

文章编号: 0253-2239(2001)03-0320-04

光栅在超短脉冲激光照射下的塔尔博特效应*

王淮生 周常河 李建朗 刘立人

(中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学实验室, 上海 201800)

摘要: 首先导出了光栅在短脉冲激光照射下的菲涅耳衍射光场的方程, 利用该方程分析了一个开口比为 1:4 的光栅的衍射光场。数值计算结果表明当激光脉冲的半极大值全宽(FWHM) $\Delta\tau$ 在皮秒数量级时, 可以得到塔尔博特自成像。当激光脉冲的 $\Delta\tau$ 从皮秒逐渐减小时, 塔尔博特自成像现象逐渐消失。而当激光脉冲的 $\Delta\tau$ 小于几十个飞秒时在第一个塔尔博特距离处光栅的衍射光强的最大值随 $\Delta\tau$ 的减小而减小。

关键词: 光栅; 菲涅耳衍射; 塔尔博特效应; 超短脉冲激光

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

1 引言

飞秒激光脉冲技术近年来取得迅速发展^[1~3], 研究其通过光学系统和光学介质的传播特性对于促进飞秒激光脉冲技术的应用有重要意义。超短激光脉冲可认为是由多个单色光相干叠加而成, 当它通过光学系统和光学介质时由于色散效应和衍射效应其传播特性与连续光有所不同。许多学者对这一领域作过研究, Kempe Hell Gu 等人^[4~6]研究了在超短激光脉冲照射下的共焦显微系统; Cooper Ziolkowski 等人^[7,8]讨论了超短激光脉冲在自由空间的传播, 王中阳和徐志展等人^[9]分析了超短激光脉冲在远场的谱线漂移性, Gu 和 Anderson 等人^[10]分别报道了圆孔及锯齿小孔^[10]和短形单缝^[11]在超短激光脉冲照射下的衍射特性。本文则讨论了当短激光脉冲照射一个光栅时的塔尔博特效应。众所周知, 连续光的塔尔博特自成像现象和分数塔尔博特效应有很多方面的应用, 例如应用在阵列照明^[12]和 Lau 空腔的相位锁模^[13]及信息存储^[14]等方面。然而我们发现光栅在短激光脉冲照射下, 当激光脉冲的半极大值全宽(FWHM) 小于几十个飞秒时塔尔博特自成像现象明显消失。还发现当激光脉冲的脉宽(FWHM) 小于几十个飞秒时在第一个塔尔博特距离处光栅的衍射光强的最大值随 $\Delta\tau$ 的增大而增大, 这就使我们有可能通过测量光强的变化而间接测量超短激光脉冲的脉宽。而当激光脉冲的脉宽在皮秒的数量级时, 可以得

到塔尔博特自成像。这表明对于皮秒激光器可以利用其塔尔博特自成像现象实现阵列照明和信息存储等应用。而对于飞秒激光器而言, 由于其塔尔博特自成像现象消失, 它就不能直接用作阵列照明器。本文的讨论对于短激光脉冲在信息光学中的应用具有指导意义。

2 短激光脉冲照射下光栅的菲涅耳衍射方程

如图 1 所示, 一束超短激光脉冲在 $z = 0$ 平面垂直照射一个开口比为 $1/M$ (其中 M 为一正整数) 光栅上, 为简单起见设光栅是在 x 方向周期为 d 的一维光栅, 光栅的透射函数可用下方程表示:

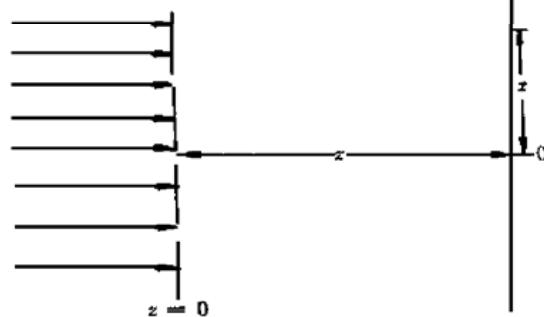
$$g(x) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left[\frac{x - jd}{d/M}\right], \quad (1)$$

对(1)式作傅里叶级数展开得:

$$g(x) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} A_j \exp\left[i \frac{2\pi j}{d} x\right]. \quad (2)$$

而入射的超短激光脉冲光场为:

$$u_0(0, t) = \exp(-i\omega_0 t - t^2/T^2). \quad (3)$$



* 国家自然科学基金(69837020)和中国科学院百人计划资助课题。

这里 ω_0 为圆心频率。参数 T 与入射脉冲波的宽度 $\Delta\tau$ 的关系为

$$T = \frac{\Delta\tau}{2\sqrt{\ln 2}}, \quad (4)$$

定义 $u_0(0, t)$ 的傅里叶变换为

$$u_0(0, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(t) \exp(i\omega t) dt = \frac{T}{2\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{T^2(\omega - \omega_0)^2}{4}\right]. \quad (5)$$

记 $\phi(x, z, t)$ 表示在时间 t 距离 z 外的菲涅耳衍射光场, 其傅里叶变换定义为

$$\phi(x, z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x, z, t) \exp(i\omega t) dt. \quad (6)$$

由一维单色光的菲涅耳衍射特性知超短激光脉冲的 ω 分量在 z 处的光场为

$$\phi(x, z, \omega) = u_0(0, \omega) \phi_\lambda(x, z), \quad (7)$$

而单色平行光在 z 处的光场为:

$$\phi_\lambda(x, z) = \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}z\right] \times \sum_{j=-\infty}^{+\infty} A_j \exp\left[i\frac{2\pi jx}{d} - i\frac{2\pi j^2 z}{2d^2}\right]. \quad (8)$$

在距离 z 处的超短激光脉冲的菲涅耳衍射光场的总强度分布 $I(x, z)$ 定义为

$$I(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt |\phi(x, z, t)|^2, \quad (9)$$

由 Parseval 定理知

$$I(x, z) = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega |\phi(x, z, \omega)|^2. \quad (10)$$

利用(2)式和(7)式, (10)式可化简为

$$I(x, z) = \frac{T^2}{2} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{l'=-\infty}^{+\infty} A_l A_{l'} \exp\left[i\frac{2\pi(l-l')x}{d}\right] \times \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \exp\left[-\frac{T^2(\omega - \omega_0)^2}{2} - i\frac{\pi z(l^2 - l'^2)2\pi c}{d^2\omega}\right]. \quad (11)$$

为便于讨论, 定义:

$$G(\omega) = \exp\left[-\frac{T^2(\omega - \omega_0)^2}{2} - i\frac{\pi z(l^2 - l'^2)2\pi c}{d^2\omega}\right] \quad (12)$$

$$\omega_- = \omega_0 - \frac{2\sqrt{\ln 2}}{T} l_0, \quad \omega_+ = \omega_0 + \frac{2\sqrt{\ln 2}}{T} l_0, \quad (13)$$

这里 l_0 为正整数。可以选取一适当的 l_0 使

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G(\omega) d\omega \approx \int_{\omega_-}^{\omega_+} G(\omega) d\omega \quad (14)$$

成立。利用定积分的梯形近似法, 选取适当的 N 使下面关系式成立:

$$\int_{\omega_-}^{\omega_+} G(\omega) d\omega \approx \frac{\omega_+ - \omega_-}{2N} \times \left[\sum_{j=1}^{2N+1} G(\omega_j) - \frac{G(\omega_-) + G(\omega_+)}{2} \right], \quad (15)$$

$$\omega_j = \omega_- + (j-1) \frac{\omega_+ - \omega_-}{2N} \quad j = 1, 2, \dots, 2N+1. \quad (16)$$

利用(8)、(11)、(13)和(15)式, 可以导出

$$I(x, z) = \frac{Tl_0\sqrt{\ln 2}}{N} \left[\sum_{j=1}^{2N+1} f(x, z, \omega_j) - \frac{f(x, z, \omega_-) + f(x, z, \omega_+)}{2} \right], \quad (17)$$

$$f(x, z, \omega) = \exp\left[-\frac{T^2(\omega - \omega_0)^2}{2}\right] |\phi_\lambda(x, z)|^2. \quad (18)$$

起始位置超短激光脉冲的总强度分布为

$$I_0(x, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \exp\left[-i\omega_0 t - \frac{t^2}{T^2}\right] g(x) \right|^2 dt = \frac{\sqrt{2\pi T}}{2} |g(x)|^2,$$

因为 $|g(x)|^2 = g(x)$, 所以

$$I_0(x, 0) = \frac{\sqrt{2\pi T}}{2} g(x), \quad (19)$$

定义规范的起始位置超短激光脉冲的总强度分布为

$$I_0(x, 0) = g(x), \quad (20)$$

定义任意位置 z 规范的激光脉冲的总强度分布为

$$I_0(x, z) = \frac{I(x, z)}{T \sqrt{2\pi/2}} = \frac{l_0 \sqrt{2\pi \ln 2}}{N \pi} \times \left[\sum_{j=1}^{2N+1} f(x, z, \omega_j) - \frac{f(x, z, \omega_-) + f(x, z, \omega_+)}{2} \right]. \quad (21)$$

(20)式和(21)式是我们研究光栅在超短激光脉冲照射下其菲涅耳衍射的基本方程。

3 光栅在超短激光脉冲照射下的塔尔博特效应

作为一个特例, 考虑一个开口比为 $1/4$ 、周期为 d 的矩形光栅, 照射光栅的短脉冲的中心波长 λ_0 为

$0.8 \mu\text{m}$, 对应的圆频率为 $\omega_0 = 2.35455 \times 10^{15} \text{ rad/s}$, 激光脉宽为 $\Delta\tau$, 中心频率的塔尔博特距离为 z_t . 利用方程(21) 分析在第一个塔尔博特距离 $z = z_t$ 处上述光栅在短激光脉冲照射下其菲涅耳衍射光强的分

布。在数值计算中选 $N = 100$, $l_0 = 2$, 而单色平行光在任意塔尔博特距离处的衍射光场可以利用文献 [15] 或[16] 中的方程求得, 数值计算的结果如图 2 所示。

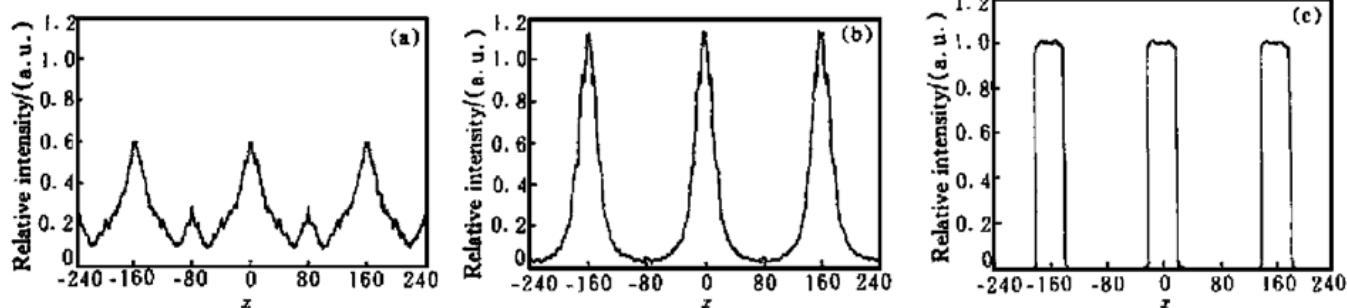


Fig. 2 The normalized intensity distributions of a rectangular grating with opening ratio 1/4 within three periods of x at the distance $z = z_t$ (where z_t is the Talbot distance of the central frequency, the unit of x axis is $(1/160) d$, d is the period of the grating). (a) $\Delta\tau = 5 \text{ fs}$; (b) $\Delta\tau = 20 \text{ fs}$; (c) $\Delta\tau = 1000 \text{ fs}$

从图 2 可看出图 2(a) 的峰值和对比度比图 2(b) 小, 这是由于对应于图 2(a) 的短激光脉冲的频谱比相应的图 2(b) 较宽的缘故。图 2(c) 几乎与连续光的塔尔博特自成像情况完全相同, 因此在 $z = z_t$ 处当 $\Delta\tau > 1000 \text{ fs}$ 时可以当作连续光看待。当 $20 \text{ fs} < \Delta\tau < 1000 \text{ fs}$ 时, 塔尔博特自成像情况逐渐改变。当 $5 \text{ fs} < \Delta\tau < 20 \text{ fs}$ 时, 塔尔博特自成像现象已基本消失。

用同样的方法可以去分析上述光栅在超短激光脉冲照射下任意塔尔博特距离处光强的分布, 也可以去分析其他类型的光栅在超短激光脉冲照射下的塔尔博特效应。

结论 本文分析了光栅在短激光脉冲照射下的塔尔博特效应。总的来说塔尔博特自成像现象随激光脉冲的脉宽 $\Delta\tau$ 的减小而逐渐消失。当 $\Delta\tau < 20 \text{ fs}$ 时很难观察到塔尔博特自成像现象, 但此时在第一个塔尔博特距离处光栅的衍射光强的最大值随 $\Delta\tau$ 的增大而增大, 这就使我们有可能通过测量光强的变化去测量超短激光脉冲的脉宽。而当 $\Delta\tau$ 到达皮秒的数量级时衍射光强的分布与连续光照射时基本相同, 此时可以观察到塔尔博特自成像现象。

连续照射下的塔尔博特效应为人们认识和了解并得到广泛应用, 而短激光脉冲照射下的塔尔博特效应为人们所忽视。本文可有助于促进超短脉冲在信息光学中的应用。

参 考 文 献

- [1] Zhou J, Taft G, Huang C et al.. Pulse evolution in a broad-bandwidth Ti sapphire laser. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(15): 1149
- [2] Stingl A, Spielmann C, Kranze F et al.. Generation of 11-fs pulses from a Ti: sapphire laser without the use of prisms. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(3): 204~ 206
- [3] Pshenichnikov M S, de Boeij W P, Wiersma Da. Generation of 13-fs, 5-mW pulses from cavity-damped Ti: sapphire laser. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(8): 572~ 574
- [4] Kempe M, Rudolph W. Analysis of confocal microscopy under ultrashort light pulse illumination. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1993, **10**(2): 240~ 245
- [5] Hell S W, Nninen P E H, Salo J. Pulsed and CW confocal microscopy: A comparison of resolution and contrast. *Opt. Commun.*, 1994, **113**(1~ 3): 144~ 152
- [6] Gu M. Confocal imaging of thin and line objects under ultrashort laser pulse illumination. *Optick*, 1996, **101**(3): 118~ 122
- [7] Cooper J, Marx E. Free-space propagation of ultrashort light pulses. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1985, **2**(10): 1711~ 1720
- [8] Ziolkowski R W, Jukdins J B. Propagation characteristics of ultrawide bandwidth pulsed Gaussian beams. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1992, **9**(11): 2021~ 2030
- [9] Wang Z, Zhang Z, Xu Z et al.. Spectral and temporal properties of ultrashort light pulse in the far zone. *Opt. Commun.*, 1996, **123**(1~ 3): 5~ 10
- [10] Gu M, Gan X S. Fresnel diffraction by circular and serrated apertures illuminated with an ultrashort pulsed-laser beams. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1996, **13**(4): 771~ 778
- [11] Anderson J M, Roychoudhuri C. Diffraction of an extremely short optical pulse. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1998, **15**(2): 456~ 463
- [12] Lohmann A W. An array illuminator based on the Talbot effect. *Optik*, 1987, **79**(1): 41~ 45
- [13] Liu L. Lau cavity and phase locking of laser arrays. *Opt. Lett.*, 1989, **14**(23): 1312~ 1314
- [14] Zhou C, Stankovic S, Denz C et al.. Phase codes of Talbot array illumination for encoding holographic multiplexing storage. *Opt. Commun.*, 1999, **161**(4~ 6): 209~ 211
- [15] Arrizón V, Ojeda-Castañeda J. Multilevel phase gratings for

array illuminators. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(25): 5925~ 5931
[16] 王淮生, 周常河, 刘立人. 分析光栅分数塔尔博特效应

的一组新方程. *光学学报*, 2000, **20**(10): 1364~ 1367

Talbot Effect of a Grating under Ultrashort Pulsed Laser Beam Illumination

Wang Huaisheng Zhou Changhe Li Jianlang Liu Liren

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 14 October 1999; revised 11 January 2000)

Abstract: An equation for calculating the Fresnel diffraction field of a grating under short-pulsed light illumination is derived. As an example, the equation is used to analyse the diffraction field of a rectangular grating with the opening ratio 1/4. The following results are found: Talbot self-imaging effect will appear when the full width at half-maximum of the incident short-pulsed light (FWHM) $\Delta\tau$ is within picoseconds and it will be gradually diminished as $\Delta\tau$ becomes small. When $\Delta\tau$ is within a few decade femtoseconds, the maximal intensity of the diffraction field at the first Talbot distance decreases along with the decrease of $\Delta\tau$.

Key words: grating; Fresnel diffraction; Talbot effect; ultrashort pulsed laser