

文章编号: 0253-2239(2001)11-1296-05

光纤通信系统中色散与自相位调制作用下的 频域传递函数

蒋 志 范崇澄

(清华大学电子工程系, 北京 100084)

摘要: 由基本物理过程出发, 导出了数字或模拟强度调制光通信系统中, 包含光纤损耗、色散和自相位调制综合作用下的光功率频域传递函数, 由此得到了任意功率波形在传输过程中的演化表达式及各项的物理意义。结果表明, 自相位调制导致的功率变化在低频部分与调制频率的平方成正比, 在高频部分则与调制频率的平方的正弦成正比。解析公式与数值模拟结果在小调制信号下相符得很好, 特别适用于计算非线性效应对系统噪声的影响以及诸如双边带和单边带微波调制光通信系统等情况; 在诸如非归零码的大调制信号下, 本文公式仍能正确地表示传输后的波形, 对系统设计和分析有指导意义。

关键词: 自相位调制; 光纤传输; 光纤非线性; 频域传递函数

中图分类号: TN929.11 文献标识码: A

1 引 言

在强度调制光通信系统中, 光信号的相位会受到自身光功率的调制——自相位调制 (SPM), 再由群速度色散 (GVD) 转换为强度调制 (IM)。已有多篇文章^[1~5]通过理论分析、数值模拟和实验研究了自相位调制对系统的影响。这些理论分析集中于光脉冲的时域展宽, 很难对任意起始调制给出传输后的波形。Ramos^[6]进行了小信号频域分析, 但不易由推导过程和结论看出相关的物理意义。本文则由基本物理过程出发进行推导, 给出了考虑自相位调制和群速度色散时的频域功率传递函数和各项的物理意义, 可以方便地求出任意起始调制下传输后的波形。解析公式的形式非常简洁。结果表明, 本文提出的解析公式与数值模拟结果在小调制信号下完全相符, 因而特别适用于计算非线性效应对系统噪声的影响以及诸如双边带和单边带微波调制光通信系统等小调制信号情况; 对于非归零码的大调制信号 (如强度调制/直接检测光传输系统), 仍能正确地表示传输后的波形, 对系统设计和分析有指导意义。

2 理论推导

设光纤起始处 ($z = 0$) 的光场为,

$$A(0, t) = \sqrt{P(0, t)} \exp\{j[\omega_c t + \Phi(0, t)]\} = \sqrt{P_0 + P_2(0, t)} \exp\{j[\omega_c t + \Phi(0, t)]\},$$

其中 $P(0, t)$ 为输入信号功率, P_0 和 $P_2(0, t)$ 分别为其平均值和调制部分, ω_c 为光场载频, $\Phi(0, t)$ 为输入信号相位。

在光纤色散和非线性作用下, $A(z, t)$ 满足非线性薛定谔方程^[1]

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A(z, t) - \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial t^2} = -j\gamma |A(z, t)|^2 A(z, t), \quad (1)$$

其中 z 为传输距离, α 为衰减系数, $\beta_2 = -\lambda^2 D / (2\pi c)$, D 为色散参量, λ 为光波长, γ 为非线性系数, t 为以群速度移动的参考系的时间度量。

$P_2(0, t)$ 的傅里叶变换为 $P_2(0, \omega)$ 。在传输过程中, 输出信号的功率变化, 可能来自输入信号的功率调制 (IM), 也可能来自输入信号本身和 / 或自相位调制引起的相位调制 (PM)。换言之, $z = L$ 处的输出功率 $P_2(L, \omega)$ 可以写成线性部分 $P_{2L}(L, \omega)$ 和非线性部分 $P_{2N}(L, \omega)$ 的和。根据参考文献 [7, 8], 线性部分为

$$P_{2L}(L, \omega) = \cos(bL) P_2(0, \omega) \exp(-\alpha L) - 2P_0 \sin(bL) \tilde{\Phi}(0, \omega) \exp(-\alpha L), \quad (2)$$

其中 $b = \lambda^2 D \omega^2 / (4\pi c)$, $\tilde{\Phi}(0, \omega)$ 为输入信号相位的傅里叶变换。本文主要考虑非线性部分: 在 z 处 dz 长度内由自相位调制引起的相位调制为^[1]

$$d\Phi_{\text{SPM}}(z, t) = -\sqrt{P}(z, t)dz.$$

由于 $P_{2N}(z, t)$ 远小于 $P_0\exp(-\alpha z) + P_{2L}(z, t)$, 领域中近似有

$$d\tilde{\Phi}_{\text{SPM}}(z, \omega) = -\sqrt{[P_0\exp(-\alpha z)2\pi\delta(\omega) + P_{2L}(z, \omega)]}dz, \quad (3)$$

其中 $\delta(\omega)$ 为冲激函数。 z 处 dz 长度内新产生的 $d\Phi_{\text{SPM}}(z, t)$ 从 $z = z$ 到输出端 $z = L$ 的传输过程中会通过群速度色散转化成强度调制。由于 $d\Phi_{\text{SPM}}(z, t)$ 甚小, 可以采用小信号的相位调制 →

强度调制转换分析

$$d\tilde{P}_{2N}(z, \omega) = -2P_0\exp(-\alpha z)\sin[b(L-z)] \times \exp[-\alpha(L-z)]d\tilde{\Phi}_{\text{SPM}}(z, \omega). \quad (4)$$

积分得到

$$\begin{aligned} P_{2N}(L, \omega) &= \int_0^L d\tilde{P}_{2N}(z, \omega) = \\ &P_2(0, \omega)\exp(-\alpha L)\Pi_p(\omega) + \\ &2P_0\tilde{\Phi}(0, \omega)\exp(-\alpha L)\Pi_\phi(\omega), \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\Pi_p(\omega) = \sqrt{P_0} \left[\frac{1}{\alpha^2 + (2b)^2} [a\sin(bL)(1 + e^{-\alpha L}) - 2b\cos(bL)(1 - e^{-\alpha L})] + \frac{1}{\alpha} \sin(bL)(1 - e^{-\alpha L}) \right], \quad (6a)$$

$$\Pi_\phi(\omega) = -\sqrt{P_0} \left[\frac{1}{\alpha^2 + (2b)^2} [a\cos(bL)(1 - e^{-\alpha L}) + 2b\sin(bL)(1 + e^{-\alpha L})] - \frac{1}{\alpha} \cos(bL)(1 - e^{-\alpha L}) \right], \quad (6b)$$

因此, 输出端的强度调制的频域响应为

$$\begin{aligned} \tilde{P}_2(L, \omega) &= \tilde{P}_2(0, \omega)\exp(-\alpha L)H_p(\omega) + \\ &2P_0\tilde{\Phi}(0, \omega)\exp(-\alpha L)H_\phi(\omega), \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} H_p(\omega) &= \cos(bL) + \Pi_p(\omega), \\ H_\phi(\omega) &= -\sin(bL) + \Pi_\phi(\omega), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$H_p(\omega)$ 和 $H_\phi(\omega)$ 分别表征了起始外加强度调制和外加相位调制对最终强度调制的贡献。它们都包含线性项和非线性项。 $H_p(\omega)$ 的非线性项 $\Pi_p(\omega)$ 对应于起始外加强度调制通过克尔效应引起自相位调制, 经群速度色散转化为输出端处的强度调制。 $H_\phi(\omega)$ 的非线性项 $\Pi_\phi(\omega)$ 则对应于起始外加相位调制通过群速度色散导致的强度调制(线性效应), 由克尔效应引起自相位调制, 并经群速度色散转化为输出端处的强度调制。可见 $\Pi_\phi(\omega)$ 必然是相对于 $\Pi_p(\omega)$ 的高阶小量。

在推导(5)式~(8)式的过程中加入功率的直流分量(平均功率), 即可得到总功率的频域和时域表达式分别为

$$\begin{aligned} \tilde{P}(L, \omega) &= 2\pi\delta(\omega)P_0\exp(-\alpha L) + \\ &\tilde{P}_2(0, \omega)\exp(-\alpha L)H_p(\omega) + \\ &2P_0\tilde{\Phi}(0, \omega)\exp(-\alpha L)H_\phi(\omega) = \\ &\tilde{P}(0, \omega)\exp(-\alpha L)H_p(\omega) + \\ &2P_0\tilde{\Phi}(0, \omega)\exp(-\alpha L)H_\phi(\omega), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} P(L, t) &= \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{P}(0, \omega)H_p(\omega)e^{j\omega t}d\omega \right] e^{-\alpha L} + \\ &\left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} 2P_0\tilde{\Phi}(0, \omega)H_\phi(\omega)e^{j\omega t}d\omega \right] e^{-\alpha L}. \end{aligned} \quad (10)$$

受篇幅限制, 以下讨论中仅限于分析 $H_p(\omega)$ 并设 $\Phi(0, t) = 0$ 。由于 $e^{-\alpha L}$ 代表了功率的传输损耗, 因此, 考虑到 $H_p(0) = 1$ 且 $\Pi_p(0) = 0$, 有

$$H_p(\omega) = \frac{\tilde{P}(L, \omega)}{\tilde{P}(0, \omega)\exp(-\alpha L)} \Big|_{\tilde{\Phi}(0, \omega)=0} = \frac{\tilde{P}_2(L, \omega)}{\tilde{P}_2(0, \omega)\exp(-\alpha L)} \Big|_{\tilde{\Phi}(0, \omega)=0}, \quad (11a)$$

$$\Pi_p(\omega) = \frac{\tilde{P}_{2N}(L, \omega)}{\tilde{P}(0, \omega)\exp(-\alpha L)} \Big|_{\tilde{\Phi}(0, \omega)=0} = \frac{\tilde{P}_{2N}(L, \omega)}{\tilde{P}_2(0, \omega)\exp(-\alpha L)} \Big|_{\tilde{\Phi}(0, \omega)=0}, \quad (11b)$$

分别是输出端的归一化强度调制传递函数和归一化非线性强度调制传递函数。注意到总响应 $H_p(\omega)$ 与非线性响应 $\Pi_p(\omega)$ 均是实函数, 因此它们的相位响应特性是 0 或 π 。

3 讨 论

为了检验(5)式~(8)式的正确性, 在常规单模光纤(G. 652)中比较了本文和分裂步傅里叶法(SSF)数值模拟的结果。使用参数为(G. 652光

纤): $D = 17\text{ps}/(\text{nm} \cdot \text{km})$, $\gamma \approx 1.18 \text{ W}/\text{km}$, $\alpha = 0.21 \text{ dB}/\text{km}$, $\lambda = 1550 \text{ nm}$, $L = 80 \text{ km}$ 。

3.1 $H_p(\omega)$ 和 $\Gamma_p(\omega)$ 的解析解

图 1 和图 2 分别给出了 P_0 为 10 mW 和 20 mW 且 $|P_2(0, t)|/P_0 = 10^{-2}$ 时, $H_p(\omega)$ 和 $\Gamma_p(\omega)$ 的解析解[(11)式]与分裂步傅里叶法数值模拟的结果, 它们都符合得相当好。解析表达式与模拟结果间的误差随输入平均功率加大而加大。这是因为推导 z 处的自相位调制时, 采用的是 z 处功率的线性部分; 而平均功率增大时, 非线性产生的功率调制已可与线性功率相比拟, 不能忽略。但即使是在大功率下, $H_p(\omega)$ 和 $\Gamma_p(\omega)$ 的低频部分($b \ll \alpha$) 仍然非常准确, 而我们实际感兴趣的调制频率正是在此范围内。因此(5)式~(8)式仍可相当准确地描述大功率下的情况。图 1 还给出了 $\gamma = 0$ 即只有色散的情况。可见考虑非线性后, $H_p(\omega) = 0$ 对应的 ω 值增大, 说明在色散 $D > 0$ 的系统中, 非线性使 $H_p(\omega)$ 带宽增加, 改善了功率传递函数。从时域来看, 非线性部分抵消了色散引起的展宽效应。图 2 中若 $\gamma = 0$, 则频率响应成为一根水平直线, 所绘 $P_0 = 1 \text{ mW}$ 的情况和水平直线亦很相近。

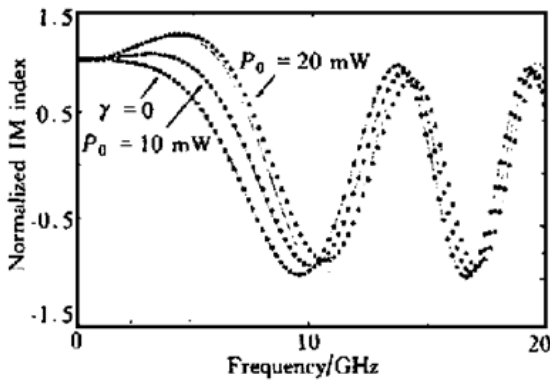


Fig. 1 Normalized IM index versus modulation frequency. P_0 is average input power. Result for $\gamma = 0$ also plotted for comparison. Solid lines: this work, symbols: SSF simulation

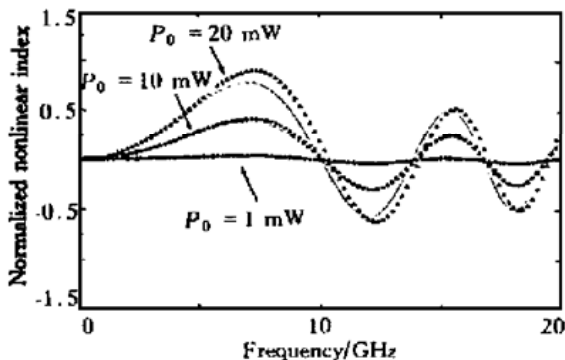


Fig. 2 Normalized nonlinear IM index versus modulation frequency. P_0 is average input power. Solid lines: this work, symbols: SSF simulation

3.2 $\Gamma_p(\omega)$ 在低频($b \ll \alpha$) 和 高频($b \gg \alpha$) 条件下的近似解

1) 低频情况。此时由(6a)式有

$$\Gamma_p(\omega) \approx \sqrt{P_0}(L - L_{\text{eff}}) \frac{\lambda^2}{2\pi\alpha c} D \omega^2, \quad (12)$$

其中 $L_{\text{eff}} = (1 - e^{-\alpha L})/\alpha$ 为光纤的有效长度。此时 $\Gamma_p(\omega)$ 正比于 ω^2 [见图 3(a)], 意味着自相位调制引起的功率变化与比特率的平方成正比。把 $\Gamma_p(\omega)$ 中的 ω 换成比特率 B , 立即得到 $\Gamma_p \propto B^2 \sqrt{P_0} D$, 与时域内得到的结论^[3] 完全一致。

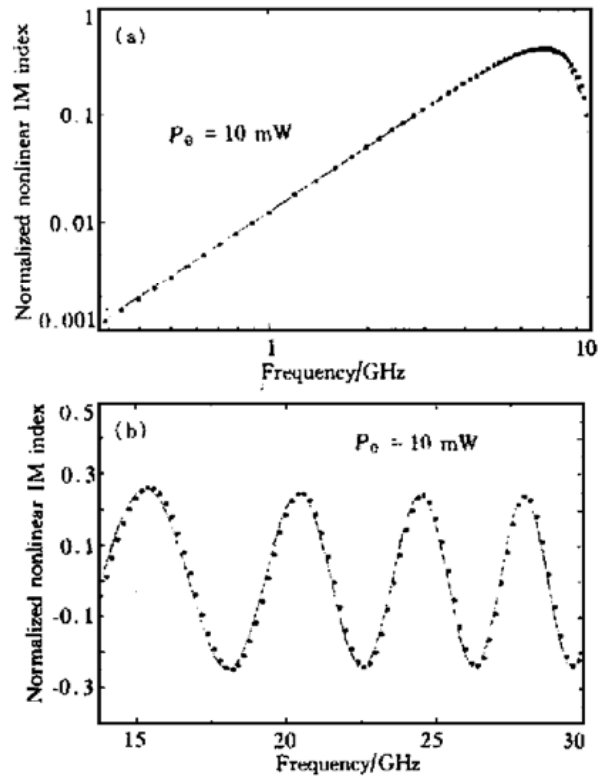


Fig. 3 Normalized nonlinear IM index versus modulation frequency for average power $P_0 = 10 \text{ mW}$ at low (a) and high (b) frequencies. Solid lines: this work, symbols: SSF simulation

2) 高频情况。此时由(6a)式有

$$\Gamma_p(\omega) \approx \frac{\sqrt{P_0}}{\alpha} \sin\left[\frac{\lambda^2}{4\pi c} DL \omega^2\right] \quad (13)$$

随 ω^2 和 D 均呈正弦变化。图 3(b) 给出了 $P_0 = 10 \text{ mW}$ 时 $\Gamma_p(\omega)$ 的高频部分。

3.3 大调制信号下本文结果的近似性

在利用非归零码对光波进行幅度调制的系统中, 消光比(“1”码和“0”码的功率比)可达 9 dB~10 dB 或更高, 远远偏离了小调制假定。图 4 是调制频率为 2.5 GHz 且平均功率为 10 mW 和 20 mW 时, $H_p(\omega)$ 的解析解和数值模拟结果与消光比的关系: 当 $P_0 = 10 \text{ mW}$ 时, 即使消光比为 10 dB 时相对误差也小于 8%。实际的强度调制/直接检测系统

中, 已调光波频谱分量大部分集中在低频区, 因此用解析公式计算波形造成的误差比上述值还要小, 能够正确地表示传输后的波形。而对于强度调制较小的系统(如单边带和双边带微波光传输系统), 解析公式更趋准确。

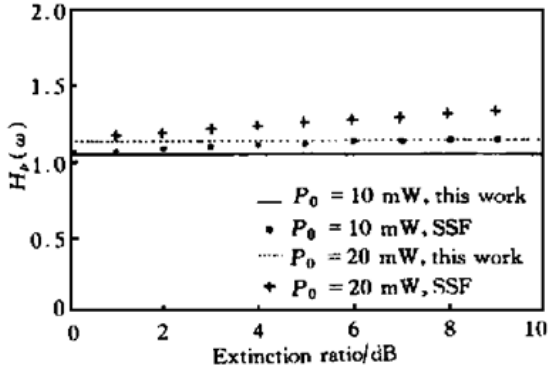


Fig. 4 Analytical and numerical results of $H_p(\omega)$ at 2.5 GHz versus extinction ratio. Other parameters are the same with Fig. 1

为形象说明问题, 下面给出时域结果: $P_0 = 10$ mW, 调制波形为无啁啾的 2.5 Gb/s 非归零 2^7 伪随机码, 消光比为 10 dB。为增大色散和非线性的作用, 传输距离 $L = 140$ km, 比较结果见图 5。除了在尖峰处(高频分量)有偏差外, 解析公式与数值模拟符合较好。以上是针对常规单模光纤的讨论, 所得的解析公式同样适用于非零色散位移光纤(NZDSF)。

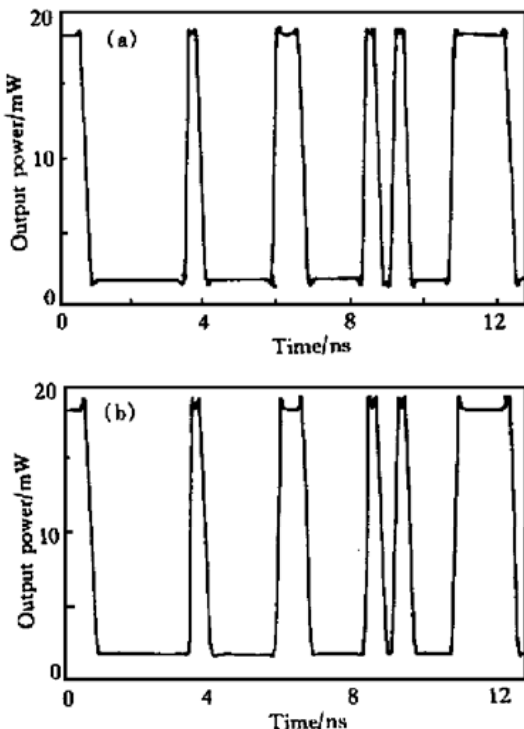


Fig. 5 Temporal output power waveform after 140km G. 652 fiber transmission. Signal format: 2.5 Gb/s NRZ 2^7 PRBS, $P_0 = 10$ mW, extinction ratio is 10 dB. (a) This work, (b) SSF simulation

4 结 论

本文导出了在数字或模拟强度调制光通信系统中, 包含光纤损耗、色散和自相位调制综合作用的光功率频域传递函数, 并可由此求出任意起始功率波形在传输过程中的演化, 方便地求出传输后的波形。

归一化频域传递函数 $H_p(\omega)$ 和 $H_\phi(\omega)$ 分别表征了起始外加强度调制和外加相位调制对最终强度调制的贡献, 并都包含线性项和非线性项。 $H_p(\omega)$ 的非线性项 $\Pi_p(\omega)$ 对应于起始外加强度调制通过克尔效应引起自相位调制, 经群速度色散转化为输出端处的强度调制。 $H_\phi(\omega)$ 的非线性项 $\Pi_\phi(\omega)$ 则对应于起始外加相位调制通过群速度色散导致的强度调制(线性效应), 由克尔效应引起自相位调制, 并经群速度色散转化为输出端处的强度调制。 $\Pi_\phi(\omega)$ 是相对于 $\Pi_p(\omega)$ 的高阶小量, 而 $\Pi_p(\omega)$ 的低频部分与调制频率平方成正比, 高频部分则与调制频率平方的正弦成正比。

本文导出的解析公式与数值模拟结果在小调制信号下相符得很好, 因而特别适用于计算非线性效应对系统噪声的影响以及诸如双边带和单边带微波调制光通信系统等小调制信号情况。此外, 随输入平均功率加大, 解析表达式与模拟结果间的误差增加; 但即使是在大功率下, $H_p(\omega)$ 和 $\Pi_p(\omega)$ 的低频部分仍然非常准确, 而我们实际感兴趣的调制频率通常正是在此范围内。

对于非归零码的大调制信号(如强度调制/直接检测光传输系统), 即使消光比高达 10 dB, 解析公式也能正确地表示传输后的波形, 对系统设计和分析有指导意义。

参 考 文 献

- [1] Agrawal G P. *Nonlinear Fiber Optics*, (2nd Edition). San Diego: Academic Press, 1995. Ch. 3~ Ch. 4
- [2] Kaminow I P, Koch T L ed.. *Optical Fiber Telecommunications*, IIIA, San Diego: Academic Press, 1997. Ch. 8
- [3] Yu Q, Fan C C. Analytical study on pulse broadening in chained optical amplifier systems. *J. Lightwave Technol.*, 1997, **15**(3): 444~ 451
- [4] 宋 开, 范崇澄. 光纤非线性效应对 10 Gb/s 波分复用色散补偿系统的限制. *光学学报*, 1999, **19**(4): 519~ 523
- [5] 舒学文, 黄德修, 阮 玉. 啁啾高斯脉冲经啁啾光纤光栅反射后的传输特性. *光学学报*, 1999, **19**(10): 1305 ~ 1309
- [6] Ramos F, Marti J. Frequency transfer function of dispersive and nonlinear single-mode optical fibers in

- microwave optical systems. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2000, **12**(5): 549~ 551
- [7] Wang J, Petermann K. Small signal analysis for dispersion optical fiber communication systems. *J. Lightwave Technol.*, 1992, **10**(1): 96~ 100
- [8] Cartaxo A. Cross phase modulation in intensity modulation —direct detection WDM systems with multiple optical amplifiers and dispersion compensators. *J. Lightwave Technol.*, 1999, **17**(2): 178~ 190

Frequency Domain Transfer Function of Optical Fiber Transmission System with Dispersion and Self-Phase Modulation

Jiang Zhi Fan Chongcheng

(*Department of Electronics Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084*)

(Received 3 November 2000; revised 3 April 2001)

Abstract: A simple analytical optical power transfer function is derived in frequency domain for intensity modulation systems with fiber loss, chromatic dispersion and self-phase modulation. Expression to calculate the distortion of arbitrary optical power waveform is obtained with distinct physical meaning of each term. The results show that the induced power variation is proportional to the square of modulation frequency (SOMF) at low frequency region, while proportional to the sine of SOMF at high frequency region. The analytical result agrees well with numerical simulation under weak modulation and can correctly predict the time-domain waveform under strong modulation such as non-return-to-zero in intensity modulation/direct detection systems.

Key words: self-phase modulation; optical fiber transmission; fiber nonlinearity; frequency domain transfer function