

文章编号: 0253-2239(2001)02-236-06

对正交浮雕光栅傅里叶模方法的快速实现*

傅克祥 王植恒 张 靖 张奇志
(四川大学物理系, 成都 610064)

摘要: 采用“逆规则”傅里叶展开法来提高正交浮雕双周期光栅问题的收敛性, 把用在单周期光栅中的反射透射系数阵算法推广到正交双周期光栅中, 并充分利用光栅的对称性和对角周期性, 在保证计算准确度和稳定性的条件下, 把计算速度提高了几十倍, 从而把对这类问题的计算从大型计算机中解脱出来, 而可用微机加以处理。

关键词: 正交光栅; “逆规则”; 反射透射系数阵算法

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

1 引 言

在使用傅里叶模方法来处理光栅问题时, 如果取单周期光栅的傅里叶模数为 L , 其计算量与 L^3 成正比, 那么正交双周期光栅的傅里叶模数为 L^2 , 其计算量激剧增加到与 L^6 成正比。对于单层棋盘光栅, 当 $L = 21$ 时, Noponen^[1] 采用 IBM RS/600 m58F 大型计算机计算一次需要 21 分钟。在保证计算准确度和稳定性的条件下, 如何提高算法的计算速度就成了主要的问题。计算速度主要取决于算法的简洁程度和方法的收敛性。

对于多分层单周期光栅问题, 已提出了许多种递推算法来提高计算的稳定性和计算的速度。其中较典型的有 R-矩阵算法^[2] 及其许多变种, S-矩阵算法^[3] 及其许多变种, 增强透射矩阵算法^[4], 反射透射系数阵(RTCM)算法^[5,6]。增强透射矩阵算法递推一次的计算量约为 $20L^3$ 。Li^[7] 总结和比较了 S-矩阵算法和 R-矩阵算法及其 7 个变种的计算稳定性和计算量。其中有一部分算法是不稳定的, 有的算法递推一次的计算量约达 $25L^3$, 稳定而最快的算法是 S-矩阵算法中的“W-t-S”算法, 递推一次计算量约为 $15 \frac{1}{3} L^3$ 。1997 年 Li^[8] 把这种被认为是最快的算法用于处理双周期交叉光栅问题, 递推一次计算量约为 $15 \frac{1}{3} L^6$ 。但仍由于计算量大而不得不使用 3 台计算机。本文将把我们原提出的快速稳定的反射透射系数阵算法推广到正交浮雕双周期光栅问题

中, 递推一次计算量降到 $6 \frac{2}{3} L^6$ 。Li 采用“逆规则”^[9] 傅里叶级数来展开作周期变化的介电常数, 大大提高了正交双周期光栅问题的收敛性^[8], 在保证同样计算准确度的条件下, 可减少 L 的取值, 从而大大提高了计算速度。本文将沿用这种技术。

为了进一步减少计算量, 本文将充分利用对称性和对角周期性。利用光栅的对称性, 可把本征复矩阵简化成本征实矩阵, 从而把本征问题的计算量降到原来的四分之一。利用光栅的对角周期性, 在保证 L 不变的条件下, 把正交双周期光栅的傅里叶模数减半(从 L^2 降到 $L^2/2+1$), 从而使全部的计算量再降到原来的八分之一。对于同样的单层棋盘光栅^[1], 当 $L = 21$ 时, 本文使用 586-133 微机计算一次也仅需 22 分钟。

2 坐标系和注释

对于图 1 所示的正交浮雕光栅[P-P 代表垂直于纸面的剖分面, 面形如图 1(b)所示], 将它按水平剖分成 6 层, 第 1 层和第 6 层为半无限大空气层, 第 5 层为基底介质层, 第 2~4 层为光栅层。光栅沿 x, y 方向的周期分别为 T_x, T_y 。对于单位入射线偏振波, 设波长为 λ_0 , 入射波矢量与 z 轴的夹角为 θ , 入射面与 x 轴的夹角为 φ , 入射面与电场矢量 \mathbf{E} 的夹角为 ψ (如图 2 所示), 则^[6]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{u} \exp[ik_0(\alpha_0 x + \beta_0 y + \gamma_0 z)], \\ u^2 &= 1, \quad k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 2\pi/\lambda_0, \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{\sigma} \mathbf{b} \exp[ik_0(\alpha_0 x + \beta_0 y + \gamma_0 z)], \\ b^2 &= 1, \quad \sigma = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}; \end{aligned} \right\} (1)$$

* 国家自然科学基金(69888002)和中科院光电所微细加工光学技术国家重点实验室资助项目。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \sin \theta \cos \varphi, \\ \beta_0 &= \sin \theta \sin \varphi, \\ \gamma_0 &= \cos \theta; \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \cos \psi \cos \theta \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi, \\ u_y &= \cos \psi \cos \theta \sin \varphi + \sin \psi \cos \varphi, \\ u_z &= -\cos \psi \sin \theta; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} b_x &= -\sin \psi \cos \theta \cos \varphi - \cos \psi \sin \varphi, \\ b_y &= -\sin \psi \cos \theta \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi, \\ b_z &= \sin \psi \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

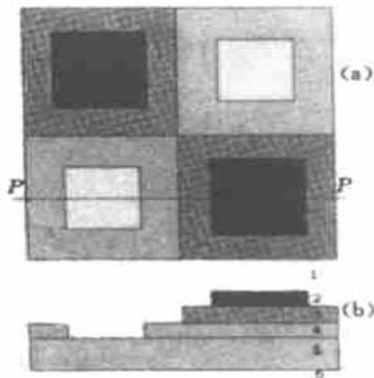


Fig. 1 Structure and layers of the cross surface-relief grating

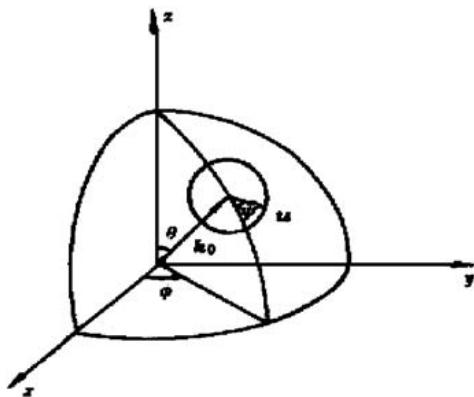


Fig. 2 Definition of the incident plane

设每一分层内的基本模式场为傅里叶模

$$\begin{aligned} (\mathbf{E}, \mathbf{OH})_p &= \\ & (e_{xmn}, e_{ymn}, e_{zmn}, -h_{xmn}, h_{ymn}, h_{zmn})_p \times \\ & \exp\{ik_0[\alpha_m x + \beta_n y + \gamma_{mn}(z - z_p)]\}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 p 代表层号, z_p 代表第 p 层上界面的坐标, m, n 代表傅里叶模编号,

$$\left. \begin{aligned} \alpha_m &= \alpha_0 + \frac{\lambda_0}{T_x} m, & \beta_n &= \beta_0 + \frac{\lambda_0}{T_y} n, \\ m, n &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M, \dots \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

γ_{mn} 是待求参量, 它相对于波矢量的 z 分量. 电磁场解必须满足麦克斯韦方程

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= -i\omega\epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

最初的傅里叶模方法^[1] 是直接把 $\epsilon(x, y)$ 作二维傅里叶级数展开, 把(5)式代入(7)式得本征矩阵方程. 这种作法的收敛性差. 如果用 Li 提出的“逆规则”傅里叶展开法, 则可大大提高收敛性. 对于在 $[a, b]$ 内的函数方程(令 $T = b - a$)

$$t(x) = f(x)g(x), \quad (8)$$

设 $t_m, f_m, \left[\frac{1}{f}\right]_m, g_m$ 分别代表以 $\exp\left[i\frac{2\pi}{T}mx\right]$ 为基函数的 $t(x), f(x), \frac{1}{f(x)}, g(x)$ 的一维傅里叶展开系数, 记 $f_{mn} \equiv f_{m-n}$, 则“逆规则”傅里叶展开法的原则^[9] 是:

1) 若 $t(x)$ 在 $[a, b]$ 内连续, 而 $f(x), g(x)$ 在 $[a, b]$ 内不连续, 则由(8)式获得的展开系数表示成

$$t_m = \sum_n \left[\frac{1}{f}\right]_{mn}^{-1} g_n. \quad (9)$$

2) 若 $g(x)$ 在 $[a, b]$ 内连续, 而 $t(x), f(x)$ 在 $[a, b]$ 内均连续或均不连续, 则由(8)式获得的展开系数表示成

$$t_m = \sum_n f_{mn} g_n. \quad (10)$$

容易把这个法则推广到二维傅里叶展开中. 把介电常数 $\epsilon(x, y)$ 作二维傅里叶展开时获得的三个不同的系数矩阵元素表示如下:

$$\left[\frac{1}{\epsilon}\right]_{ml}^{-1}(y) = \left[\frac{1}{T_x} \int_0^{T_x} \frac{1}{\epsilon(x, y)} \exp\left[-i\frac{2\pi}{T_x}(m-l)x\right] dx\right]^{-1}, \quad (11)$$

$$\left[\frac{1}{\epsilon}\right]_{nq}^{-1}(x) = \left[\frac{1}{T_y} \int_0^{T_y} \frac{1}{\epsilon(x, y)} \exp\left[-i\frac{2\pi}{T_y}(n-q)y\right] dy\right]^{-1}, \quad (12)$$

$$(\epsilon\mu)_{mn, lq} = \frac{1}{T_y} \int_0^{T_y} \left[\frac{1}{\epsilon}\right]_{ml}^{-1}(y) \exp\left[-i\frac{2\pi}{T_y}(n-q)y\right] dy, \quad (13)$$

$$(\epsilon\nu)_{mn, lq} = \frac{1}{T_x} \int_0^{T_x} \left[\frac{1}{\epsilon}\right]_{nq}^{-1}(x) \exp\left[-i\frac{2\pi}{T_x}(m-l)x\right] dx, \quad (14)$$

$$(\epsilon\rho)_{mn, lq} = \left[\frac{1}{T_x T_y} \int_0^{T_x} \int_0^{T_y} \epsilon(x, y) \times \exp\left[-i\frac{2\pi}{T_x}(m-l)x - i\frac{2\pi}{T_y}(n-q)y\right] dx dy\right]^{-1}, \quad (15)$$

其中 $\left[\frac{1}{\epsilon}\right]_{ml}^{-1}(y)$ 代表矩阵函数 $\left[\frac{1}{\epsilon}\right]_{ml}(y)$ 的逆矩阵函数, $m, n, l, q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M, \dots$.

3 本征矩阵方程

在各光栅层中,注意到

$$\mathbf{D}(x, y, z) = \varepsilon_0 \varepsilon(x, y) \mathbf{E}(x, y, z),$$

$$\mathbf{B}(x, y, z) = \mu_0 \mathbf{H}(x, y, z),$$

以及边界条件,对自变量 x 而言, D_x 、 E_y 、 E_z 是连续的,而 D_y 、 D_z 、 E_x 、 ε [即 $\varepsilon(x, y)$] 是不连续的;对自变量 y 而言, D_y 、 E_x 、 E_z 是连续的,而 D_x 、 D_z 、 E_y 、 ε 是不连续的,而 \mathbf{B} 、 \mathbf{H} 对自变量 x 、 y 都是连续的。用“逆规则”傅里叶展开法来展开麦克斯韦方程式(7),消去 E_z 、 H_z ,并用矩阵表述,得本征矩阵方程^[1,8]

$$\mathbf{A}\mathbf{E} = \mathbf{H}\gamma, \quad \mathbf{B}\mathbf{H} = \mathbf{E}\gamma, \quad (16)$$

$$\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{E} = \mathbf{E}\gamma^2. \quad (17)$$

$L = 2M + 1$, $N = L^2$, 则 \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 为 $2N$ 维的列矢量, \mathbf{A} 、 \mathbf{C} 、 γ 为 $2N \times 2N$ 维的方阵, ε_μ 、 ε_ν 、 ε_ρ 为 $N \times N$ 维的方阵, α 、 β 、 γ 为 $N \times N$ 维的对角阵, \mathbf{I} 为单位矩阵,

$$\mathbf{E} = [e_{xmn}, e_{ymn}]^T, \quad \mathbf{H} = [h_{ymn}, h_{xmn}]^T, \quad (18)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \varepsilon_\mu - \beta^2 & \beta\alpha \\ \alpha\beta & \varepsilon_\nu - \alpha^2 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \alpha\varepsilon_\rho\alpha & -\alpha\varepsilon_\rho\beta \\ -\alpha\varepsilon_\rho\beta & \mathbf{I} - \beta\varepsilon_\rho\beta \end{bmatrix},$$

$$\left. \begin{aligned} (\alpha)_{mn, lq} &= \alpha_m \delta_{ml} \delta_{nq}, \\ (\beta)_{mn, lq} &= \beta_n \delta_{ml} \delta_{nq}, \\ (\gamma)_{mn, lq} &= \gamma_{mn} \delta_{ml} \delta_{nq}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

解本征矩阵方程(17),求得本征值 γ_{mn} 和电场本征矢 \mathbf{W}_e ,再由(16)式求得磁场本征矢 \mathbf{W}_h 。 \mathbf{W}_e 和 \mathbf{W}_h 均为 $2N \times 2N$ 维的方阵。本征值 γ_{mn} 的值正负成对出现,正值代表上行波,负值代表下行波。 γ 、 \mathbf{W}_e 、 \mathbf{W}_h 确定后,模式场就被完全确定。

4 反射透射系数阵递推算法,反射率与透射率

求得电磁模式场后,电磁场的一般解是这些模式场的线性叠加,在第 p 层中:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_p &= \mathbf{W}_{ep} \exp[ik_0(\alpha x + \beta y)] \times \\ &\quad \{ \exp[i\Gamma_p(z - z_p)] \mathbf{u}_p + \exp[-i\Gamma_p(z - z_p)] \mathbf{d}_p \}, \\ \mathbf{H}_p &= \mathbf{W}_{hp} \exp[ik_0(\alpha x + \beta y)] \times \\ &\quad \{ \exp[i\Gamma_p(z - z_p)] \mathbf{u}_p - \exp[-i\Gamma_p(z - z_p)] \mathbf{d}_p \}, \end{aligned} \quad (21)$$

其中 \mathbf{u}_p 、 \mathbf{d}_p 分别代表上行波和下行波各模式场振幅系数构成的 $2N$ 维列矩阵。 $\Gamma_p = k_0 \gamma_p$, $\exp(\pm i\Gamma_p h_p)$ 为对角阵。把(21)式代入电磁场的切向分量在水平分界面上连续的条件中得

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{ep}(\mathbf{u}_p + \mathbf{d}_p) &= \mathbf{W}_{e(p+1)} \exp[-i\Gamma_{p+1}\xi_{p+1}] \times \\ &\quad \mathbf{u}_{p+1} + \exp(i\Gamma_{p+1}\xi_{p+1}) \mathbf{d}_{p+1}, \\ \mathbf{W}_{hp}(\mathbf{u}_p - \mathbf{d}_p) &= \mathbf{W}_{h(p+1)} \exp[-i\Gamma_{p+1}\xi_{p+1}] \times \\ &\quad \mathbf{u}_{p+1} - \exp(i\Gamma_{p+1}\xi_{p+1}) \mathbf{d}_{p+1}, \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $\xi_{p+1} = z_{p+1} - z_p$ 为第 $p+1$ 层的厚度。

定义 \mathbf{u}_{p+1}^- 为第 $p+1$ 层下界面 z_p 处上行波的振幅系数阵,有

$$\mathbf{u}_{p+1}^- = \exp(i\Gamma_{p+1}\xi_{p+1}) \mathbf{u}_{p+1}^-; \quad (23)$$

\mathbf{R}_p^+ 为第 p 层上界面 z_p 处的反射系数阵:

$$\mathbf{d}_p = \mathbf{R}_p^+ \mathbf{u}_p; \quad (24)$$

\mathbf{T}_p 为第 p 层上界面 z_p 处的透射系数阵:

$$\mathbf{u}_{p+1}^- = \mathbf{T}_p \mathbf{u}_p. \quad (25)$$

令

$$\mathbf{R}_p^- = \exp(i\Gamma_p \xi_p) \mathbf{R}_p^+ \exp(i\Gamma_p \xi_p), \quad (26)$$

\mathbf{R}_p^- 是第 p 层的上行波从下界面 z_{p-1} 处传递到上界面 z_p 处经反射再传递到下界面 z_{p-1} 处的反射系数阵,则方程(22)转化成

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{W}_{ep})(\mathbf{I} + \mathbf{R}_p^+) &= \mathbf{W}_{e(p+1)}(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{p+1}^-) \mathbf{T}_p, \\ (\mathbf{W}_{hp})(\mathbf{I} - \mathbf{R}_p^+) &= \mathbf{W}_{h(p+1)}(\mathbf{I} - \mathbf{R}_{p+1}^-) \mathbf{T}_p. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

解出 \mathbf{T}_p 、 \mathbf{R}_p^+ , 得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{T}_p &= 2(\mathbf{F}_p + \mathbf{G}_p)^{-1}, \\ \mathbf{R}_p^+ &= \mathbf{F}_p \mathbf{T}_p - \mathbf{I}, \\ \mathbf{F}_p &= (\mathbf{W}_{ep})^{-1} \mathbf{W}_{e(p+1)}(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{p+1}^-), \\ \mathbf{G}_p &= (\mathbf{W}_{hp})^{-1} \mathbf{W}_{h(p+1)}(\mathbf{I} - \mathbf{R}_{p+1}^-), \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

其中 $(\mathbf{W}_{ep})^{-1} \mathbf{W}_{e(p+1)}$ 、 $(\mathbf{W}_{hp})^{-1} \mathbf{W}_{h(p+1)}$ 实际上代表从第 p 层的模式转换到第 $p+1$ 层的模式的转换系数阵。在最后一层 Q 中无反射, $\mathbf{R}_Q^- = 0$, (28) 式和(26)式就构成了计算各层中的 \mathbf{T}_p 、 \mathbf{R}_p^+ 的递推公式。在第一层中对比(1)式和(21)式,得 \mathbf{u}_1 的第 1、2 分量为 u_x 、 u_y , 其他分量均为 0。(25)、(23)式和(24)式就构成了计算各层中的振幅系数阵的递推公式。(23)~(26)式的计算量与 N^2 成正比,可忽略不计。(28)式的计算量仅为 $6\frac{1}{2}N^3$, 比目前最快的 S 矩阵算法快得多。这种算法之所以稳定快速,是由于这种算法的每个公式和每个计算量都具有明确的物理意义,每个量的绝对值都不大,且递推过程的每一步

都符合物理规律。

在非光栅层中,容易获得本征值和本征矢的解析表达式为

$$(y_p)_{mn} = \sqrt{\epsilon_p - \alpha_m^2 - \beta_n^2}, \quad (29)$$

$$W_{ep} = I, \quad W_{hp} = y_p^{-1} \begin{bmatrix} \epsilon_p I - \beta^2 & \alpha\beta \\ \alpha\beta & \epsilon_p I - \alpha^2 \end{bmatrix}, \quad (30)$$

其中 p 代表第 1 层和最后一层以及其他非光栅层。定义第 (m, n) 级次的反射率 $\eta_{r,mn}$ 和透射率 $\eta_{t,mn}$ 分别为第 (m, n) 级次的反射能流 z 分量的平均值和透射能流 z 分量的平均值与入射能流 z 分量的平均值之比,则易得

$$\left. \begin{aligned} \eta_{r,mn} &= \frac{\text{Re}[E_{rxmn}(H_{rymn})^* + E_{rymn}(H_{rxmn})^*]}{\cos \theta}, \\ \eta_{t,mn} &= \frac{\text{Re}[E_{txmn}(H_{tymn})^* + E_{tymn}(H_{txmn})^*]}{\cos \theta}, \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

其中 E_{rxmn} 、 E_{rymn} 和 H_{rxmn} 、 H_{rymn} 代表入射层中第 (m, n) 级反射电场和反射磁场的 x 、 y 分量,由 d_1 和 $W_{h1}d_1$ 中的对应分量确定, E_{txmn} 、 E_{tymn} 和 H_{txmn} 、 H_{tymn} 代表最后一层中第 (m, n) 级透射电场和透射磁场的 x 、 y 分量,由 u_Q 和 $W_{hQ}u_Q$ 中的对应分量确定。

5 对称性和对角周期性的利用

对于任意结构的光栅, $\epsilon(x, y)$ 通常不具有对称性,因而其傅里叶展开系数通常是复数。但在许多情况下光栅是具有对称性的。如果选取一个具有对称性的基本单元,则 $\epsilon(x, y)$ 的傅里叶展开系数将退化为实数,从而使本征矩阵方程(17)退化为实矩阵方程。例如,对于图 1 所示的光栅,它本来具有对称性,按图 1 的方式选取基本单元,将失去对称性而不得不解本征复矩阵方程。如果按图 3 的方式选取基本单元,则 $\epsilon(x, y)$ 关于 x 、 y 具有对称性,导致 ϵ_u 、 ϵ_v 、 ϵ_p 均为实矩阵,从而使本征方程(17)退化为实矩阵方程。众所周知,实数计算量是复数计算量的四分之一。显然,充分利用对称性是提高计算速度的一个有效方法。

如果光栅还具有较小的对角周期性,则可充分利用这一点减少计算量。对于图 1 所示的光栅,它不仅具有对称性,而且还具有较小的对角周期性,对角周期 $T_d = (T_x^2 + T_y^2)^{1/2}$ 。由于这个原因,将使

$m + n$ 为奇数值的衍射级次 (m, n) 消失^[1],既然这些级次不存在,在处理过程中直接去掉这些级次,而使级次数 N 减半($N = L \times L/2 + 1$)。由于计算量与 N^3 成正比,从而在保证计算精度(L 不变)的基础上使计算量降到原来的八分之一。

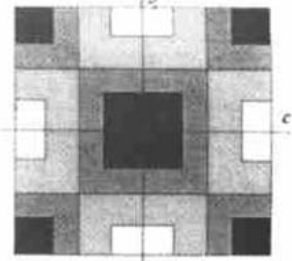


Fig. 3 Selection of the symmetric unit

6 数值例子

考虑参考文献[1]和[8]使用过的如图 4 所示的棋盘光栅。设光栅周期 $T_x = T_y = 2.5\lambda_0$,光栅厚度 $\xi = \lambda_0$ 。光从介质一侧入射,入射角 $\theta = \varphi = 0$,偏振角 $\psi = 0$ 。 $\epsilon_1 = 2.25$, $\epsilon_2 = 1$ 。由于对称性和对角周期性, $m + n$ 为奇数值的衍射级次消失。透射波各衍射级次的效率 η 还具有对称性,使 $\eta_{1,-1} = \eta_{1,1} = \eta_{-1,-1} = \eta_{-1,1}$, $\eta_{2,0} = \eta_{0,2}$, $\eta_{0,-2} = \eta_{0,2}$,其他透射级次均为倏逝波。各级透射效率随 L 增大而收敛的情况列于表 1 中。方法 1 代表文献[1]的傅里叶模方法,方法 2 代表本文的方法。当 $L = 21$ 时,本文算得的结果与文献[1, 8]的结果吻合。

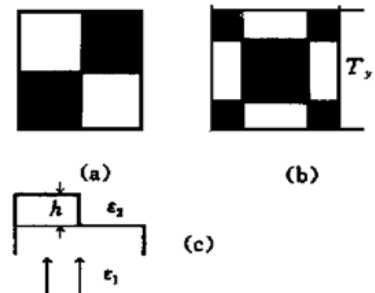


Fig. 4 Basic unit of the chess plane grating. (a) Unsymmetrical basic unit; (b) Symmetrical basic unit; (c) Cross section shape

图 5 (a) 和图 5 (b) 是利用表 1 的数据作出的 $(0, 0)$ 级和 $(1, 1)$ 级透射效率随 L 增大而收敛的趋势图。由图 5 可知,方法 2 比方法 1 的收敛速度快得多。对于 $(0, 0)$ 级次,透射效率的精确值为 17.49%。当 $L = 21$ 时,方法 1 仍有 6% 的误差。使用外延的方法,由图 5 (a) 可以近似得出,要获得 1% 的精度,应使 $L > 33$ 。而使用方法 2,当 $L = 11$ 时,

就可获得 1% 的精度。对于(1, 1) 级次, 透射效率的精确值为 12.86%。当 $L = 21$ 时, 方法 1 仍有 2% 的误差。而使用方法 2, 当 $L = 11$ 时, 就可获得 0.1% 的精度。要使整个的计算精度达 1%, 两种方法的计算效率相差 $(33/11)^6 = 729$ 倍。由此可见, 收敛性对计算效率的影响是多么巨大。

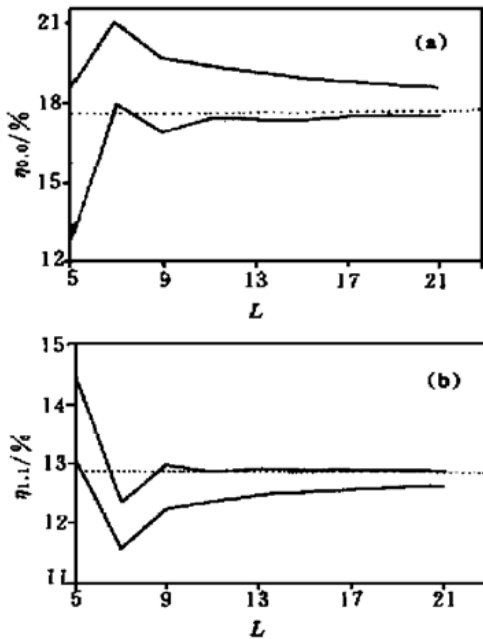


Fig. 5 Comparison of convergence. (a) (0, 0) order; (b) (1, 1) order

Table 1 Diffraction efficiency of the chess plane grating / %

Method 1				
(m, n)	(0, 0)	(1, 1)	(0, 2)	(2, 0)
L: 5	18.496	13.061	6.599	4.247
7	21.063	11.553	7.128	3.874
9	19.702	12.226	6.544	3.898
11	19.369	12.348	6.450	4.040
13	19.172	12.441	6.343	4.076
15	18.910	12.501	6.326	4.123
17	18.816	12.541	6.283	4.144
19	18.644	12.578	6.278	4.169
21	18.583	12.602	6.255	4.182
Method 2				
(m, n)	(0, 0)	(1, 1)	(0, 2)	(2, 0)
L: 5	12.754	14.489	6.078	5.341
7	17.914	12.313	7.266	4.304
9	16.873	12.951	6.355	4.256
11	17.383	12.845	6.326	4.284
13	17.308	12.891	6.232	4.292
15	17.355	12.861	6.231	4.299
17	17.435	12.872	6.205	4.303
19	17.493	12.860	6.206	4.306
21	17.487	12.864	6.194	4.308

表 2 比较了几种算法的计算时间。所使用的是 586-133 微机, 取 $L = 11$ 。方法 1 代表文献[8] 的算法, 由于选取的基本单元不对称, 而不得不作本征复矩阵运算。求透射率时, 递推算法采用的是 S-矩阵算法。方法 2 代表本文的算法, 选取的基本单元具有对称性, 使用本征实矩阵运算。递推算法采用的是本文的反射透射系数阵算法。方法 3 是在方法 2 的基础上, 利用对角周期性去掉 $m + n$ 为奇数的衍射级次后再作处理的方法。由表 2 可知, 当 $L = 11$ 时, 方法 3 比方法 1 快 26 倍。

采用本文的方法 3 当 $L = 21$ 时, 使用 586-133 微机, 计算一次的总时间为 22 分钟。

Table 2 Comparison of calculation efficiency by different methods

	Time to solve eigen equations / s	Time to calculate recursion / s	Time of total computation / s
Method 1	250	331	581
Method 2	60	143	203
Method 3	6	16	22

结论 “逆规则” 傅里叶展开法和快速稳定的递推算法是提高运算速度的关键。充分利用光栅的对称性和对角周期性是进一步提高运算速度的有效方法。本文把用在单周期光栅中的反射透射系数阵算法推广到了正交浮雕双周期光栅中, 并充分利用光栅的对称性和对角周期性, 从而在保证计算准确度和稳定性的条件下, 把计算速度提高了几十倍, 从而把对这类问题的计算从大型计算机中解脱出来, 仅用微机就可以处理了。

参 考 文 献

[1] Noponen E, Turunen J. Eigenmode method for electromagnetic synthesis of diffractive elements with three dimensional profiles. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1994, **11**(9): 2494~ 2502

[2] Li Lifeng. Multilayer modal method for diffraction gratings of arbitrary profile, depth, and permittivity. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1993, **10**(12): 2581~ 2591

[3] Cotter N P K, Oreist T W, Sambles J R. Scattering-matrix approach to multilayer diffraction. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1995, **12**(5): 1097~ 1103

[4] Moharam M G, Pomment D A, Grann E B. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface relief gratings: Enhanced transmittance matrix approach. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1995, **12**(5): 1077 ~ 1086

[5] 傅克祥, 王植恒, 张大跃等. 位相光栅的严格模式理论及

- 其全反射特性. 物理学报, 1998, **47**(8): 1278~ 1288
- [6] 傅克祥, 王植恒, 张大跃等. 大深度任意剖面形状光栅的模式理论和 RTCM 递推算法. 中国科学(A), 1999, **29**(4): 356~ 365
- [7] Li Lifeng. Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1996, **13**(5): 1024 ~ 1035
- [8] Li Lifeng. New formulation of the Fourier modal method for crossed surface-relief gratings. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1997, **14**(10): 2758~ 2767
- [9] Li Lifeng. Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1996, **13**(9): 1870~ 1976

Fast Processing of Fourier Modal Method for Perpendicularly Crossed Surface Relief Binary-Period Gratings

Fu Kexiang Wang Zhiheng Zhang Jing

(Department of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064)

(Received 29 June 1999; revised 2 September 1999)

Abstract: The “inverse rule” Fourier expansion is used to enhance the convergence of perpendicularly crossed surface-relief binary-period gratings. The reflection-transmission-coefficient-matrix (RTCM) algorithm used in single-period gratings is extended to perpendicularly crossed binary-period gratings. The symmetry and diagonal period are well used, keeping certain computational accuracy and steady, to increase the speed of computation to tens of times, so that the calculation of such problem can be done by PC instead of large computers.

Key words: perpendicularly crossed gratings; “inverse rule”; reflection-transmission-coefficient-matrix algorithm