

文章编号: 0253-2239(2001)04-422-04

# 任意截面光波导的模式计算\*

袁明权 胡礼中

(大连理工大学物理系, 大连 116024)

**摘要:** 提出了一种计算近理想形状任意截面光波导模式特性的方法。首先运用微扰理论计算出光波导的电磁场分布, 然后从麦克斯韦方程出发推导出一个计算光波导传播常数的公式并由此得出其色散曲线。该方法没有繁杂的计算过程。

**关键词:** 光波导; 模式; 色散特性; 微扰法

中图分类号: TN252 文献标识码: A

## 1 引 言

在许多光波导器件的制作过程中, 由于多种不可避免的因素, 使得器件的谐振腔横截面相对理想情况总是有一些偏离。例如, 在用化学刻蚀方法或离子束刻蚀方法制备截面为矩形或脊形的光波导时, 由于侧向选择刻蚀作用难以得到规则的矩形或脊形截面, 通常得到的是梯形截面。又如, 在沟道衬底上依次外延生长限制层和波导层, 通常形成双凸形、半月形和弯月形截面。光波导的横截面形状直接影响器件的电磁场分布。因此, 寻找一种普遍适用且简单明了的方法来计算这些非理想情况下的光波导器件的模式特性具有重要的实际意义。

国内外有许多研究工作者对一些具体情况下的波导问题作了大量的工作<sup>[1~3]</sup>, 但这些工作一般缺乏普适性。也有一些国内外学者对任意形状截面的波导问题进行了研究<sup>[4,5]</sup>, 但这些研究主要运用有限元方法, 大部分方案比较复杂, 计算也是较繁琐的。而且, 这些研究工作主要是针对光纤光学的, 虽

然也可以应用于其他光波导器件的特性模拟, 但由于光纤与一般的光波导在结构上存在较大差异, 所以它们终究还是不够理想的。

基于这种情况, 本文提出了一种模拟任意截面形状光波导模式特性的相对简便的普适方法。这种方法涵义简单明了, 并且所运用的理论也并不复杂, 非常适合谐振腔横截面接近于某种理想形状的光波导的模式计算。

## 2 电磁场计算公式推导

非理想截面的光波导芯区横截面如图 1(a) 所示。运用一个横截面为矩形的波导作为零级近似, 如图 1(b) 所示。假设实际腔面面积为  $A$ , 阴影部分(即实际腔面与矩形重合部分) 面积为  $A'$ , 两者之差为

$$A - A' = \Delta A, \quad \Delta A = \sum_k \Delta A_k \quad (k = 1, 2, \dots, 8),$$

如图 1(c) 所示。

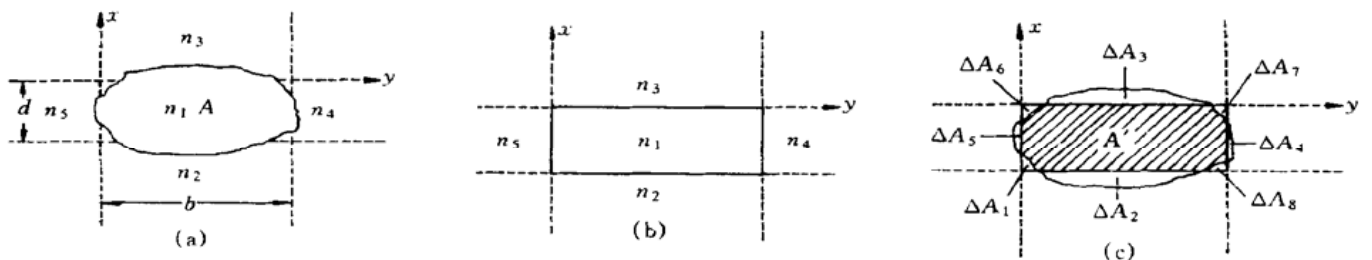


Fig. 1 Schematic electromagnetic field calculation regions of an arbitrarily-shaped waveguide. (a) The cross section; (b) The zeroth approximation cross section; (c) The calculation regions

在零级近似(即矩形截面)情况下的亥姆霍兹方程如下:

\* 教育部优秀年轻教师基金资助项目。

$$\left. \begin{aligned} (\nabla^2 + k_0^2 n_1^2) \mathbf{E}_0 &= \beta_0^2 \mathbf{E}_0 \quad (A' \text{ 区}), \\ (\nabla^2 + k_0^2 n_i^2) \mathbf{E}_0 &= \beta_0^2 \mathbf{E}_0 \quad (\Delta A_i \text{ 区}, \quad i = 2, 3, 4, 5), \\ (\nabla^2 + k_0^2 n_1^2) \mathbf{E}_0 &= \beta_0^2 \mathbf{E}_0 \quad (\Delta A_k \text{ 区}, \quad k = 1, 6, 7, 8). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

实际腔面的亥姆霍兹方程如下:

$$\left. \begin{aligned} (\nabla^2 + k_0^2 n_1^2) \mathbf{E} &= \beta^2 \mathbf{E} \quad (A' \text{ 区}), \\ (\nabla^2 + k_0^2 n_1^2) \mathbf{E} &= \beta^2 \mathbf{E} \quad (\Delta A_k \text{ 区}, \quad k = 2, 3, 4, 5), \\ (\nabla^2 + k_0^2 n_i^2) \mathbf{E} &= \beta^2 \mathbf{E} \quad (\Delta A_i \text{ 区}, \quad i = 1, 6, 7, 8). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中  $k_0 = \frac{\omega}{c}$ ,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ,  $n_i$  为第  $i$  区的折射率,  $\beta$  为传播常,  $\beta_0$  为传播常数的零级近似。

$$\text{令} \quad H_0 = \begin{cases} \nabla^2 + k_0^2 n_1^2 & (A' \text{ 区}), \\ \nabla^2 + k_0^2 n_1^2 & (\Delta A_k \text{ 区}, k = 1, 6, 7, 8), \\ \nabla^2 + k_0^2 n_i^2 & (\Delta A_i \text{ 区}, i = 2, 3, 4, 5), \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{则} \quad H = \begin{cases} H_0 & (A' \text{ 区}) \\ H_0 - k_0^2(n_1^2 - n_k^2) = H_0 + H' & (\Delta A_k \text{ 区}, k = 1, 6, 7, 8), \\ H_0 + k_0^2(n_1^2 - n_i^2) = H_0 + H' & (\Delta A_i \text{ 区}, i = 2, 3, 4, 5), \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{即} \quad H' = \begin{cases} 0 & (A' \text{ 区}), \\ -k_0^2(n_1^2 - n_k^2) & (\Delta A_k \text{ 区}, k = 1, 6, 7, 8), \\ k_0^2(n_1^2 - n_i^2) & (\Delta A_i \text{ 区}, i = 2, 3, 4, 5). \end{cases} \quad (5)$$

1) 非简并情况。由微扰理论得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}^{pq} &= \mathbf{E}_0^{pq} + \sum_{\substack{p' \neq p \\ q' \neq q}}' \frac{\int_{\Delta A} \mathbf{E}_0^{p'q'} H' \cdot \mathbf{E}_0^{pq} dA}{\beta_0^2(pq) - \beta_0^2(p'q')} \mathbf{E}_0^{p'q'} = \mathbf{E}_0^{pq} + \sum_{\substack{p' \neq p \\ q' \neq q}}' a(p', q') \mathbf{E}_0^{p'q'} \\ a(p', q') &= \frac{\int_{\Delta A} \mathbf{E}_0^{p'q'} H' \cdot \mathbf{E}_0^{pq} dA}{\beta_0^2(pq) - \beta_0^2(p'q')} = H' \frac{\int_{\Delta A} \mathbf{E}_0^{p'q'} \cdot \mathbf{E}_0^{pq} dA}{\beta_0^2(pq) - \beta_0^2(p'q')} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

2) 简并情况<sup>[6]</sup>。假设  $\beta_0^2(p, q)$  是  $k$  重简并的, 其对应的电磁场分别为  $\mathbf{E}_0^{p_1q_1}, \mathbf{E}_0^{p_2q_2}, \dots, \mathbf{E}_0^{p_kq_k}$ 。由微扰理论可知, 微扰矩阵元为:

$$H'_{mn} = \int_{\Delta A} \mathbf{E}_0^{p_mq_m} H' \cdot \mathbf{E}_0^{p_nq_n} dA = H' \int_{\Delta A} \mathbf{E}_0^{p_mq_m} \cdot \mathbf{E}_0^{p_nq_n} dA, \quad (7)$$

式中,  $H'$  由(5)式给出, 为常数。

式场为:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \mathbf{E}(x, y) \exp[i(\beta z - \omega t)], \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= \mathbf{H}(x, y) \exp[i(\beta z - \omega t)]. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

零级近似腔的模式传播常数为  $\beta_0$ , 其模式场为:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) &= \mathbf{E}_0(x, y) \exp[i(\beta_0 z - \omega t)], \\ \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) &= \mathbf{H}_0(x, y) \exp[i(\beta_0 z - \omega t)]. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

将上面两组电磁场表达式分别代入麦克斯韦方程

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\partial \mathbf{B} / \partial t = -\mu_0(\partial \mathbf{H} / \partial t), \\ \nabla \times \mathbf{H} &= -\partial \mathbf{D} / \partial t = \varepsilon(\partial \mathbf{E} / \partial t), \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

得:

### 3 传播常数计算公式推导

假定实际横截面腔的模式传播常数为  $\beta$ , 其模

$$\left. \begin{aligned}
 \nabla \times \mathbf{E} + i\beta(\mathbf{e}_z \times \mathbf{E}) &= i\omega\mu_0\mathbf{H}, \\
 \nabla \times \mathbf{H} + i\beta(\mathbf{e}_z \times \mathbf{H}) &= -i\omega\epsilon_1\mathbf{E}, \\
 \nabla \times \mathbf{E}_0^* - i\beta(\mathbf{e}_z \times \mathbf{E}_0^*) &= -i\omega\mu_0\mathbf{H}_0^*, \\
 \nabla \times \mathbf{H}_0^* - i\beta(\mathbf{e}_z \times \mathbf{H}_0^*) &= i\omega\epsilon_1\mathbf{E}_0^*.
 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中, \* 为取复共轭,  $\mathbf{e}_z$  为  $z$  方向上的单位矢量,  
 $\epsilon_j = \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4, \epsilon_5$ .  
 由以上 4 式可得:

$$\Delta\beta = \beta - \beta_0 = \frac{\omega(\epsilon_1 - \epsilon_k) \int_{\Delta A} \mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{E} dA}{\int_{\Delta A} (\mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H} + \mathbf{E} \times \mathbf{H}_0^*) \cdot \mathbf{e}_z dA}. \quad (13)$$

### 4 实算结果与讨论

#### 1) 椭圆形光波导

为与有限元法的数值解结果<sup>[7]</sup>相比较,下面计算了椭圆形截面光波导的色散曲线。作为计算实例

的椭圆形光波导的截面如图 2(a) 所示。运用一个矩形截面作为其零级近似。此种情况下的零级近似矩形的尺寸和折射率的大小如图 2(b) 所示。计算所用的坐标系及微扰区域如图 2(c) 所示。

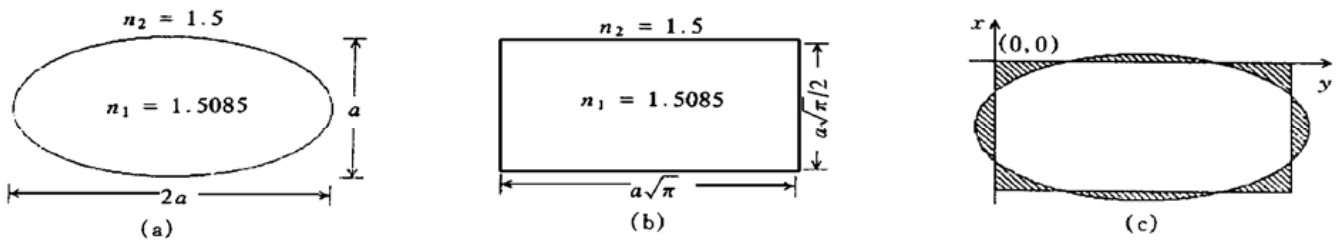


Fig. 2 Schematic electromagnetic field calculation regions of an elliptic waveguide. (a) The cross section; (b) The zeroth approximation cross section; (c) The calculation regions (the dark parts are the perturbation regions)

通过编程计算得出色散曲线如图 3 所示。

由此可知, 计算结果与有限元法结果是相符的。

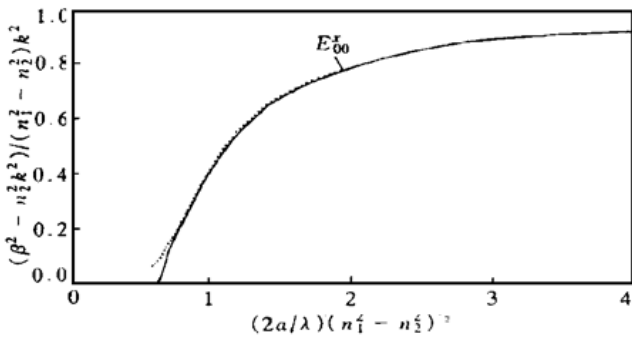


Fig. 3 Dispersion characteristics of an elliptic waveguide. The dashed is from Ref. [7]

#### 2) 梯形截面半导体激光器

梯形截面谐振腔是半导体激光器中常见的一种结构。下面就运用前面提出的方案对这种波导进行模拟计算。

作为计算实例的半导体激光器横截面如图 4(a) 所示。运用一个矩形截面作为其零级近似。此种情况下的零级近似矩形尺寸和折射率大小如图 4(b) 所示。计算所用坐标系及微扰区域如图 4(c) 所示。

通过编程计算得出低阶模的归一化光强分布和色散分布曲线如图 5 和图 6 所示。

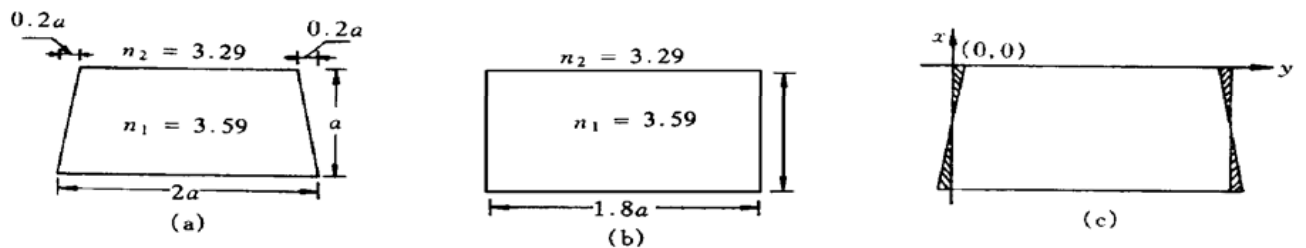


Fig. 4 Schematic electromagnetic field calculation regions of a ladder-shaped semiconductor laser. (a) The cross section; (b) The zeroth approximation cross section; (c) The calculation regions (the dark parts are the perturbation regions)

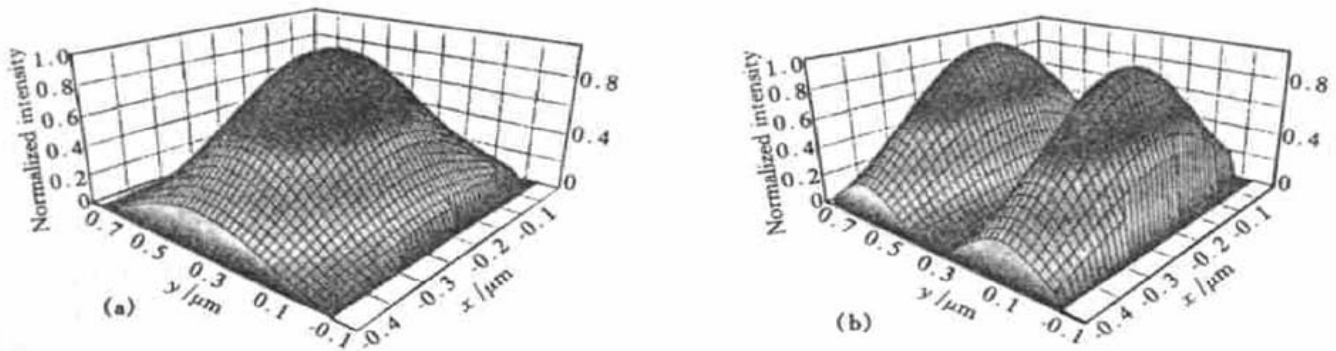


Fig. 5 Normalized intensities of the low-order modes. (a)  $E_{00}^x$  mode; (b)  $E_{01}^x$  mode

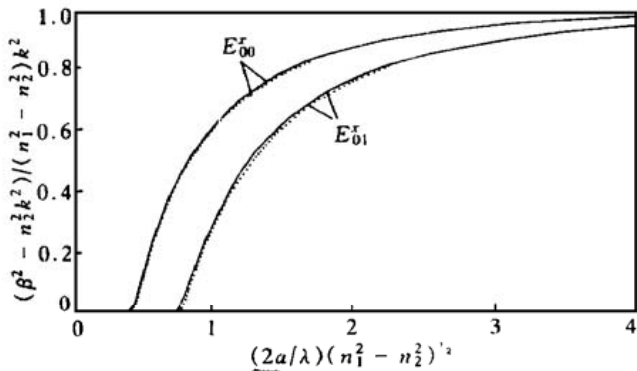


Fig. 6 Dispersion characteristics of a ladder-shaped semiconductor laser. The dashed is the result from the zeroth approximations

**结论** 通过以上的计算可以看出用本文方法可以比较简便地得到令人满意的结果。

将复电导率代入本文计算色散曲线公式中可以计算出光波导的增益和损耗。这种方法也适合计算

其他类型的光波导。

### 参 考 文 献

- [1] 马春生, 刘式壖, 高福斌. 梯形截面介质光波导的模式方程. *中国激光*, 1991, **18**(9): 677~ 681
- [2] 高永椿, 程 蒲, 龙长应. 椭圆光波导的特性研究. *量子电子学*, 1994, **11**(3): 171~ 175
- [3] 赵策洲, 刘恩科. 梯形截面多量子阱脊形波导模式特性. *光子学报*, 1996, **25**(1): 46~ 50
- [4] Hayata K, Koshiba M, Eguchi M *et al.*. Vectorial finite-element method without any spurious solutions for dielectric waveguiding problems using transverse magnetic-field component. *IEEE Trans. Microwave Theory & Tech.* 1986, **MTT-34**(11): 1120~ 1124
- [5] 赵平安, 于荣金. 分析各向异性光波导的一种新系统. *光学学报*, 1994, **14**(7): 729~ 735
- [6] 曾谨言. *量子力学(卷 I)*. 北京: 科学出版社, 1990. 473~ 479
- [7] Yeh C, Ha K, Dong S B *et al.*. Single-mode optical waveguide. *Appl. Opt.*, 1979, **18**(10): 1490~ 1504

## Mode Calculation of Arbitrarily Shaped Waveguide

Yuan Mingquan Hu Lizhong

(Department of Physics, Dalian University of Technology, Dalian 116024)

(Received 3 August 1999; revised 11 April 2000)

**Abstract:** A method for the mode calculation of arbitrarily shaped waveguide with near-ideal section is proposed. Two formulae for the electromagnetic field and the propagation constant calculation are derived from the perturbation theory. By using these two formulae, the dispersion characteristics of a ladder-shaped waveguide is conveniently given.

**Key words:** waveguide; mode; dispersion characteristics; perturbation