

文章编号: 0253-2239(2002)02-198-04

高通量层析成像光谱仪的仿真研究*

刘良云 袁 艳 相里斌 李英才

(中国科学院西安光学精密机械研究所空间光学研究室, 西安 710068)

摘要: 介绍了高通量层析成像光谱仪的基本原理和原理装置, 并且提出了直视棱镜等三种色散方案。设计了基于分块矩阵的迭代算法, 降低了丢失锥体对重构数据立体的影响。通过计算机仿真实验, 得到了 61×61 的空间分辨率和 13 个波段的光谱像, 试验结果证实了该原理是正确的, 算法是快速、收敛、可靠的。

关键词: 成像光谱仪; 层析; 中心切片定理; 奇异值分解法

中图分类号: TH744.1 文献标识码: A

1 引 言

成像光谱仪能够对物体进行光谱成像, 从而得到物体的二维空间 (x, y) 和一维光谱 (λ) 信息组合而成的三维数据立方体。色散型和干涉型成像光谱仪都能通过扫描视场或光程而收集到数据立方体, 但由于狭缝或分束器的原因, 其能量利用率受到限制。为此, 设计一种无狭缝、无分束器的高通量层析成像光谱仪, 它利用数字图像处理的层析技术, 通过逆投影算法重构数据立方体^[1, 2]。

2 高通量层析成像光谱仪的原理装置

我们设计的高通量层析成像光谱仪用视场光阑代替色散型成像光谱仪的扫描狭缝, 从而大大提高了能量利用率。其原理示意图如图 1 所示。

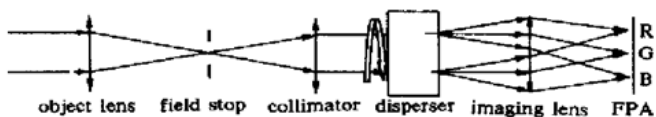


Fig. 1 Illustration of HTCTIS system

该装置可实现从三维数据立方体到二维色散投影像的拉东(Radon)变换, 其拉东变换的实现见图 2。通过绕光轴旋转色散器, 可得到不同方位角 θ 的投影像, 投影角 Θ 由色散器的色散角决定。投影像上的每一像元接收到的光强等于数据立方体在积分线上所有场点的光强的线性叠加, 由逆拉东变换可求得积分线上的各点的光强。

我们在仿真研究中采用变换法对拉东变换求

逆, 其理论基础是中心切片定理^[3, 4]。由中心切片定理可知, 一个三维物体的二维投影的傅里叶变换就是该物体三维傅里叶变换在该投影方向上的截面, 且该截面通过中心点; 由各个方向上投影数据的傅里叶变换就可组成物的三维傅里叶变换的数据, 最后可由傅里叶逆变换得到重建的物的三维信息。

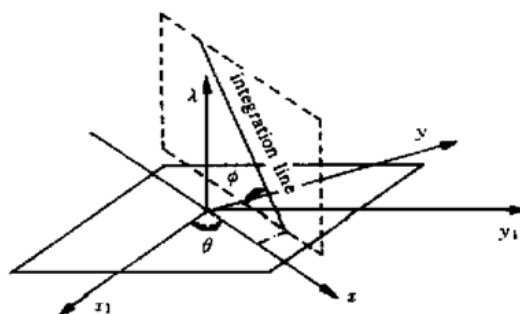


Fig. 2 Geometry of Radon transform

为了保证在旋转色散器时数据立方体的中央点投影在焦平面上的同一位置, 即物体成像在焦平面探测器上的同一位置(由于色散, 物体的像在色散方向上是模糊的), 我们设计了直视棱镜型、光栅和消色散棱镜型、光栅和道威棱镜(或倒像棱镜)型三种色散器, 分别见图 3、图 4。图 3 为阿米西直视棱镜, 它由两块低折射率的 K 玻璃和一块高折射率的 F

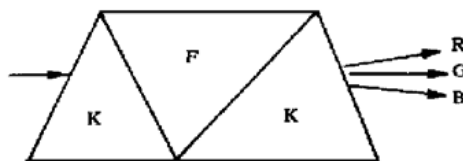


Fig. 3 Illustration of a direct view prism

玻璃组成。在图 4(a) 和图 4(b) 方案中, 仅旋转棱镜而不旋转光栅。由于仅选用光栅的某一级衍射, 在设计光栅时, 可以把能量尽可能地集中这一衍射级

* 国家科委 863-2、863-308 青年基金资助项目。

收稿日期: 1999-05-04; 收到修改稿日期: 1999-10-08

上。对于这类色散器,当设计的中心波长通过时,中心波长的光线不偏折,而边缘波长朝两端偏折。

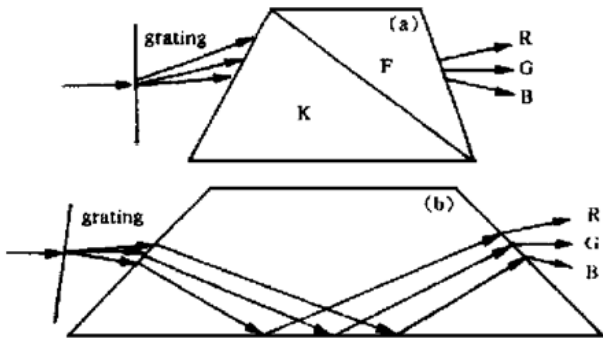


Fig. 4 (a) Combination of a grating and an achromatic prism;
(b) Combination of a grating and a Dove prism

3 数据立方体的重构算法

为得到数据立方体多个投影像,并重构光谱像,必须旋转棱镜获得不同方位角上的投影像。我们参照 Mooney 提出的算法^[1,2],对它进行了改进。

在设计直视棱镜或组合型色散器并选取中心波长的光线通过直视棱镜时,其方向不发生偏折,而边缘波长的光线通过后的方向朝两端偏折,如图 3 所示。如果把景物看作为分成 M 个波长时的单光谱物 $C_m(x, y)$ ($m = 1, 2, \dots, M$) 的组合,那么色散器的作用便是把不同波段的单光谱物相互色散开,在

数学上便可表示为将每一单光谱物与一移位 δ 函数相乘,然后在探测器上线性叠加。因此, 360° 内旋转 N 步得到的 N 帧的光谱像可表示为

$$\begin{aligned}
 r_1(x, y) &= p_{1,1}(x, y) \circledast c_1(x, y) + \\
 & p_{1,2}(x, y) \circledast c_2(x, y) + \dots + \\
 & p_{1,M}(x, y) \circledast c_M(x, y), \\
 r_2(x, y) &= p_{2,1}(x, y) \circledast c_2(x, y) + \\
 & p_{2,2}(x, y) \circledast c_2(x, y) + \dots + \\
 & p_{2,M}(x, y) \circledast c_M(x, y), \\
 & \dots \dots \dots \\
 r_N(x, y) &= p_{N,1}(x, y) \circledast c_1(x, y) + \\
 & p_{N,2}(x, y) \circledast c_2(x, y) + \dots + \\
 & p_{N,M}(x, y) \circledast c_M(x, y), \quad (1)
 \end{aligned}$$

$r_n(x, y)$ 是棱镜旋转 n 步后的投影像, \circledast 是卷积符号, $p_{nm}(x, y)$ 是第 n 帧第 m 波段的点扩散函数,

$$\begin{aligned}
 p_{n,m}(x, y) &= \delta[x - (m - m_0) \Delta x \cos \phi_n, \\
 & y - (m - m_0) \Delta x \sin \phi_n], \quad (2)
 \end{aligned}$$

式中 Δx 是相邻波段在探测器上的色散距离,令它等于探测器像元尺寸长度,探测器像元是方形的, m_0 是不偏折的中心波段对应的波段序号, ϕ_n 是第 n 帧像时棱镜的旋转角,并且假定像元是方的。如果对 (1) 式做二维傅里叶变换,可得

$$\begin{bmatrix} R_1(\xi, \zeta) \\ R_2(\xi, \zeta) \\ \dots \\ R_N(\xi, \zeta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{1,1}(\xi, \zeta) & P_{1,2}(\xi, \zeta) & \dots & P_{1,M}(\xi, \zeta) \\ P_{2,1}(\xi, \zeta) & P_{2,2}(\xi, \zeta) & \dots & P_{2,M}(\xi, \zeta) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{N,1}(\xi, \zeta) & P_{N,2}(\xi, \zeta) & \dots & P_{N,M}(\xi, \zeta) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C_1(\xi, \zeta) \\ C_2(\xi, \zeta) \\ \dots \\ C_M(\xi, \zeta) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

即

$$\mathbf{R}(\xi, \zeta) = \mathbf{P}(\xi, \zeta) \mathbf{C}(\xi, \zeta), \quad (4)$$

(3) 式中

$$P_{n,m}(\xi, \zeta) = \exp[-2\pi i(\xi \cos \phi_n + \zeta \sin \phi_n) \times (k - k_0) \Delta x]. \quad (5)$$

如果只考虑系统的噪声,且假定噪声是加性噪声,(4) 式则可写成

$$\mathbf{R}(\xi, \zeta) = \mathbf{P}(\xi, \zeta) \mathbf{C}(\xi, \zeta) + \mathbf{N}(\xi, \zeta). \quad (6)$$

用奇异值分解法求解范德蒙 (Vandermonde) 矩阵 $\mathbf{P}(\xi, \zeta)$,

$$\mathbf{P} = \mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{V}^T, \quad (7)$$

\mathbf{P} 的广义逆为

$$\mathbf{P}^+ = \mathbf{V} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}^T, \quad (8)$$

式中 对角矩阵 $\mathbf{W} = \text{diag}[w_{j,j}(\xi, \zeta)]$,

$$\mathbf{W}^{-1} = \text{diag}[(1/w_{j,j}(\xi, \zeta)], j = 1, 2, \dots, M,$$

$w_{j,j}(\xi, \zeta)$ 是矩阵 \mathbf{P} 的奇异值; \mathbf{U}, \mathbf{V} 分别是 $N \times M$ 和 $M \times M$ 的列正交矩阵。由于矩阵 \mathbf{P} 常是病态的,为了改善信噪比,引入正则化处理^[5],用

$$\mathbf{W}^{-1}(\xi, \zeta) = \text{diag}[w_{j,j}(\xi, \zeta)]$$

代替 $\mathbf{W}^{-1}(\xi, \zeta)$, 其中

$$w_{j,j}(\xi, \zeta) = \frac{w_{j,j}(\xi, \zeta)}{w_{j,j}^2(\xi, \zeta) + \varepsilon^2(\xi, \zeta)}. \quad (9)$$

正则化系数 $\varepsilon(\xi, \zeta)$ 的最优选择与计算数据、噪声和矩阵条件数有关^[5]。

因此可得(6) 式的解为

$$\mathbf{C}(\xi, \zeta) = \mathbf{V} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{R}(\xi, \zeta) - \mathbf{V} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{N}(\xi, \zeta). \quad (10)$$

为了进一步的讨论,把探测的投影数据排序组成一列向量 \mathbf{r} , 把数据立方体排序组成一列向量 \mathbf{c} ,

把(4)式扩展为

$$\mathbf{r} = F^{-1}\{\overline{\mathbf{P}\mathbf{F}\{\mathbf{c}\}}\} + \mathbf{n} \quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= [r_1(x_1, y_1), \dots, r_N(x_1, y_1); \\ &\quad r_1(x_2, y_2), \dots, r_N(x_2, y_2); \\ &\quad r_1(x_{K^2}, y_{K^2}), \dots, r_N(x_{K^2}, y_{K^2})]'; \\ \mathbf{c} &= [c_1(x_1, y_1), \dots, c_M(x_1, y_1); \\ &\quad c_1(x_2, y_2), \dots, c_M(x_2, y_2); \\ &\quad c_1(x_{K^2}, y_{K^2}), \dots, c_M(x_{K^2}, y_{K^2})]'; \end{aligned}$$

K 为探测器行数和列数, F, F^{-1} 为傅里叶和逆傅里叶变换, $\overline{\mathbf{P}} = \text{diag}[\mathbf{P}(\xi, \zeta)]$ 为 \mathbf{P} 组成的块对角矩阵。

对 $\overline{\mathbf{P}}$ 进行奇异值分解法分解, 可得

$$\mathbf{r} = F^{-1}\{\overline{\mathbf{U}\mathbf{W}\mathbf{V}^T\mathbf{F}\{\mathbf{c}\}}\} + \mathbf{n} \quad (12)$$

由中心切片定理可知, 对于有限投影角的层析成像存在信息丢失锥体, 详见文献[1, 2], 为了改善重构算法, 利用视场光阑限制和数据立方体的非负限制, 设计了基于块对角矩阵的收敛迭代算法。此外, 为了降低丢失信息锥体的影响, 在光谱的频率域进行切趾、滤波。但与 Mooney 的矩形函数切趾算法相区别的是, 我们不是进行矩形函数切趾而舍弃每一点的高光谱频率(光谱变化剧烈)的信息, 而是进行三角函数切趾, 保留了高光谱频率的信息, 从而在降低丢失锥体信息的同时不降低光谱分辨率, 在同等条件下重构的数据立方体的光谱分辨率要高于 Mooney 的算法。可用算子 \mathcal{R} 表示非负限制、视场光阑限制和切趾、滤波, (12) 式可改写为

$$\mathbf{r} = F^{-1}\{\overline{\mathbf{U}\mathbf{W}\mathbf{V}^T\mathbf{F}\{\mathcal{R}\mathbf{c}\}}\} + \mathbf{n} \quad (13)$$

我们设计的迭代算法的初始解为

$$\mathbf{c}_0 = F^{-1}\{\overline{\mathbf{V}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{U}^T\mathbf{F}\{\mathbf{r}\}}\} \quad (14)$$

经第 j 次迭代后的解为

$$\mathbf{c}_j = F^{-1}\{\overline{\mathbf{V}[\mathbf{L}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{U}^T\mathbf{F}\{\mathbf{r}\} + \mathbf{R}\mathbf{V}^T\mathbf{F}\{\mathcal{R}\mathbf{c}_{j-1}\}]\}}\} \quad (15)$$

式中 \mathbf{L}, \mathbf{R} 是由对角矩阵 $\mathbf{L}(\xi, \zeta), \mathbf{R}(\xi, \zeta)$ 组成的块对角矩阵, 其对角元素为

$$\left. \begin{aligned} L_{i,i}(\xi, \zeta) &= \frac{w_{i,i}^2(\xi, \zeta)}{w_{i,i}^2(\xi, \zeta) + \beta^2(\xi, \zeta)}, \\ R_{i,i}(\xi, \zeta) &= 1 - L_{i,i}(\xi, \zeta), \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中 $\beta(\xi, \zeta)$ 的选择如同(9)式中的 $\varepsilon(\xi, \zeta)$ 。仔细观察便可发现, $\beta(\xi, \zeta)$ 相当于一开关作用于(15)式右边的两项, 当奇异值很小时, 选择右边项, 当奇异值较大时, 选择左边项。由于小奇异值对应丢失锥

体, 这便可利用先验条件(算子 \mathcal{R} 填充丢失锥体。与 Mooney 的算法相比较, 这里引入的正则化系数 $\varepsilon(\xi, \zeta)$ 和“开关”系数 $\beta(\xi, \zeta)$ 是随空间频率变化而变化的, 从而加快了收敛速度。

在迭代求解(14)式和(15)式的过程中, 利用块对角矩阵的性质, 通过求解小的分块矩阵 \mathbf{P} 从而有效地避免了对大型矩阵 $\overline{\mathbf{P}}$ 的奇异值分解和求逆, 但限制算子 \mathcal{R} 是在整个数据立方体内进行的。

4 仿真试验及其结果

对高通量层析成像光谱仪进行了计算机仿真试验论证。假定色散器的色散是线性的, 且相邻波段在探测器色散距离等于探测器像元的尺寸长度。由于有些物点并不正好成像在探测器像元的中央, 我们选取最近邻插值法^[6]求模拟投影像。重构数据立方体的空间分辨率为 61 个 \times 61 个像元、13 个光谱波段。为在求解(4)式时满足超定方程条件, 在色散器每旋转 18° 后模拟采样一次, 共计了 20 帧投影像。由于色散, 设定模拟探测器面上的投影像的尺寸为 101 个 \times 101 个像元。由(14)式求解的 \mathbf{c}_0 占 13 个波段、101 个 \times 101 个空间像元。在迭代求解时, 设计限制算子满足: 对中心视场光阑内 61 个 \times 61 个像元引入非负限制, 而对视场光阑以外的边缘像元复零。图 5 为 20 帧投影像中的一帧, 由于色散, 投影像在色散方向是模糊的。图 6 为未经迭代求解时 13 个波段的光谱像, 算法带来的规一化



Fig. 5 One of the 20 projections, the blurring is due to the dispersion

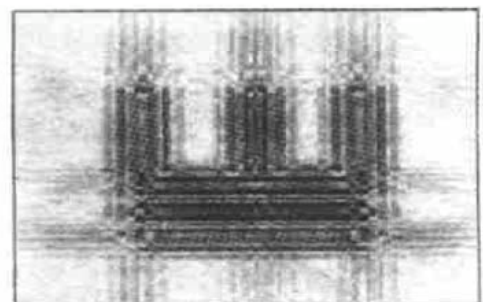


Fig. 6 One of the 13 spectral reconstructions without iteration

均方根误差 $\delta_{\text{rms}} = 0.4132$; 图 7 为经加入我们设计的限制算子的并经 5 次迭代重构的一帧光谱像, 均方根误差 $\delta_{\text{rms}} = 0.1096$ 。图 8 为利用 Mooney 算法计算的一帧光谱像(同样条件下, 我们可重构 7 波段的光谱像), 其均方根误差 $\delta_{\text{rms}} = 0.1272$ 。

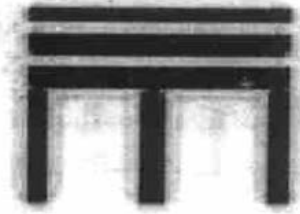


Fig. 7 One of the 13 spectral reconstructions with 5 iterations using our algorithm

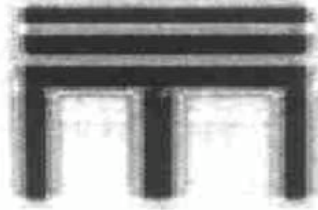


Fig. 8 One of the 7 spectral reconstructions using the algorithm designed by Mooney

结论 高通量层析成像光谱仪具有高通量、空间和光谱多通道的优点, 是具有潜在广泛用途的成像光谱技术。但由于投影角有限, 存在信息丢失锥体, 对于低空间频率和高光谱频率(光谱变化剧烈)的目标的光谱重构比较困难且失真较严重。本文设计了正则化处理的奇异值分解法, 并在迭代重构数据立方体时加入限制算子, 仿真实验表明该原理是正确的, 算法是快速、收敛、可靠的。

参 考 文 献

- [1] Mooney M. Angularly multiplexed spectral imager. *Proc. SPIE*, 1995, **2480**: 65~ 77
- [2] Mooney M, Vickers E, An M *et al.*. High throughput hyperspectral infrared camera. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1997, **14**(11) 2951~ 2961
- [3] 刘良云, 相里斌, 杨建峰 等. 计算层析成像光谱仪的仿真研究. *光学学报*, 2000, **20**(6): 805~ 809
- [4] 陈立成 编. 层析成像的数学方法与应用. 成都: 西南交通大学出版社, 1994, 35~ 38
- [5] 刘良云, 相里斌, 李英才 等. 正则化处理在层析成像光谱技术中的应用. *光子学报*, 1999, **28**(4): 341~ 345
- [6] Castleman K 著, 朱志刚, 林学言, 石定机 等译. 数字图像处理, 北京: 电子工业出版社, 1998, 99~ 101

High-Throughput Computed Tomography Imaging Spectrometer and Its Simulated Experiment

Liu Liangyun Yuan Yan Xiangli Bin Li Yingcai

(Space Optics Laboratory, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics,
The Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710068)

(Received 4 May 1999; revised 8 October 1999)

Abstract: The principles and configuration of the high-throughput computed tomography imaging spectrometer are introduced. Three kinds of dispersers (including direct-view prism) are designed and an iterative reconstruction algorithm is described. Some simulated experiments are made, and the spectral image consisting of 61×61 spatial pixels and 13 spectral bands are obtained. The simulation results show that the theorem is correct, and that the reconstruction algorithm is efficient, convergent and reliable.

Key words: imaging spectrometer; computed tomography; the central slice theorem; singular value decomposition