

文章编号: 0253-2239(2001)04-433-04

时变波场对衍射层析的影响

戴亚平 程 静 李银柱 张全慧 谢 虎 朱健强
(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要: 建立了时变入射波下的衍射层析基本公式。模拟计算了超短脉冲波场入射下其衍射层析的角分布与面分布。初步分析了时变入射波场对衍射层析成像的影响。

关键词: 衍射层析; 时变波场; 超短脉冲

中图分类号: O436 文献标识码: A

1 引 言

衍射层析(DT)是一种利用入射波(如声波)对物体的散射来重建物体折射率分布的技术。自从 30 年前 Wolf 提出了衍射层析概念以来,无论在理论上还是在应用上,衍射层析都得到了很大的发展^[1~7],已经在医学、材料及地球科学中得到了广泛的应用^[1,6,7]。基于测量到的透射波场数据,在一阶玻恩和 Rytov 近似下,已经有多种算法来反演物体的分布^[2~4]。在所有衍射层析的工作中,均假定了入射波场是单色平面波。然而这一假设并不总是成立的,特别在超快现象的研究中所用的超短脉冲及地球科学中的地震波均是时变非单色波。本文将研究时变入射波场对衍射层析成像有何种影响;并给出时变入射波场被物体散射的理论分析;数值模拟时变入射波场的散射;最后讨论了反演问题,分析时变入射波场对物体重建的影响。

2 理论分析

对通常的衍射层析理论^[1](以电磁波衍射层析为例),单色平面波

$$V^i(\mathbf{r}, t) = \exp[i(k\mathbf{s}_0 \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$$

入射在弱散射物体 B 上,如图 1 所示。 \mathbf{s}_0 为入射波的单位波矢, $k = \omega/c$ 是波数, c 是真空中光速。

入射波引起的散射场由标量亥姆霍兹方程描述。在一阶玻恩近似下,总的场分布为^[1]:

$$V(\mathbf{r}, t) = \exp[j(k\mathbf{s}_0 \cdot \mathbf{r} - \omega t)] + U^s(\mathbf{r}, \omega) \exp(-j\omega t), \quad (1)$$

这里,散射场由 $U^s(\mathbf{r}, \omega)$ 描述。

$$U^s(\mathbf{r}, \omega) = \int_B \{f(\mathbf{r}', \omega) \exp(jk\mathbf{s}_0 \cdot \mathbf{r}) \times \exp\left[\frac{jk|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}\right]\} d^3\mathbf{r}'. \quad (2)$$

散射势 $f(\mathbf{r}, \omega)$ 与折射率分布 $n(\mathbf{r}, \omega)$ 间有关系:

$$f(\mathbf{r}, \omega) = \frac{k^2}{4\pi} [n^2(\mathbf{r}, \omega) - 1]. \quad (3)$$

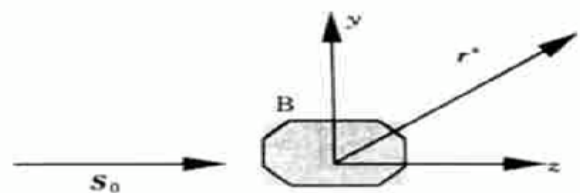


Fig. 1 Principle of diffraction tomography

在大多数情况下,远区的散射场分布是最有用的。将 \mathbf{r} 写成 $\mathbf{r} = r\mathbf{s}$, \mathbf{s} 是单位方向矢量;当 r 远大于弱散射物体 B 的范围时,(2) 式近似为:

$$U^s(r\mathbf{s}, \omega) = \frac{1}{r} \int d^3\mathbf{r}' f(\mathbf{r}', \omega) \times \exp\left[j\omega \frac{\mathbf{s}_0 - \mathbf{s} \cdot \mathbf{r}}{c} \cdot \mathbf{r}'\right] \exp\left[j\omega \frac{r}{c}\right]. \quad (4)$$

以上是对于单色入射波时的衍射层析。对于非单色入射波,假设入射波场可以展开成平面波的叠加:

$$U^i(\mathbf{r}, t) = \int A(\omega) \exp\left[j\left[\frac{\omega}{c} \mathbf{r} \cdot \mathbf{s} - \omega t\right]\right] d\omega, \quad (5)$$

再定义 $a(t) = U^i(0, t)$, 则 $a(t)$ 与 $A(\omega)$ 成傅里叶变换:

$$a(t) = \int A(\omega) \exp(-j\omega t) d\omega. \quad (6)$$

综合(4)式、(5)式,可以得到在时变入射波场下的衍射层析散射场分布

$$U^s(rs, t) = \frac{1}{r} \int d\omega \exp(-j\omega t) \int d^3r' A(\omega) f(r', \omega) \times \exp\left[j\omega \frac{s_0 - s}{c} \cdot r\right] \exp\left[j\omega \frac{r}{c}\right]. \quad (7)$$

如果 $f(r, \omega)$ 没有具体的形式, 则无法进一步简化(7)式. 对于大多数材料, 在可见光及更低的频

$$U^s(rs, t) = \frac{1}{r} \int d^3r' [n^2(r') - 1] \int d\omega \omega^2 A(\omega) \times \exp\left[-j\omega \left(t - \frac{r}{c} - \frac{s_0 - s}{c} \cdot r'\right)\right] = \frac{1}{r} \int d^3r' [n^2(r') - 1] \frac{d^2 a(\tau)}{d\tau^2} \Big|_{\tau = t - \frac{r}{c} - \frac{s_0 - s}{c} \cdot r'} \quad (9)$$

最后一步推导中, 利用了(6)式及傅里叶变换性质.

这就是时变入射波下的衍射层析基本公式: 对局限于弱散射物体 B 的体积, 折射率分布为 $n(r)$ 的物体, 在入射方向 s_0 的时变波场 $a(t)$ 作用下所产

$$U^s(x, y, t |_{z=z_0}) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \times \int dx' dy' dt' [n^2(x', y', t') - 1] \times \ddot{a} \left[t - \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{c} + \frac{x \cdot x' + y \cdot y' + z \cdot z'}{c \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{s_{0x} \cdot x' + s_{0y} \cdot y' + s_{0z} \cdot z'}{c} \right]. \quad (10)$$

3 数值模拟

为了计算简单, 只考虑了两维物体.

$$n^2(y, z) = \begin{cases} \left[1 + \cos \frac{y}{l} \right] e^{-\frac{y^2}{r^2}} \left[1 + \cos \frac{z}{l} \right] e^{-\frac{z^2}{r^2}} & |y| \leq 4 \mu\text{m}, |z| \leq 4 \mu\text{m}, \\ 1 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (11)$$

其中 $l = 1 \mu\text{m}$, $r = 1 \mu\text{m}$.

假设入射波在 $(y, z) = (0, 0)$ 的时间行为是:

$$a(t) = \exp\left[-\left(\frac{t - t_0}{\tau_0}\right)^2\right] \exp(-j\omega_0 t), \quad (12)$$

率范围内, 只要远离吸收边, 其折射率可以近似看成与 ω 无关, 从而可以假设物体的折射率分布是 $n(r)$, 则由(3)式可得:

$$f(r, \omega) = (\omega^2/4\pi c^2)[n^2(r) - 1]. \quad (8)$$

若不计一个常数因子, (7)式可以写成:

生的时变散射场分布由(9)式表示.

在直角坐标系 (x, y, z) 中, 在 $z = z_0$ 面上记录到的散射场将是:

其中, $t_0 = 100 \text{ fs}$, $\tau_0 = 10 \text{ fs}$, $\omega_0 = \pi \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, s_0 沿 z 向, 对应波长为 600 nm 的飞秒脉冲入射波场.

用(9)式计算了在同一个 $r = 1 \text{ cm}$ 而不同角度 s 处的散射强度. 图 2(a) 是 $t - r/c = 100 \text{ fs}$ 的散射场, 即对应于入射波的峰值; 图 2(b) 是 $t - r/c = 118 \text{ fs}$ 的散射场, 较峰值延迟了 18 fs ; 作为比较, 图 2(c) 则是单色平面入射波 $\exp(-j\omega_0 t)$ 的散射场. 随着时间的推迟, 时变波场的衍射层析的角分布的幅度下降, 但和单色波的衍射层析相比, 其定性行为变化不大. 可见, 对于半圆放置的探测器测得的散射场, 入射场的时间行为没有很大地影响散射斑图.

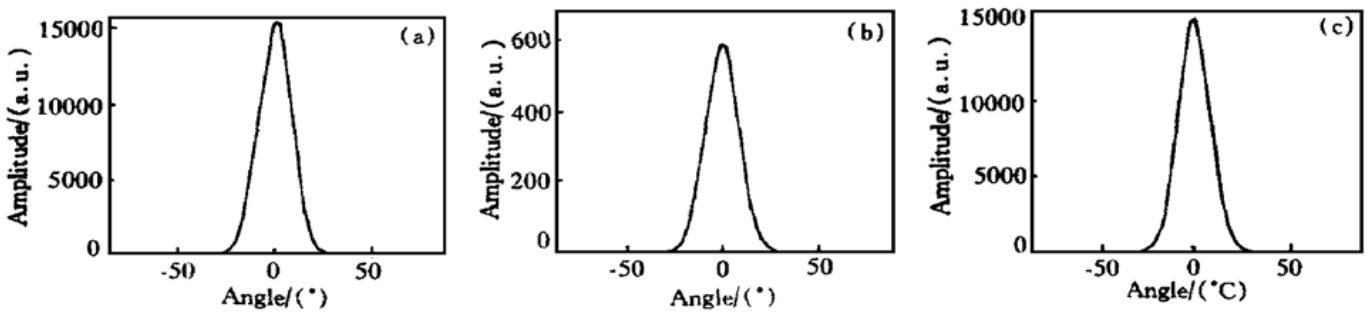


Fig. 2 The angle distribution of diffraction tomography. (a) The time corresponding to the peak of the time varied illuminating wave. (b) 18 femtosecond later compared with the time in (a). (c) The diffraction topography with monochromic wave

然而, 对于平面放置的探测器, 由于入射场是短脉冲, 而此时各探测点所对应的 r 不相同, 其差值可能大大超过了脉宽所对应的长度, 则在探测器上的散射场分布将有大的不同. 如图 3 所示.

本例中, 脉宽约为 50 fs , 当 $OP_1 - OP_2 > 15 \mu\text{m}$

时, 若 P_1 处有明显的散射分布, P_2 处则无明显的散射分布; 若 P_2 处有明显的散射分布, P_1 处则无明显的散射分布. 而对于单色平面波, P_1, P_2 处始终均有散射分布. 所以, 入射波场的时间行为将对衍射层析的成像产生很大的影响. 在图 4 中给出了在

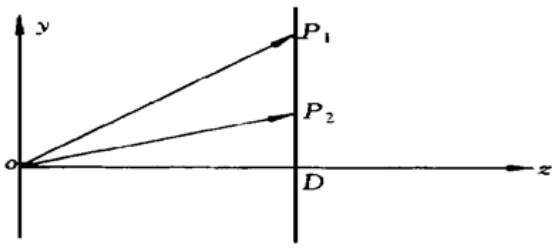


Fig. 3 The schematic recording setup of diffraction tomography

$OD = 1$ cm 的探测面上的幅度分布。图 4(a) 是 $t - OD/c = 100$ fs 的散射场, 即对应于入射波的峰值; 图 4(b) 是 $t = OD/c = 118$ fs 的散射场, 较峰值延迟 18 fs; 作为比较, 图 4(c) 则是单色平面入射波 $e^{-j\omega_0 t}$ 的散射场。随着时间的推迟, 时变波场的衍射层析幅度分布发生了明显的变化, 由峰值位于中心两侧扩展, 与单色波相比完全不同, 且分布范围较单色波要小很多。

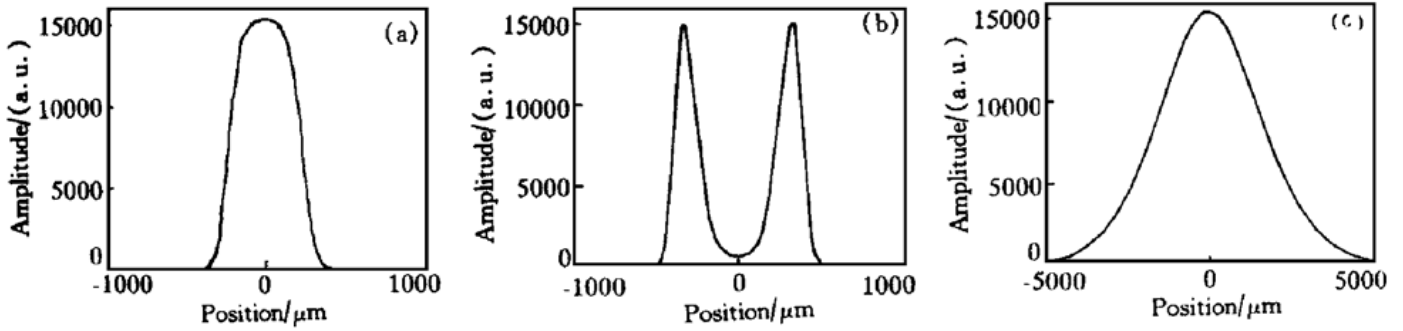


Fig. 4 The area distribution of diffraction tomography. (a) The time corresponding to the peak of the time-varied illuminating wave [Eq. (12)]. (b) 18 femtosecond later compared with the time in (a). (c) The diffraction tomography with monochromatic wave

4 反演问题

已有的研究表明^[1], 对于单色波衍射层析, 在理想情况下, 重建的物体是原物体低通滤波的结果。具体地说, 物体中空间频率 $|\mathbf{K}| \leq 4\pi/\lambda$ 的那部分信息得到复原。对于时变入射波, 情况将有变化。

为更好地反应物理本质, 可研究一个可以解析处理的特例。反演中对不同的入射方向计算各个散射方向的散射场, 再将得到的数据进行插值, 再做反傅里叶变换, 得到物体的近似重建。

物体是均匀正方分布的两维物体,

$$n^2(y, z) = \begin{cases} 1.1 & |y| \leq 3 \mu\text{m}, |z| \leq 3 \mu\text{m}, \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (13)$$

$z = 0$ 的截面分布如图 5(a) 所示。

入射波是以 $\lambda_0 = 600$ nm 为中心波长的高斯脉冲

$$a(t) = \exp\left[-\left(\frac{t-t_0}{\tau_0}\right)^2\right] \exp(-j\omega_0 t), \quad (14)$$

这里 τ_0 反应了脉宽。

对 $\lambda_0 = 600$ nm 的单色波, 它所对应的散射场可解析计算, 而重建的物体分布是

$$n_r^2(y, z) - 1 = [n^2(y, z) - 1] \otimes \frac{2J_1(\sqrt{y^2 + z^2} 4\pi/\lambda_0)}{\sqrt{y^2 + z^2} 4\pi/\lambda_0}, \quad (15)$$

这里 \otimes 是卷积运算。在图 5(b) 中画出了 $z = 0$ 的一个截面。

对高斯脉冲波, 它所对应的散射场是:

$$U^s(rs, t) = \frac{-1}{r} \int_{-3 \mu\text{m}}^{3 \mu\text{m}} dy' \int_{-3 \mu\text{m}}^{3 \mu\text{m}} dz' [n^2(\mathbf{r}') - 1] \times \frac{d^2 a(\tau)}{d\tau^2} \Big|_{\tau = t - \frac{r}{c} - \frac{s_0 - s}{c} \cdot \mathbf{r}'} = \frac{-1}{r} \int_{-3 \mu\text{m}}^{3 \mu\text{m}} dy' \int_{-3 \mu\text{m}}^{3 \mu\text{m}} dz' [n^2(\mathbf{r}') - 1] \left[\frac{2}{\tau_0^2} + \omega_0^2 - \frac{4j\omega_0(\tau - t_0)}{\tau_0^2} + \frac{4(\tau - t_0)^2}{\tau_0^4} \right] \times \exp\left[\frac{(\tau - t_0)^2}{\tau_0^2}\right] \exp(-j\omega_0 t) \Big|_{\tau = t - \frac{r}{c} - \frac{s_0 - s}{c} \cdot \mathbf{r}'} \quad (16)$$

可以看出, 脉宽越长, 时变波场的散射和单色波越接近, 事实上, 当 τ_0 大于 10 倍中心频率所对应的周期时, 即可认为时变波场不再影响衍射层析。随脉宽变短, 从时变衍射层析反演得到的物体与从单色波衍射层析反演的物体分布的差别变大。

在本例中, 如图 5(c) 和图 5(d) 所示, 随脉宽 $\tau_0 = 25$ fs [图 5(c)] 变到 $\tau_0 = 10$ fs [图 5(d)] 时, 重建的物体与图 5(b) 相比差别变大。在非边界处, 物体的分布变光滑, 而尖锐的边界也随之变得较为平缓。

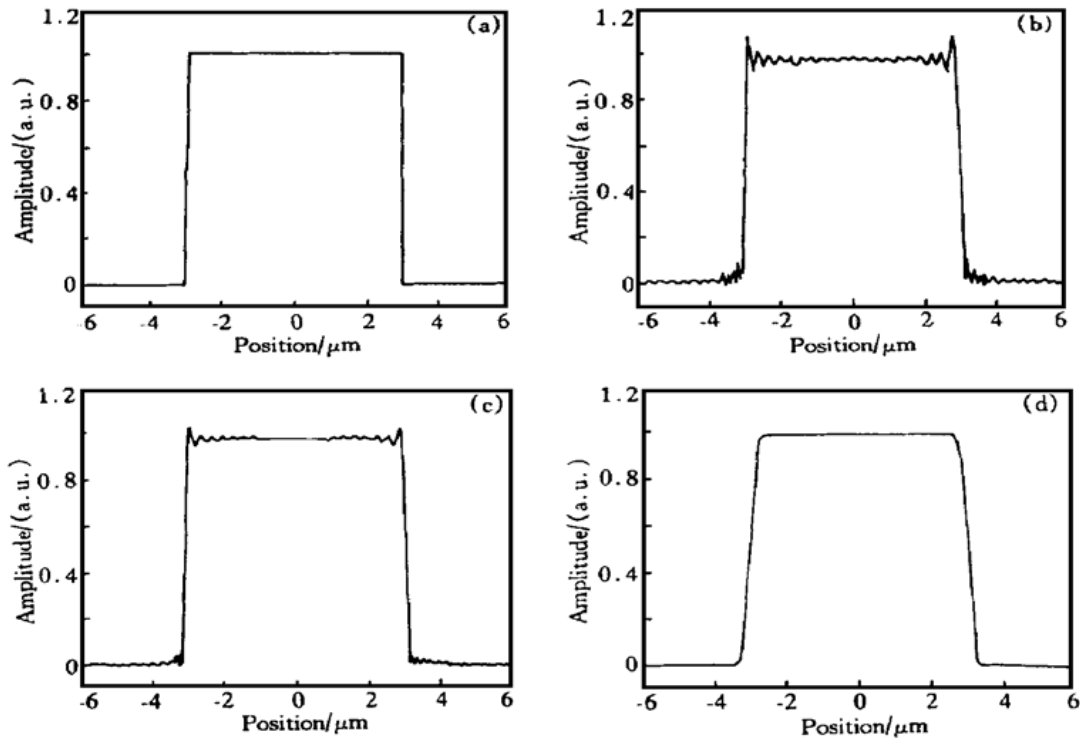


Fig. 5 Reconstruction from diffraction tomography. (a) The $z = 0$ slice of the original object. (b) Reconstructed $z = 0$ slice with monochromatic illuminating wave. (c) Reconstructed $z = 0$ slice with time-varied illuminating wave [Eq. (14)], $\tau_0 = 25$ fs, the time corresponding to the peak of the wave. (d) Reconstructed $z = 0$ slice with time-varied illuminating wave [Eq. (14)], $s = 10$ fs, the time corresponding to the peak of the wave

结论 建立了时变入射场下的衍射层析成像公式, 分析了入射场时间行为对衍射层析及物体反演的影响。对于不是非常短的脉冲, 时变入射波场并不影响衍射层析。但极短脉冲入射波场则会较大程度地影响衍射层析。

参 考 文 献

- [1] Wolf E. *Principles and Development of Diffraction Tomography*. Trends: Optics Academic Press. 1996
- [2] Devaney A J. Structure determination from intensity measurements in scattering experiments. *Phys. Rev. Lett.*, 1989, **62**(20): 2385~ 2388
- [3] Wedberg T C, Stamnes J J. Comparison of phase retrieval methods for optical diffraction tomography. *Pure Appl. Opt.*, 1995, **4**(1): 39~ 54
- [4] Pan Xiaochuan. Unified reconstruction theory for diffraction tomography, with consideration of noise control. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1998, **15**(9): 2312~ 2326
- [5] Chen Bingquan, Stamnes J J. Validity of diffraction tomography based on the first Born and the first Rytov approximations. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(14): 2996~ 3006
- [6] Li X D, Durduran T, Yodh A G *et al.*. Diffraction tomography for biomedical imaging with diffuse photon density waves. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(8): 573~ 575
- [7] Devaney A J. Geophysical diffraction tomography. *IEEE Trans. on Geosc. And Remote Sensing*, 1984, **GE-22**(1): 3~ 13

Effect of Time-Varied Wave Field on the Diffraction Tomography

Dai Yaping Cheng Jing Li Yinzhu Zhang Quanhui Xie Hu Zhu Jianqiang
 (Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Science, Shanghai 201800)
 (Received 2 December 1999; revised 11 January 2000)

Abstract: The basic formula of the diffraction tomography with time-varied incident wave was established. The angle distribution and plane distribution of the diffraction tomography with ultrashort pulse incident wave was simulated. The effect of time-varied wave field on the diffraction tomography was analyzed.

Key words: diffraction tomography; time-varied wave field; ultrashort pulse