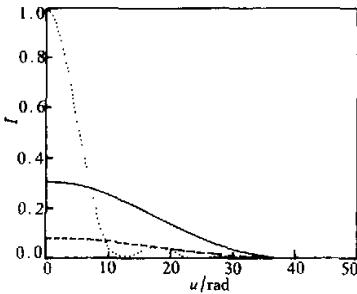


Fig. 3 Axial behavior

比较(5)式和(15)式易知,在半宽比相同的情况下,利用圆环光束方法所获得的中心峰值强度比是中心遮挡方法的  $n$  倍。

图 4 中,虚线对应于中心遮挡情况下中心峰值强度随遮挡率的变化曲线;实线对应于利用圆环光束时的中心峰值强度随内环半径的变化曲线(外环半径为 1)。

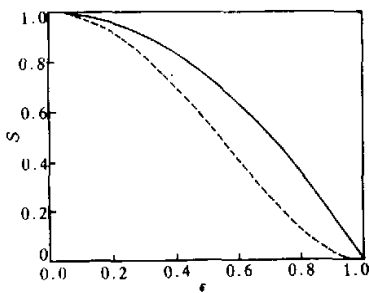


Fig. 4 Center peak intensity versus obstruction rate

图 5 是半宽比随中心峰值强度比的变化曲线。图中虚线对应于中心遮挡情况下的曲线,实线对应于圆环光束时的情形。根据(5)式和(15)式,对于  $H = 0.75$  时,中心遮挡情况下所获得的束腰处中心峰值强度为 0.049,而利用圆环光束所能获得的中心峰值强度为 0.222,约是中心遮挡情况下的 4.5 倍。

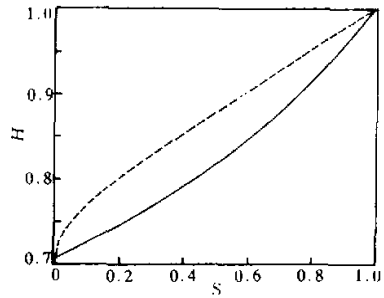


Fig. 5 Half-width ratio versus center peak intensity ratio

### 4 讨 论

众所周知,和相移方法相比,中心遮挡圆环光阑法能获得较小的旁瓣<sup>[4]</sup>,本文提出的圆环光束法也有同样的特性。与其它超分辨方法相比,本文提出的超分辨方法是通过将低频光线频移到高频通带来实现的。这种光学器件可以通过二元光学方法设计<sup>[9]</sup>。如图 1,这种光学器件由两个相位元件组成,第一个相位元件改变光强分布,第二个相位元件矫正相位差。两个相位元件间的距离为  $z$ ,则这两个相位器件可以设计为

$$\varphi_1(r) = \int_0^1 \frac{2\pi \sqrt{r^2(1-\epsilon^2) + \epsilon^2} - r}{\lambda z} dr, \quad (18)$$

$$\varphi_2(r) = \int_0^1 \frac{2\pi r - \sqrt{(r-\epsilon^2)/(1-\epsilon)}}{\lambda z} dr. \quad (19)$$

(18)式和(19)式只是初始解,需对其进行优化<sup>[9]</sup>。另外,本文提出的光束整形器件是针对平行光设计的,对于其他光束(如球面波、高斯光束)则需另行设计,在此不再赘述。

图 6 是本文提出的超分辨器件所能获得的超分辨效果与优化了的三带纯相位型超分辨光阑的超分辨效果比较图。图中的虚线代表优化了的相位型超分辨光阑所获得的超分辨效果,实线代表本文提出

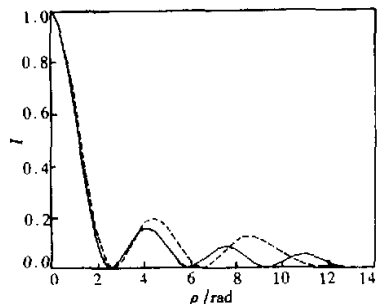


Fig. 6 Diffraction pattern on the beam waist plane

的超分辨方法所获得的超分辨效果。在中心峰值强度比都为 0.3 的条件下,纯相位型超分辨光阑所获得的半宽比为 0.795,旁瓣相对峰值强度为 0.198;而本文提出的方法所获得的半宽比为 0.754,旁瓣相对峰值强度为 0.156。可见,本文提出的超分辨方法较好。

**结论** 提出了一种通过将低频光线频移到高频通带而获得超分辨的新器件。并将理论推导和计算机模拟相结合,对该器件的超分辨特性进行了研究。模拟计算结果表明,用该器件所能获得的超分辨效果比目前最好的纯相位型超分辨光阑还要好。由于本文提出的是衍射器件,其只适用于单色光照明系统,如光盘记录等,否则将产生严重的色散和像差。

本文的工作得到了王桂英老师、陈仲裕老师、邓小强同学的支持与帮助,在此表示感谢。

#### 参 考 文 献

[1] Cox I J, Sheppard C J R. Information capacity and

resolution in an optical system. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1986, 3(8):1152~1158

[2] Sales T R M, Morris G M. Fundamental limits of optical superresolution. *Opt. Lett.*, 1997, 22(9):582~584

[3] Sales T R M, Morris G M. Diffractive superresolution elements. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1997, 14(7):1637~1646

[4] Ando H. Phase-shifting apodizer of three or more portions. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 1992, 31(2B):557~567

[5] Cox I J, Sheppard C J R. Reappraisal of arrays of concentric annuli as superresolving filters. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, 72(9):1287~1291

[6] den Dekker A J, van den Bos A. Resolution; A survey. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1997, 14(3):547~557

[7] Mcutchen C W. Superresolution in microscopy and the abbe resolution limit. *J. Opt. Soc. Am.*, 1967, 57(10):1190~1192

[8] Lokosz W. Optical system with resolving power exceeding the classical limit. *J. Opt. Soc. Am.*, 1966, 56(11):1463~1472

[9] 金国藩,严瑛白,邬敏贤. 二元光学,北京:国防工业出版社,1998.223~235

[10] Welford W T. Use of annular aperture to increase focal depth. *J. Opt. Soc. Am.*, 1960, 50(8):749~753

## A New Superresolution Element

Wang Haifeng Gan Fuxi Chen Zhongyu

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 26 January 2000; revised 21 March 2000)

**Abstract:** A new superresolution element is proposed to increase the resolution of an optical system by improving part of the spatial frequency. i. e., to shift the lower spatial frequency light to high spatial frequency band. It makes the central maximum in the Airy pattern narrower and increases the depth of focus. Calculation results have shown that this kind of apodizer is superior to the phase-shifting apodizer.

**Key words:** superresolution; spatial frequency; half width ratio; center peak intensity ratio